BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
LXI
B
9
NAPOLI

LXI. B. 9

W. J. Duisberg. Sculpsit.

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

NAPOLI

ANNÉE MDCCV.

Avec les Memoires de Mathematique & de Phyſique, pour la même Année,

Tirez des Regiſtres de cette Academie.

A AMSTERDAM,
Chez GERARD KUYPER, Marchand Libraire à côté de la Maiſon de Ville.

MDCCVII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de Weſt-Friſe.

PRIVILEGIE.

DE Staten van Hollandt ende West-Vrieslandt, *Doen te weeten*, Alsoo Ons vertoont is by GERRIT KUYPER, Boekverkooper tot Amsteldam, hoe dat hy Suppliant besig was met groote koste en veele moeyte te drukken van seeker Boek, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. met alle de volgende Deelen en Figuren, in soo veel Deelen, Taalen en Formate als de Suppliant sal goet vinden: Ende de Suppliant beducht zynde dat sommige baatsoekende menschen, soo ras het zelve Werk soude zyn in 't licht gebracht, aanstonts souden trachten naar te drukken, ofte te doen drukken, tot merkelyke schade van de Suppliant, Soo dan omme daar inne te weesen gesecureert, soo keerde zig den Suppliant tot Ons, versoekende ten eynde Wy aan hem gunstelyk geliefden te verleenen Ons Octroy omme het voorsz. Werk, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. met alle de volgende Deelen en Figuren, en in soo veel Deelen en Taalen, en in sulken Formaat, als hy den Suppliant soude goet gevonden werden, voor den tyd van Vyftien eerst achter een volgende Jaaren, alleen ende met uytsluytinge van alle anderen binnen dese Provintie te mogen drukken, doen drukken, ende verkopen; Ende op sodanige Pœne als Wy daar toe soude gelieven te statuëren; SOO IS 'T, dat Wy de zaake en 't versoek voorsz. overgemerkt hebbende, ende genegen wesende ter bede van den Suppliant, uyt Onse regte wetenschap, Souveraine magt ende authoriteyt, den selven Suppliant geconsenteert, geaccordeert ende geoctroyeert hebben; consenteren, accorderen ende octroyeren hem mits desen, dat hy gedurende den tyd van Vyftien eerst agter een volgende Jaaren, het voorsz. Boek, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. doen drukken, binnen den voorschreven Onsen Landen alleen sal mogen drukken, met alle de volgende Deelen en Figuren, en in soo veel Deelen en Taalen en Formaate als den Suppliant sal goed vinden, uytgeven, ende

PRIVILEGIE.

verkopen; Verbiedende daarom allen ende een yegelyken, het ſelve Boek, in't geheel, ofte ten deel naar te drukken, ofte elders naar gedrukt, binnen den ſelven Onſen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verkopen, op de verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, ofte verkogte Exemplaren, ende een boete van drie hondert guldens daaren-boven te verbeuren, te appliceren een derde part voor den Officier, die de Calange doen ſal, een derde part voor den Armen der plaatſe daar het Caſus voorvallen ſal, ende het reſteerende derde part voor den Suppliant. Alles in dien verſtande, dat Wy den Suppliant met deſen Onſen Octroye alleen willende gratificeren, tot verhoedinge van ſyne ſchade, door het naardrukken van het voorſchreve Boek, daar door in geenigen deele verſtaan, den inhouden van dien te authoriſeeren, ofte te advoueren, ende veel min het ſelve onder Onſe Protectie ende beſcherminge eenig meerder Credit, Aanſien, ofte Reputatie te geven; nemaar den Suppliant, in cas daar inne iets onbehoorlyks zoude influeeren, alle het ſelve tot zynen laſte ſal gehouden weſen te verantwoorden; tot dien eynde wel expreſſelyk begeerende, dat by aldien hy deſen Onſen Octroye voor het ſelve ſal willen ſtellen, daar van geen geabrevieerde, ofte gecontraheerde mentie ſal mogen maken, nemaar gehouden ſal weſen het ſelve Octroy, in 't geheel, en ſonder eenige Omiſſie daar voor te drukken, ofte te doen drukken, ende dat hy gehouden zal zyn een Exemplaar van het voorſchreve Boek, gebonden en wel geconditioneert, te brengen in de Biblioteecq van Onſe Univerſiteyt tot Leyden, ende daar van behoorlyk te doen blyken. Alles op pœne van het effect van dien te verlieſen. Ende ten eynde den Suppliant deſen Onſen Conſente ende Octroye mogen genieten als naar behoren; Laſten Wy allen ende een yegelyken die 't aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhoude van deſen, doen, laten ende gedogen, ruſtelyk, vredelyk ende volkomentlyk genieten ende gebruyken; ceſſerende alle belet ter contrarie. Gedaan in den Hage, onder Onſen grooten Zegele hier aan doen hangen, op den twee-en-twintigſten January, in 't Jaar Onſes Heeren ende Zaligmakers ſeventien-hondert en ſes.

A. HEINSIUS.

Ter Ordonnantie van de Staten

SIMON van BEAUMONT.

TA-

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

Sur un nouveau Barometre à l'uſage de la mer. Pag. 1
Sur la dilatation des Vaiſſeaux par la chaleur. 5
Sur l'Aiman & ſur l'aiguille aimantée. 7
Sur la rarefaction & la condenſation de l'air. 12
Sur une irregularité de quelques Barometres. 20
Sur les Tuyaux Capillaires. 27
Sur un nouvel Inſtrument appellé Manometre. 33
Sur les differentes hauteurs de la Seine *en differens temps.* 41
Diverſes obſervations de Phyſique générale. 43
Memoire ſur l'Ambre jaune. 53

ANATOMIE.

Sur la ſtructure des Reins. 57

TABLE

Sur une Matrice double. 59
Diverſes obſervations Anatomiques. 62

CHIMIE.

Sur le Camphre. 74
Sur la Gratiole. 78
Sur la génération du Fer. 81
Diverſes obſervations Chimiques. 83

BOTANIQUE.

Obſervation Botanique. 86

ARITHMETIQUE.

Sur les Quarrez Magiques. 87

ALGEBRE.

Sur une methode générale pour la réſolution des Equations, 103

GEO-

GEOMETRIE.

Sur les Tangentes & les Secantes des Arcs circulaires. 112
Sur les Forces centrales des Planetes. 116

ASTRONOMIE.

Sur les Satellites de Saturne. 147
Sur une nouvelle methode pour les Longitudes. 153
Sur les Taches du Soleil. 158

GEOGRAPHIE. 162

MECHANIQUE.

Sur la réſiſtance des Solides, & ſur la courbure des Reſſorts pliez. 164

Sur les proportions neceſſaires aux diamêtres des Tuyaux, pour donner préciſément certaines quantitez d'eau déterminées. 169

Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en 1705. 173

Eloge de M. Bernoulli. 174

Eloge de M. Amontons. 189

TA-

TABLE
POUR LES
MEMOIRES

Observation de la quantité d'eau de pluie qui est tombée à l'Observatoire Royal pendant l'année derniere 1704, *avec les hauteurs du Barometre & du Thermometre, & des remarques sur les vents qui ont regné.* Par M. DE LA HIRE. Pag. 1

Comparaison des observations sur la pluie & sur les vents, faites par M. de Pont-briant *au Château de* Pont-briant *à deux lieues de* S. Malo, *& vers le bord de la mer pendant l'année* 1704; *avec celles qui ont été faites à l'Observatoire au même temps.* Par M. DE LA HIRE. 6

Reflexions sur les observations de la variation de l'Aiman, faites dans le voyage du Legat du Pape à la Chine *l'an* 1703. Par M. CASSINI le fils. 9

Reflexions sur les observations des Satellites de Saturne & de son Anneau. Par M. CASSINI. 17

De l'Inverse des Tangentes. Par M. ROLLE. 31

Observations sur des playes de ventre. Par M. LITTRE. 40

Du Camphre. Par M. LEMERY. 47

Barometres sans mercure à l'usage de la mer. Par M. AMONTONS. 62

Observations des Taches qui ont paru au mois de

de Janvier de l'année 1705. Par M. CASSINI le fils. 69

Examen d'une Courbe formée par le moyen du cercle. Par M. CARRÉ. 71

Reflexions sur les regles de la condenſation de l'air. Par M. CASSINI le fils. 78

Que les experiences ſur leſquelles on ſe fonde pour prouver que les liquides ſe condenſent & ſe refroidiſſent d'abord avant que de ſe dilater à l'approche de la chaleur, ne le prouvent point, & que cette condenſation apparente eſt purement l'effet de la dilatation du verre & des vaiſſeaux qui contiennent ces liqueurs. Par M. AMONTONS. 100

Obſervations de la declinaiſon de l'Aiman faites dans un voyage de France *aux* Indes Orientales, *& dans le retour des* Indes *en* France *pendant les années* 1703 & 1704. Par M. CASSINI le fils. 107

Experiences ſur les diſſolutions & ſur les fermentations froides de M. Geoffroy, *réiterées dans les Caves de l'Obſervatoire.* Par M. AMONTONS. 111

Suite des Eſſais de Chimie, Art. 3. *Du Souphre principe.* Par M. HOMBERG. 117

Nouvelles Remarques ſur l'Aiman, & ſur les aiguilles aimantées. Par M. DE LA HIRE le fils. 128

Sur la condenſation & dilatation de l'air. Par M. DE LA HIRE le fils. 144

Obſervation ſur les reins d'un Fœtus humain de neuf mois. Par M. LITTRE. 146

Experiences ſur la rarefaction de l'air. Par M. AMONTONS. 155

Des Ecumes Printanieres. Par M. POUPART. 162

Nouvelles conſtructions & conſiderations ſur les Quarrez Magiques, avec les démonſtrations. Par M. DE LA HIRE. 166

De l'Inverſe des Tangentes & de ſon uſage. Par M. ROLLE. 221

Veritable hypothèſe de la réſiſtance des Solides, avec la démonſtration de la courbure des corps qui font reſſort. Par M. BERNOULLI Profeſſeur à Bâle. 230

Obſervations ſur la Gratiole. Par M. BOULDUC. 245

Methode de déterminer les longitudes des lieux de la terre par les Eclipſes des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, pratiquées en diverſes obſervations. Par M. CASSINI le fils. 255

Experiences Phyſiques ſur la refraction des balles de mouſquet dans l'eau, & ſur la réſiſtance de ce fluide. Par M. CARRÉ 277

Comparaiſon des obſervations du Barometre faites par le R. P. Sebaſtien Truchet *avec les nôtres.* Par M. MARALDI. 288

Obſervations ſur les Tangentes. Par M. ROLLE. 291

Remarques ſur quelques experiences faites avec pluſieurs Barometres, & ſur la lumiere que fait un de ceux dont on s'eſt ſervi en l'agitant verticalement. Par M. DE LA HIRE le fils. 296

De la hauteur du mercure dans le Barometres. Par M. AMONTONS. 300

Suite des remarques ſur la hauteur du mercure dans les Barometres. Par M. AMONTONS. 304

Suite des remarques ſur la hauteur du mercure dans les Barometres. Par M. AMONTONS. 307

Eta-

Etabliſſement de quelques nouveaux genres de Plantes. Par M. TOURNEFORT. 310
Experiences ſur les Tuyaux Capillaires. Par M. CARRÉ. 317
Supplément de Trigonometrie, contenant deux Theoremes généraux ſur les Tangentes & les Secantes des angles multiples. Par M. DE LAGNY. 335
Deſcription de l'œuillet de la Chine. Par M. TOURNEFORT. 348
Suite des remarques ſur la hauteur du mercure dans les Barometres. Par M. AMONTONS. 352
Nouvelles reflexions ſur les regles de la condenſation de l'air. Par M. CASSINI le fils. 359
Probleme d'Hydroſtatique. Par M. CARRE. 363
Methodes nouvelles pour former & réſoudre toutes les Equations. Par M. DE LAGNY. 367
Manometre, ou Machine pour trouver le raport de raretez ou rarefactions de l'air naturel d'un même lieu en differens temps, ou de differens lieux en un même ou en differens temps, &c. Par M. VARIGNON. 396
Obſervations ſur les maladies des Plantes. Par M. TOURNEFORT. 437
Experience ſur la chaleur que nous peuvent cauſer les rayons du Soleil reflechis par la Lune. Par M. DE LA HIRE le fils. 455
Du mouvement des Planetes ſur leurs orbes, en y comprenant le mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie. Par M. VARIGNON. 457
Probleme de Chimie. Trouver des cendres qui ne contiennent aucunes parcelles de fer. Par M. GEOFFROY. 478

Conſ-

Conſtruction des Quarrez Magiques dont la racine eſt un nombre pair. Par M. DE LA HIRE. 480

Obſervation ſur la Matrice d'une fille de deux mois. Par M. LITTRE. 504

Conyza montana foliis longioribus ſerratis flore è ſulfureo albicante. *Par M.* CHOMEL. 511

Liinodorum montanum flore ex albo dilute virescente. *Par M.* CHOMEL. 517

Avis au Relieur.

Le Relieur prendra garde que le papier qui eſt à côté des Figures doit être conſervé pour faire déborder les Figures hors du Livre.

Den Boekbinder zy gewaarſchout het papier ter zyde de Figure niet af te ſnyden: maar zodanig in te zetten, dat dezelve buiten het Boek uitſlaan.

HIS-

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.
ANNE'E M. DCCV.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR UN NOUVEAU
BAROMETRE
A L'USAGE DE LA MER.

* PUISQUE les changements de la conſtitution de l'air annoncez & prédits par le Barometre, regardent les vents, les pluyes, les tempêtes, ou la ſerenité du temps, on ne peut douter que ſes prédictions ne fuſſent beaucoup plus utiles ſur la Mer que ſur la Terre. Mais c'eſt juſtement ſur Mer qu'il n'a pu en-

* Voyez les Memoires, pag. 62.

encore être d'aucun uſage. La colonne de Mercure ne faiſant équilibre que par ſa hauteur avec l'Atmoſphere, & cette hauteur ne pouvant être priſe que ſelon une ligne verticale, dès que le Barometre eſt incliné, la hauteur de la colonne de Mercure diminue, l'équilibre eſt rompu, & il ne peut ſe rétablir, à moins que le poids de l'Atmoſphere, alors ſuperieur, preſſant la colonne de Mercure ne la repouſſe en enhaut, & ne l'allonge juſqu'à ce qu'elle ait la même hauteur verticale qu'auparavant. Mais comme un Pendule tiré de ſon point de repos, & remis en liberté d'y retourner, y paſſe & y repaſſe un grand nombre de fois avant que de s'y arrêter entierement, de même, & par la même raiſon, la colonne de Mercure repouſſée en enhaut avec impetuoſité par le poids de l'Atmoſphere, ne ſe remet à la hauteur neceſſaire pour l'équilibre qu'après avoir monté bien des fois au deſſus, & être redeſcendue autant de fois au deſſous, en un mot après pluſieurs vibrations, qui ſont d'autant plus grandes & plus ſenſibles que le Mercure eſt un corps plus peſant, & plus capable de conſerver longtemps un mouvement qu'il a reçû. Or un Vaiſſeau ſur Mer étant dans un balancement continuel, lors même qu'il eſt le moins agité, il eſt clair qu'un Barometre n'y peut jamais avoir le repos neceſſaire pour ſes fonctions.

C'eſt-là ce qui a obligé M. *Amontons* à chercher la conſtruction d'un Barometre, qui ne fût point ſujet à cet inconvenient, & qui pût ſervir ſur Mer. Il en a imaginé un fort ſimple. Ce n'eſt qu'un tuyau recourbé, dont une branche eſt fort longue par rapport à l'autre, qui ſe termine en une aſſez groſſe boule. La longue bran-

branche, toûjours ouverte par le haut, eſt pleine en partie de quelque liqueur, qui ne va de l'autre côté que juſqu'à l'entrée de la boule, où il n'y a que de l'air enfermé. Si l'air exterieur eſt plus peſant que celui de la boule, la liqueur baiſſe dans la longue branche, ſi c'eſt le contraire, elle hauſſe. Comme ce Barometre n'agit que par la difference de l'air exterieur, & de celui de la boule, & non par la hauteur d'une colonne, il eſt clair que les cauſes, qui rendent inutile le Barometre commun, dès qu'il a le moindre mouvement, n'ont point ici de lieu.

Tout l'inconvenient de ce Barometre de Mer, c'eſt qu'il eſt Thermometre auſſi-bien que Barometre ; car & la liqueur & l'air de la boule ſe rarefieront ou ſe condenſeront par l'augmentation ou la diminution de la chaleur. Mais M. *Amontons* a trouvé le remede à ce mal. Il ne ſe contente pas de faire la longue branche d'un fort petit diamêtre, deſorte que la liqueur n'y ſoit qu'en très-petite quantité, ni de choiſir une liqueur très-peu capable de rarefaction, comme de l'Eau ſeconde, ou de l'Huile de tartre, tout cela ne feroit que diminuer l'erreur, il fait une double graduation à l'inſtrument, l'une en tant qu'il eſt Barometre, l'autre en tant qu'il eſt Thermometre. La premiere eſt mobile, & la ſeconde, fixe. Il connoît par le moyen d'un de ſes Thermometres nouveaux à quel degré doit être la liqueur de l'Inſtrument entant que Thermometre, il amene ſur ce degré le milieu de la graduation qu'il doit avoir comme Barometre, & la difference qui ſe trouve entre le degré où il devroit être comme Thermometre & celui où il eſt effectivement,

lui apartient entierement en qualité de Barometre. M. *Amontons* a obſervé pendant un aſſez long-temps, qu'avec cette double graduation, ſon Barometre de Mer étoit auſſi juſte que ſon Barometre rectifié * qui n'eſt que Barometre.

Tout le jeu du Barometre ſimple ordinaire n'a que 2 pouces d'étendue, la colonne de Mercure eſt de 26 pouces 4 lignes dans ſa moindre hauteur, & de 28 pouces 4 lignes dans la plus grande. Par conſéquent il ſuffit que la liqueur contenue dans la longue branche du Barometre de Mer égale en peſanteur ces deux pouces de Mercure, & ſon mouvement qui doit repréſenter celui du Mercure dans l'eſpace de deux pouces, aura d'autant plus d'étendue qu'elle ſera plus legere par rapport au Mercure. Ainſi ſi elle eſt 14 fois plus legere que ce Mineral, ſon mouvement aura 28 pouces d'étendue. Il faut encore ajoûter pour cela que la capacité de la longue branche ſoit extrémement petite par rapport à celle de la boule. Car quand l'augmentation du poids de l'Atmoſphére, par exemple, fait baiſſer la liqueur dans la longue branche, elle paſſe neceſſairement dans la boule, & diminue le volume de l'air qui y eſt enfermé. Elle ne peut diminuer ce volume ſans en augmenter le reſſort, & cet air ayant acquis par-là plus de force, ne permet pas à la liqueur de la longue branche de deſcendre autant qu'elle l'auroit dû par la ſeule peſanteur de l'air exterieur. Mais ſi la boule eſt ſi groſſe par rapport au peu de capacité de la longue branche, que la quantité de liqueur qui paſſe de la branche dans la boule ne cauſe qu'une di-

* Voyez l'Hiſt. de 1704. pag. 1.

diminution insensible au volume de l'air de la boule, alors on peut compter que le mouvement de la liqueur supposée 14 fois plus legere que le Mercure, parcourra les 28 pouces dans toute leur étendue. Si cette hauteur de 28 pouces est incommode dans l'usage, & qu'on veuille accourcir l'Instrument, il n'y a qu'à prendre une liqueur plus pesante, ou un tube dont la longue branche ait plus de capacité par rapport à celle de la boule.

SUR LA DILATATION DES VAISSEAUX PAR LA CHALEUR.

* IL a été dit dans l'Histoire de 1704. † que quand on échauffe avec la main la boule d'un Thermometre, la liqueur qui devroit monter aussi-tôt dans le tuyau, ne monte qu'après avoir un peu baissé. Cette descente si contraire à ce qu'on auroit dû attendre de la chaleur étoit rapportée par M. *Amontons* à la dilatation de la boule, dont la chaleur augmente la capacité, avant qu'elle ait pû agir sur la liqueur même, d'où il suit necessairement que cette liqueur doit baisser quelques instants avant que de monter.

M. *Geofroy* donnoit une autre raison d'un semblable fait. ‡ Il prétendoit qu'à la premiere ap-

* Voyez les Memoires, p. 100. † Pag. 14.
‡ Voyez l'Hist. de 1700. pag. 67. & 68.

approche de la chaleur, les liqueurs commencent par ſe condenſer, & enſuite ſe dilatent, & en imaginoit même quelque raiſon Phyſique, qui avoit la vraiſemblance.

Pour démêler la veritable raiſon, M. *Amontons* jugea qu'il faloit faire l'experience avec deux liqueurs inégalement ſuſceptibles de rarefaction, telles que l'Eſprit de vin & l'Eau ſeconde. La rarefaction & la condenſation n'étant que la même choſe priſe en differents degrez, l'Eſprit de vin qui ſe rarefie plus aiſément que l'Eau ſeconde, ſe condenſera plus aiſément auſſi, & ſi la condenſation des liqueurs à la premiere approche de la chaleur cauſe leur deſcente dans le tuyau du Thermometre, lorſque la boule eſt échauffée, l'Eſprit de vin deſcendra plus vîte & plus bas que l'Eau ſeconde. Au contraire, ſi la dilatation de la boule cauſe cette deſcente, l'Eſprit de vin baiſſera moins que l'Eau ſeconde, parcequ'il recevra plus vîte l'impreſſion de la chaleur, & que la grandeur & la promptitude de ſa rarefaction repareront & ſurmonteront l'effet de la dilatation de la boule. Il pourra même arriver qu'il ne baiſſera point du tout, parce que cet effet de la dilatation de la boule ſera reparé dans le même inſtant par la rarefaction de l'Eſprit de vin.

L'experience décida pour M. *Amontons*. On la tourna même encore autrement pour plus d'aſſurance, la deſcente des liqueurs, & la vîteſſe de la deſcente furent toûjours telles que les demandoit le Syſtême de la dilatation des Vaiſſeaux, & M. *Geofroy*, qui ne cherchoit que la Verité, ſe rendit ſans peine.

SUR

SUR L'AIMAN

ET SUR L'AIGUILLE AIMANTE'E.

* L'Aiman eſt une ſource inépuiſable de Phenomenes ſurprenans & ſinguliers, qui attireroient la curioſité de ceux même, qui ont le moins d'attention à obſerver la Nature; mais de plus ces Phenomenes ſont devenus importants par le rapport qu'ils peuvent avoir à la Bouſſole, & à la Navigation. L'eſtime du chemin d'un Vaiſſeau ſe regle ſur la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée, & ſi dans un même lieu & dans un même temps, cette déclinaiſon peut être differente par des cauſes particulieres, on ſera expoſé à tomber dans des erreurs dangereuſes. C'eſt par cette raiſon que M. *de la Hire* le fils a examiné ſi une même Aiguille, ou plûtôt deux Aiguilles parfaitement ſemblables, pouvoient avoir differentes déclinaiſons pour avoir été touchées par differents Aimans. Heureuſement il a trouvé que non, & c'eſt une cauſe d'erreur que l'on a de moins à craindre; mais il a trouvé auſſi que la differente fabrique des Aiguilles, ou leur differente figure, pouvoit mettre quelque varieté dans leur déclinaiſon.

Ce reſultat des expériences paroît aſſez conforme au Syſtême qu'on s'eſt fait de l'Aiman, ſur les vûes que M. *Deſcartes* a données. La matiere qui paſſe au travers de chaque Aiman, &

* Voyez les Memoires, pag. 128.

& qui entrant & ſortant par ſes Poles, & rentrant d'où elle eſt ſortie, forme un Tourbillon alentour, a la même direction de mouvement que celle qui forme un Tourbillon général autour de la Terre, le premier de tous les Aimans, & par conſéquent elle a la même direction en differents Aimans, ſoit forts, ſoit foibles; car leur force ou leur foibleſſe ne vient que d'une plus grande ou moindre quantité de cette matiere magnetique, & la direction du mouvement ne change pas ſelon cette quantité. Mais il eſt clair qu'elle peut changer ſelon que les differentes parties d'une Aiguille de fer dans laquelle la matiere magnetique s'ouvre un paſſage, ſeront differemment diſpoſées à la recevoir, ou, ce qui eſt la même choſe, heterogenes, ou même ſelon que l'Aiguille ſera d'une figure capable de modifier differemment en ſes differentes parties le cours de la matiere magnetique. On verra ſur cela dans le Memoire de M. *de la Hire* le fils ſes experiences, & des détails de pratique aſſez délicats.

On reconnoît pour Aiman toute matiere ou maſſe, autour de laquelle la matiere magnetique forme naturellement un Tourbillon, & l'on découvre ſenſiblement ce Tourbillon par ſes deux Poles qui ont des vertus & des effets contraires. Si une maſſe revêtue d'un ſemblable Tourbillon attire par un certain bout une Aiguille de fer, elle la repouſſera par le bout oppoſé. Tout Tourbillon, dès qu'il exiſte, a néceſſairement ces deux effets contraires; mais il peut d'ailleurs être ſi foible qu'il ne ſoûtiendra pas le plus petit morceau de fer ou de limaille, attaché à la maſſe qu'il envelope. Ainſi le caractere eſſentiel, & la marque ſûre d'un

Ai-

Aiman, ce ſont les deux Poles, ſuppoſé qu'il les ait par lui-même. Une Aiguille aimantée n'eſt pas un Aiman, quoiqu'elle ait deux Poles : car elle ne les a que parce qu'elle a été aimantée ou touchée d'une Pierre d'aiman. Mais on a obſervé, il y a déja du temps, que ce que le fer n'eſt pas par lui-même, la rouille de fer l'étoit quelquefois, je veux dire, un veritable Aiman. M. *de la Hire* le pere ayant enfermé dans une Pierre qu'il laiſſa à l'air, des fils placez dans le plan du Meridien, de maniere qu'ils faiſoient avec l'horiſon de ce pays-ci le même angle que la matiere magnetique qui circule autour de la Terre, a trouvé au bout de dix ans, que ces fils, qu'il avoit pris aſſez déliez, étoient entierement changez en rouille, & en même temps étoient devenus des aimans veritables. Il en avoit aimanté quelques-uns, avant que de les enfermer dans la pierre, & ceux-là n'acquirent pas une plus forte vertu d'Aiman que les autres, tant le paſſage ſeul de la matiere magnetique du Tourbillon de la Terre dans ces fils bien diſpoſez à la recevoir ſelon ſa direction, eut de force pour les aimanter.

Du fer entiérement rouillé étant friable, & propre à ſe mettre en pouſſiere, au lieu qu'il étoit auparavant mou, & malleable, il doit être devenu par-là plus ſemblable à une Pierre, & par conſéquent à un Aiman, dont il tient toûjours beaucoup par la configuration de ſes pores. Auſſi M^rs. *de la Hire* croyent-ils qu'une Pierre ferrugineuſe, ou de la Mine de fer eſt preſque toûjours un Aiman, quoique ſouvent aſſez foible.

Nous avons parlé dans l'Hiſtoire de 1701.*

* Pag. 11. & ſuiv.

du Syſtême de M. *Halley* ſur la déclinaiſon de l'Aiman, & de cette Courbe qui ſelon ſes obſervations étant exempte de déclinaiſon, embraſſe le Globe de la Terre, & qui eſt le terme d'où l'on doit compter toutes les déclinaiſons Orientales & Occidentales. Mrs. *de la Hire* ont repréſenté le Globe terreſtre par une Pierre d'Aiman qu'ils ont entre les mains, mediocrement bonne, qui peſe 100. livres, & a près d'un pied de diamêtre. Ils l'ont arrondie, & après avoir trouvé ſes Poles, ils ont tracé ſur ſa ſurface un Equateur & des Meridiens. Une Aiguille de Bouſſole placée ſur ces differents Meridiens, a tantôt une déclinaiſon vers l'Eſt, tantôt vers l'Oueſt, & tantôt elle n'en a point; ce qui eſt tout-à-fait conforme au Syſtême de M. *Halley*, & en donne une image ſenſible.

Il eſt plus que vraiſemblable que la variation & l'inégalité des déclinaiſons ſur l'Aiman de Mrs. *de la Hire*, viennent de ce que les parties veritablement magnetiques de cette Pierre ſont mêlées avec d'autres parties heterogenes, irrégulierement ſemées & répandues. Il en va de même de la Terre qui eſt un Aiman encore plus mêlé. Mais il ſe fait dans la Terre des générations nouvelles, & non pas dans la Pierre d'Aiman, & de-là vient que les déclinaiſons qui ſeront toûjours les mêmes aux mêmes endroits de cette Pierre, ſont changeantes ſur le Globe terreſtre.

La lenteur des générations qui ſe font dans le ſein de la Terre, & celle des changements de déclinaiſon qui ne ſont guére que de 12 minutes par an dans un même lieu, conviennent aſſez enſemble; mais il paroît que quand quelqu'une de ces générations, qui dans le temps qu'el-

qu'elle ſe formoit & ſe perfectionnoit, détournoit toûjours de plus en plus l'Aiguille du Nort vers l'Oueſt, par exemple, eſt enfin parvenue à ſa derniere perfection, l'Aiguille devroit être quelque temps *ſtationnaire* & arrêtée au même point de déclinaiſon parce qu'il n'eſt guére vraiſemblable qu'il ſe faſſe auſſitôt dans la Terre une autre génération, qui donne à l'Aiguille un mouvement contraire, & la rappelle de l'Oueſt au Nort, & de-là à l'Eſt, cependant on ne voit pas que l'Aiguille ait de ces ſortes de ſtations; mais il eſt vrai auſſi qu'il n'y a pas beaucoup plus de 100 ans que l'on obſerve les déclinaiſons, & dans un temps ſi court par rapport à la lenteur de ce mouvement, on n'a pas encore des obſervations en aſſez grand nombre. C'eſt pour cela que Mrs. *de la Hire* apportent tant de ſoin à celles qu'ils font depuis plus de 20 ans à l'Obſervatoire, & en tiennent un Regiſtre ſi exact. Il peut arriver que ſur ces ſortes de matieres le temps donne le Syſtême, en donnant une quantité de Phenomenes ſuffiſante.

Comme l'Academie a trouvé l'idée de M. *Halley* ſur les variations de l'Aiman très-belle & digne d'être ſuivie avec beaucoup d'attention, les occaſions que l'on a eues de l'examiner, & de la verifier n'ont pas été negligées. * M. *Caſſini* le fils ayant entre les mains des obſervations ſur la déclinaiſon faites par M. *de May* Miſſionnaire pendant le voyage qu'il a fait à la *Chine* en 1703. avec le Légat du Pape, & les ayant rapportées ſur la Carte générale des déclinaiſons dreſſée par M. *Halley* pour l'année 1700,

* Voyez les Memoires, pag. 9. & 107.

1700, il a trouvé tant de conformité ou de ſi légeres differences que le Syſtême du ſavant *Anglois* en eſt extrémement confirmé.

Il y a plus. Suppoſé que par d'autres obſervations ce Syſtême continuât à être auſſi heureux, & auſſi juſte, M. *Caſſini* le fils lui donne un uſage, auquel on ne ſait ſi M. *Halley* a penſé. C'eſt la détermination des Longitudes, du moins en quelques endroits du Globe terreſtre, où les Cercles de déclinaiſon de M. *Halley* different peu des Meridiens; car les déclinaiſons étant poſées ſur tout le Globe, on ſauroit en ces lieux-là par la déclinaiſon que l'on trouveroit, ſous quel Meridien on ſeroit arrivé. Il eſt vrai que les déclinaiſons changent toûjours; mais on commence à ſavoir, & on ſaura un jour encore mieux, quel changement répond à chaque année. Enfin il paroît que nous ſommes à cet égard ſur de bonnes voyes; mais il n'y a point de chemin qui ſe puiſſe faire qu'en un certain temps.

SUR LA RAREFACTION ET LA CONDENSATION DE L'AIR.

* LA Rarefaction, ou, ce qui eſt la même choſe priſe à contreſens, la Condenſation de l'Air, a aſſez occupé l'Academie pendant

* Voyez les Memoires, pag. 78. 144. 155. 288. 359.

dant cette année. Quoique cette matiere ſoit une de celles où la Philoſophie moderne a le plus réuſſi, quoiqu'elle ait été tournée en mille façons par un grand nombre d'Experiences, on va voir qu'elle n'eſt pas encore bien parfaitement connue, & qu'il nous reſte beaucoup à deſirer pour le Syſtême.

Feu M. *Mariotte* a établi par expérience que les differentes condenſations de l'Air ſuivoient la proportion des poids dont il étoit chargé. En ſuppoſant d'ailleurs que le Mercure au bord de la Mer ſe tienne dans le Barometre à 28 pouces, qui égalent par conſéquent le poids de toute l'Atmoſphére, & qu'au niveau de la Mer 60 pieds d'air en hauteur faſſent équilibre avec une ligne de Mercure, de ſorte que le Barometre porté à 60 pieds au deſſus de la Mer deſcendroit d'une ligne, il eſt très-aiſé de trouver, par le principe de M. *Mariotte*, quelle hauteur d'air répondroit à une ſeconde ligne de Mercure; car comme 28 pouces de Mercure moins une ligne ſont à 28 pouces, ainſi une hauteur de 60 pieds d'air ſera à un quatriéme terme, qui eſt la hauteur d'air correſpondante à la ſeconde ligne de Mercure. On trouvera de même toutes les autres hauteurs d'air correſpondantes à chaque ligne, & toûjours plus grandes, puiſqu'elles ſont chargées d'un moindre poids de l'Atmoſphére. Elles feront neceſſairement une progreſſion géometrique, & il ne faut qu'avoir la ſomme de cette progreſſion pour déterminer la hauteur de toute l'Atmoſphére. Par conſéquent une certaine partie de cette ſomme donnera la hauteur d'une Montagne, au ſommet de laquelle le Barometre ſera deſcendu d'une certaine quantité.

M. *Mariotte*, apparemment pour la facilité du calcul, changea ſa progreſſion géometrique en arithmetique, & prétendit que ce changement ne produiſoit pas d'erreur conſiderable. Il appliqua ſa nouvelle progreſſion à deux obſervations de hauteurs de Montagnes, faites par le Barometre, & trouva que ſon calcul en approchoit aſſez.

Mais Mrs. *Caſſini* & *Maraldi* ayant meſuré par le Barometre la hauteur de pluſieurs Montagues, ainſi qu'il a été dit dans l'Hiſt. de 1703,* ils reconnurent que ni le principe de M. *Mariotte*, ou la progreſſion géometrique qui s'en enſuit, ni la progreſſion arithmetique qu'il y ſubſtitue, ne répondoient aſſez juſte à leurs obſervations, & qu'elles s'en écartoient d'autant plus que les hauteurs des Montagnes étoient plus grandes. M. *Caſſini* le fils prit la peine de dreſſer une Table de toutes les hauteurs d'air telles que les donne la progreſſion géometrique de M. *Mariotte* depuis le niveau de la Mer, juſqu'à une hauteur où le Barometre baiſſeroit de 7 pouces. Ces hauteurs ſe trouvent toûjours moindres que celles que donne la progreſſion arithmetique, & celles-ci moindres encore que celles qui ont été obſervées. Ce fut par cette raiſon que Mrs. *Caſſini* & *Maraldi* établirent une nouvelle progreſſion arithmetique, qui s'accorde beaucoup mieux avec les obſervations. Elle a été rapportée dans l'endroit ci-deſſus cité de l'Hiſtoire de 1703.

Puiſque les hauteurs des Montagnes telles qu'on les trouve par la progreſſion géometrique de M. *Mariotte* ſont toûjours beaucoup trop petites, il s'enſuit que cette progreſſion donne auſſi les rarefactions de l'Air à differen-

* Pag. 13. & ſuiv.

tes

tes hauteurs plus petites qu'elles ne doivent être; car ce n'eſt que de ces rarefactions que l'on conclut les hauteurs, & parconſéquent la rarefaction de l'Air à ces differentes hauteurs eſt réellement plus grande, ou, ce qui revient au même, ſa condenſation eſt plus petite, que ſi elle ſuivoit, ſelon M. *Mariotte*, la proportion des poids.

Nous avions déja dit dans l'Hiſtoire de 1702 * que la regle de M. *Mariotte* ne pouvoit être vraye ſans reſtriction, & qu'elle devoit ſe renfermer dans les rarefactions ou condenſations moyennes. En effet M. *de la Hire* ayant voulu autrefois la verifier par expérience, & d'une maniere très-ſimple, prit un Reſſort qu'il allongeoit par differents poids, & il en trouva toûjours les extenſions proportionnelles à ces poids, tant qu'elles n'étoient que moyennes. Cela s'applique de ſoi-même à l'Air qui eſt une matiere à reſſort. Enfin il eſt viſible par le raiſonnement, que la proportion des poids ne peut ſubſiſter que dans les extenſions ou condenſations moyennes, car un corps comprimé & réduit, par exemple, à la moitié de ſa premiere hauteur par un certain poids, ſeroit donc réduit à une hauteur nulle ou à rien par un poids double, & à moins que rien par un plus grand poids, ce qui eſt entierement abſurde.

Cependant il faut avouer qu'en faiſant d'autres Expériences que celles dont nous avons parlé juſqu'ici, la propoſition de M. *Mariotte* ſe trouve vraye, même dans de très-grandes rarefactions de l'Air. On prend un tuyau plus long que 28 pouces, que l'on ne remplit pas entierement de Mercure, & où il reſte par conſéquent une certaine quantité d'air. On le renverſe

* Pag. 2.

verſe enſuite à la maniere ordinaire dans un vaſe plein de Mercure, & auſſi-tôt l'air qu'on a laiſſé dans le tuyau gagne le haut. Le Mercure de ce tuyau ne peut pas ſe tenir ſuſpendu à la hauteur de 28 pouces, parce qu'il n'eſt pas ſeul à ſoûtenir le poids de l'Atmoſphére, & qu'il eſt aidé par l'air enfermé avec lui. Il deſcend donc plus bas que les 28 pouces, & l'Air qui doit occuper l'eſpace abandonné par le Mercure ſe dilate neceſſairement, & perd en même temps quelque choſe de ſa force de reſſort, de maniere que le reſſort affoibli de cet Air, & la hauteur à laquelle le Mercure eſt demeuré ſuſpendu, par exemple, 26 pouces, font enſemble équilibre à tout le poids de l'Atmoſphére, égal à 28 pouces de Mercure, ou, ce qui revient au même, l'Air dilaté dans le tuyau eſt alors chargé d'un poids égal à 2 pouces de Mercure, au lieu que ce même Air, tel qu'on l'avoit d'abord enfermé dans le tuyau, étoit dans l'état de condenſation où l'avoit mis le poids de toute l'Atmoſphére qu'il ſoûtenoit. Or la longueur du tuyau, la quantité d'air qu'on y a laiſſée, le nouvel eſpace qu'occupe cet air après le renverſement, & la hauteur où ſe tient le Mercure étant des choſes connues, il eſt aiſé de voir ſi les deux eſpaces qu'occupe l'Air avant & après le renverſement ſont proportionnels aux differents poids dont il eſt chargé. M. *Mariotte* avoit trouvé dans cette expérience la proportion aſſez juſte, & c'eſt ſur quoi il avoit fondé ſa regle générale.

Comme il y avoit quelque lieu de la revoquer en doute, M. *Caſſini* le fils recommença des expériences pareilles à celles de M. *Mariotte*, & le ſuccès en fut toûjours conforme à ſon prin-

principe. Il eſt vrai qu'il ſembloit quelquefois ne l'être pas, & l'on trouvoit l'air plus ou moins dilaté qu'il ne faloit ; mais on doit obſerver qu'il eſt très-difficile & peut-être impoſſible d'avoir des tuyaux dont le diamêtre interieur ſoit par tout exactement égal. S'il eſt plus grand au haut du tuyau, c'eſt-à-dire dans l'eſpace qu'occupe l'air après le renverſement, l'Air paroît moins dilaté qu'il ne l'eſt en effet, c'eſt le contraire ſi le diamêtre du tuyau eſt plus petit. M. *Caſſini* le fils meſuroit donc exactement par des quantitez égales de Mercure qu'il verſoit les unes après les autres dans un tuyau, les differentes capacitez qu'il pouvoit avoir en differentes parties de ſa longueur, & cela étant connu, il voyoit que les obſervations ſe raprochoient aſſez du principe de M. *Mariotte* pour devoir le confirmer. On ne compte pas de legeres differences qui pouvoient reſter encore, ou même venir d'ailleurs, elles ſont inévitables dans toute operation.

Il eſt viſible par ce qui a été dit, que plus un tuyau excede la longueur de 28 pouces, & en même temps moins on y laiſſe d'air avant le renverſement, plus cet air après le renverſement doit être dilaté. Il eſt difficile d'avoir de fort longs tuyaux, & ceux de M. *Caſſini* le fils n'avoient guere que 44 pouces. M. *Amontons* pour faire l'expérience plus en grand s'aviſa de faire faire un tuyau dont un bout ſe terminoit en une très-groſſe Olive de la figure d'un cervelas. Ce bout étoit celui d'enhaut après le renverſement, deſorte que l'air qui y montoit ſe dilatoit beaucoup dans un ſi grand eſpace, & telle étoit la capacité de cette Olive que quant à cette dilatation de l'air elle valoit un tuyau qui

qui eût eu 475 pouces de long & un diamêtre égal à celui d'un tuyau ordinaire long de 46 pouces qu'avoit M. *Amontons*. Le tuyau entier avec ſon Olive valoit un tuyau long de près de 512 pouces, & du même diamêtre que celui de 46 pouces.

M. *Amontons* fit les expériences avec ce nouveau tuyau, & n'y ayant laiſſé une fois que 2 pouces 6 lignes d'air, il trouva qu'après le renverſement cet air devoit s'être dilaté près de 200 fois plus qu'il n'étoit auparavant, & que cette grande dilatation ſuivoit encore la proportion de M. *Mariotte*. A plus forte raiſon de moindres dilatations la ſuivoient-elles.

Voilà ce qui peut ſurprendre les Phyſiciens même. Les differentes dilatations où eſt l'Air depuis le niveau de la Mer juſqu'au haut des Montagnes, ne conſervent pas la proportion des poids, & elles la conſervent d'autant moins que ces Montagnes ſont plus élevées, c'eſt-à-dire, que dans cette étendue les dilatations des deux extrémitez ſont trop differentes entre-elles pour être renfermées les unes & les autres dans les bornes des dilatations moyennes où la proportion peut avoir lieu; & cependant quelles Montagnes a-t-on jamais vûes, où l'air loin d'être dilaté 200 fois plus qu'il ne l'eſt au niveau de la Mer, le fût ſeulement une fois davantage? car il faudroit pour cela que le Mercure ſur le haut de ces Montagnes baiſſât de 14. pouces ſelon la regle de M. *Mariotte*, & à peine baiſſe-t-il de 5 ou 6 ſur les plus hautes où l'on ait obſervé. Comment donc l'Air auſſi prodigieuſement dilaté qu'il l'eſt dans le tuyau à Olive de M. *Amontons* ſuit-il la proportion des poids, & comment ne la ſuit-il plus dans le

le peu de dilatation qu'il a au haut des Montagnes? l'Air libre eſt-il different de celui qu'on enferme dans un tuyau? ou l'Air qui eſt depuis la ſurface de la Terre juſqu'au haut des Montagnes doit-il être conſideré comme une matiere heterogene & inégalement ſuſceptible de dilatation en ſes differentes parties, deſorte qu'il entrera dans ſes differentes dilatations quelque autre principe que l'inégalité des poids, au lieu que l'Air pris ſur la ſurface de la Terre ſera parfaitement homogene, & ne ſe dilatera ou ne ſe condenſera que ſelon les poids?

Il y a du moins quelque apparence que l'Air dilaté dans un tuyau n'eſt pas tout à fait de la même nature que l'Air du haut d'une Montagne. Si l'on met de l'eau tiéde dans la Machine du vuide, elle bout très-fort, dès qu'on a pompé la moitié de l'air, parce que celui qui étoit naturellement mêlé dans cette eau, & qu'on avoit déja un peu échauffé, étant ſoulagé de la moitié du poids qui le preſſoit, tend à ſe dégager entierement. De-là M. *Mariotte* avoit conjecturé que ſi l'on étoit à une hauteur où le poids de l'Atmoſphére fût diminué de moitié, le ſang, beaucoup plus chaud que de l'eau tiéde, & toûjours plein d'air, bouillonneroit de maniere qu'il ne pourroit plus circuler, & il faut convenir que la conjecture étoit aſſez bien fondée. Cependant Mrs. *Caſſini* & *Maraldi* qui ont monté à des hauteurs, où, ſelon leur calcul, le poids de l'Atmoſphére étoit à peu près la moitié moindre, n'ont ſenti aucune incommodité cauſée par la rarefaction de l'Air. Beaucoup de gens qui ont été encore plus haut, ne s'en ſont pas aperçûs davan-

vantage. On peut donc ſoupçonner qu'il y a quelque difference entre l'air libre & l'air d'un tuyau, également rarefiez l'un & l'autre.

Quoiqu'il en ſoit, toute cette matiere demande encore de grands éclairciſſements. M. *Amontons* avoit imaginé, & il commençoit à exécuter des expériences qui auroient pû donner de nouvelles lumieres ; mais il mourut. L'Academie ne perdra pas de vûe ce deſſein. Juſqu'à préſent il faut ſe contenter de bien connoître la difficulté ; car c'eſt-là une connoiſſance, & quelquefois même aſſez conſiderable.

SUR UNE IRREGULARITE' DE QUELQUES BAROMETRES.

* VOICI encore, à peu près ſur la même matiere, de grands ſujets de doute, & un nouveau beſoin d'éclairciſſements.

Il y a déja quelque temps qu'on avoit remarqué à l'Obſervatoire que deux Barometres ſimples, remplis du même Mercure, chargez de la même maniere, pareils en tout, pouvoient cependant ne s'accorder jamais, c'eſt-à-dire n'être jamais exactement & préciſément à la même hauteur. Comme la difference étoit lege-

* Voyez les Memoires, pag. 300. 304. 307. 352.

legere, & que l'on eſt accoûtumé à ne trouver jamais une entiere préciſion dans tout ce qui eſt d'exécution & de pratique, on n'étoit pas fort ſurpris de ce Phenomene, & on ſe contentoit d'en rapporter la cauſe en général à quelque différence de conſtruction inſenſible & inévitable.

Mais un Barometre ſimple de M. le Chancelier, dont on verra l'Hiſtoire dans les Memoires de M. *Amontons*, & qui ſe tenoit 18 ou 19 lignes plus bas que les autres, étonna fort toute l'Academie. Quand on l'inclinoit, & que l'on faiſoit venir le Mercure juſqu'au haut du tuyau, il le rempliſſoit exactement, & l'on n'y voyoit aucune bulle d'air, d'où l'on concluoit neceſſairement que le vuide étoit parfaitement bien fait, & qu'il n'étoit reſté aucun air qui pût tenir le Mercure plus bas qu'il ne devoit être.

Ce n'étoit point non plus que le Mercure eût une peſanteur extraordinaire, car, outre que l'on n'a point encore vû un Mercure qui peſât plus qu'un autre, quand on mettoit d'autre Mercure dans ce même tuyau, il ne ſe tenoit pas plus haut, & le Mercure de ce tuyau tranſporté dans un autre s'y tenoit à la hauteur qu'avoient les autres Barometres en ce temps-là. D'où pouvoit donc venir une ſi grande inégalité de hauteur, & une ſi étrange irrégularité ?

Lorſque M. *Amontons* apporta ce nouveau fait dans une Aſſemblée, on propoſa ſur le champ pluſieurs penſées differentes. Les uns conjecturoient qu'il peut y avoir une matiere moyenne entre la matiere ſubtile qui remplit le haut des Barometres, & l'air groſſier que le

verre

verre empêche d'y entrer, & que le verre du Barometre de M. le Chancelier pouvoit avoir des pores plus grands que les verres ordinaires, & laiſſer entrer cette matiere, dont le poids abaiſſoit ſi conſiderablement le Mercure. D'autres croyoient que ce tuyau pouvoit avoir quelque humidité graſſe, dans laquelle étoit contenu de l'air qui ſe dilatoit beaucoup dès que le vuide étoit fait. D'autres enfin ſoupçonnoient que peut-être ce verre étoit tel, que le Mercure en corrodoit la ſubſtance, & par-là dégageoit de l'air enfermé dans ſes cellules, & en effet, en examinant ce verre avec un Microſcope, ils croyoient le voir plein de bulles, comme les larmes de *Hollande*, du moins en ſa partie ſuperieure. Chacun propoſoit les expériences, qui pouvoient appuyer ou détruire ſon opinion, mais on ne pouvoit pas les faire toutes ſur un même tuyau, & il y en avoit quelques-unes dont le ſuccès dépendoit d'un temps aſſez long.

M. *Amontons* étoit perſuadé qu'il entroit de l'air ſubtil par les pores du tuyau de M. le Chancelier; & comme c'étoit lui qui en étoit ſaiſi & que le fait avoit d'abord paſſé par ſes mains, il fut chargé par l'Academie d'examiner cette matiere, & il commença par les expériences qui avoient rapport à ſon opinion.

Il s'apperçut d'abord d'une nouvelle circonſtance du Phenomene aſſez ſinguliere; c'eſt qu'ayant pluſieurs fois vuidé & rechargé de Mercure ce tuyau qui étoit le ſujet de toutes ſes recherches, il trouva qu'après cela ſa difference de hauteur d'avec les autres Barometres étoit diminué de moitié, & qu'il n'étoit plus que de 9 lignes plus bas.

En-

Enſuite on vint à ſavoir que quelque temps auparavant il avoit été lavé en dedans avec de l'Eſprit de vin par M. *Homberg* qui en avoit voulu ôter une tache, après quoi le Mercure s'y étoit tenu plus bas que dans les autres Barometres, & alors M. le Chancelier s'étoit aperçû de ſon irrégularité.

M. *Amontons* crut que tout cela s'accordoit aſſez bien avec ſa penſée. L'Eſprit de vin ayant bien nettoyé le verre avoit enlevé de dedans ſes pores tous les petits corpuſcules étrangers qui auroient fermé le paſſage à l'air, & ce même tuyau ayant été pluſieurs fois déchargé de ſon Mercure & rechargé depuis qu'il étoit entre les mains de M. *Amontons*, le Mercure y avoit laiſſé quelque eſpece de craſſe fort déliée, qui avoit bouché une partie des pores du verre, ou en avoit rendu le paſſage plus difficile. De-là venoit que le Mercure n'y étoit plus ſi bas. Et en effet M. *Amontons* ayant de nouveau lavé ce tuyau avec de l'Eſprit de vin, le Mercure s'y remit enſuite auſſi bas qu'il étoit d'abord.

Cette craſſe que l'on ſuppoſe que le Mercure peut laiſſer en paſſant & repaſſant pluſieurs fois dans un même tuyau ne manque pas tout à fait de vraiſemblance. M. *Amontons* fit voir des Bouteilles où il y avoit du Mercure, qu'il avoit portées dans ſes poches pendant un an & plus. Non ſeulement elles étoient devenues fort ſales en dedans, mais une partie du Mercure s'étoit changée en une poudre noirâtre, ce qui convient parfaitement avec ce qui a été dit ſur ce ſujet dans l'Hiſtoire de 1700. * mais comme

* pag. 9.

comme il paroît que le Mercure ne produit cette ſaleté, que par un mouvement répeté un grand nombre de fois, & pendant un long temps, il reſte à ſavoir ſi elle peut être produite dans un tuyau qui aura été déchargé & rechargé, peut-être cinq ou ſix fois. Il eſt vrai que l'on n'a beſoin ici que d'une ſaleté inſenſible.

Si la conjecture de M. *Amontons* étoit vraie, un tuyau d'une matiere plus poreuſe que le verre, & chargé de Mercure comme un Barometre, devoit laiſſer paſſer un air moins ſubtil, ou en laiſſer paſſer une plus grande quantité que le tuyau de M. le Chancelier. Ce fut dans cette vûe que M. *Amontons* prit un moyen canon de fuſil, long d'un peu plus de 34 pouces, & en fit une eſpece de Barometre. Mais le fer n'étant pas tranſparent, la difficulté étoit de ſavoir à quelle hauteur ſe tiendroit le Mercure dans ce Barometre nouveau. On verra dans le Memoire de M. *Amontons* un expedient aſſez ingenieux qu'il imagina. Cela fait, il ſe trouva que le Mercure étoit dans le tuyau de fer 52 lignes plus bas que dans les tuyaux de verre ordinaires.

Ce tuyau ayant été laiſſé en experience comme un Barometre, le Mercure y baiſſa toûjours, mais lentement, c'eſt-à-dire qu'il en ſortoit toûjours, deſorte qu'au bout de 30 ou 31 heures, il n'y en reſtoit qu'à peu près la onziéme partie de ce qu'il y en avoit eu immédiatement après le renverſement. Peut-être y avoit-il dans ce canon quelque fente ou quelque ouverture imperceptible, par où l'air s'inſinuoit toûjours; mais enfin on ne pouvoit attribuer à cette cauſe le peu de hauteur où s'étoit

tenu le Mercure auſſitôt après le renverſement du tuyau, puiſque les diminutions de hauteur qui ſe faiſoient que dans de certains temps, & avec aſſez de lenteur.

M. *Amontons* qui avoit obſervé dans cette experience la durée des écoulemens du Mercure, & leur differente quantité en certains temps, avoit deſſein de recommencer le tout pluſieurs fois, & de voir ſi les écoulemens n'auroient pas été plus lents en hiver qu'en été, ce qui auroit pû avoir ſon uſage par rapport à la Tranſpiration, & fût peut-être devenu plus important que la premiere recherche, mais, ainſi que nous l'avons déja dit, il mourut, au milieu de tant d'entrepriſes, que l'on peut dire qui avoient beſoin de lui.

Il ne faut donc pas encore trop compter ſur l'experience du tuyau de fer qui n'a été faite qu'une fois. Peut-être même a-t-on ſuppoſé trop legérement que le fer fût plus poreux, & plus facilement pénetrable à l'air que le verre. Enfin pluſieurs Academiciens ne convinrent point du Syſtême de M. *Amontons*.

Ils ſoûtenoient que l'experience du Barometre de M. le Chancelier étoit trop ſinguliere, pour devoir rendre ſuſpectes une infinité d'experiences précedentes dans leſquelles on avoit toûjours ſuppoſé qu'aucun verre ne laiſſoit paſſer aucune matiere capable de peſer ſur le Mercure. M. *Homberg* en particulier rapportoit tout le Phenomene à l'Eſprit de vin dont le tuyau avoit été lavé. Pluſieurs goutelettes de cette liqueur ſubtile s'étoient logées dans les pores du verre, d'où elles étoient ſorties dans l'inſtant que le vuide s'étoit fait, & s'étant extrémement rarefiées, avoient abaiſſé le Mer-

cure. Il prétendoit que le tuyau ayant été lavé avec de l'eau on voyoit le même effet, & que des particules aqueuſes ſe rarefioient de la même maniere, & devenoient vapeurs; & pour preuve de cela, ſi ces tuyaux après avoir été lavez étoient bien ſechez au feu, le Mercure y reprenoit ſa hauteur naturelle.

M. *Amontons* oppoſoit à ce raiſonnement, qu'il étoit incroyable que quelques goutelettes d'Eſprit de vin ou d'eau, d'extrémement rarefiées, & par conſéquent extrémement affoiblies quant à leur force de reſſort, en euſſent cependant une égale à 18 lignes de Mercure, qu'en inclinant ces tuyaux, où l'on prétendoit qu'étoient contenues ces matieres rarefiées, & en faiſant venir le Mercure juſqu'au haut, on auroit donc dû voir ces mêmes matieres recondenſées par le poids du Mercure, former des bulles pareilles à celles que forme l'air, pour peu qu'il en ſoit reſté dans le tuyau, & que cependant on ne voyoit rien de ſemblable; qu'afin que de l'air laiſſé dans le tuyau abbaiſſât le Mercure de 18 lignes, il en faloit laiſſer une quantité fort conſiderable, & entierement diſproportionnée à celle de ces goutelettes, auſquelles on attribuoit le même effet. Enfin M. *Amontons* montroit deux tuyaux neufs, pris chez le Sieur *Deville* Emailleur, que l'on ne pouvoit ſoupçonner d'avoir jamais été lavez ni avec de l'Eau ni avec de l'Eſprit de vin, & où le Mercure ſe tenoit 6 à 7 lignes plus bas que dans les autres Barometres. Ce qui eſt encore favorable au Syſtême de M. *Amontons*, c'eſt que cette différence de hauteur diminuoit, à meſure qu'il les déchargeoit & rechargeoit de Mercure.

Que

Que conclurre de tout cela ? rien encore. L'Academie remet la déciſion aux experiences qu'elle fera, & peut-être en faudra-t-il une longue ſuite. Elle ne prétend pas ne faire au Public que l'Hiſtoire de ſes découvertes, elle croit lui devoir auſſi celle de ſes doutes, & elle verra avec une extrême ſatisfaction que ſes doutes contribuent aux découvertes d'autrui.

SUR LES TUYAUX CAPILLAIRES.

* UN Tuyau ouvert par les deux bouts, étant à demi plongé dans une liqueur, elle y entre, & s'y met au niveau du reſte de ſa ſurface, à moins que le Tuyau ne ſoit *Capillaire*, c'eſt-à-dire d'un fort petit diamêtre; alors il arrive ordinairement qu'elle monte au deſſus de ſon niveau. Je dis ordinairement, car la liqueur peut être telle, & le Tuyau d'un ſi petit diamêtre, qu'elle demeurera au deſſous, ou même n'entrera point du tout dans le tuyau. C'eſt ce qu'on a éprouvé avec du Mercure. Mais il ne s'agit maintenant que de l'élevation des liqueurs au deſſus de leur niveau dans les Tuyaux Capillaires, le ſecond cas viendra ſans peine à la ſuite du premier.

Cette élevation des liqueurs n'eſt point une exception peu importante de la regle générale, & la recherche des cauſes n'eſt point une vaine cu-

* Voyez les Memoires pag. 317.

curioſité. Le corps humain eſt une Machine hydraulique, & dans le nombre preſque infini de tuyaux qui la compoſent, celui des Capillaires eſt ſans comparaiſon le plus grand, & c'eſt par conſéquent la connoiſſance de cette eſpece de tuyaux qui nous intereſſe le plus.

Quelques Philoſophes ont prétendu que l'air n'exerçant pas librement l'action de ſa peſanteur ſur l'eau dans un Tuyau capillaire à cauſe de la petiteſſe de l'eſpace, l'Eau exterieure plus preſſée par le poids de l'air devoit faire monter celle qui répondoit à l'ouverture du Tuyau. D'autres ont cru qu'elle s'y ſoûtenoit juſqu'à une certaine hauteur, en s'attachant, & en ſe colant, pour ainſi dire, aux parois interieures, & que le diamêtre étant ſuppoſé fort petit, il faloit regarder toute la colonne d'eau comme ſuſpendue de cette maniére. Ces deux differentes cauſes ſont les ſeules que l'on ait imaginées, & même, à ce qu'il paroît, les ſeules que l'on ait pû imaginer.

M. *Carré*, aidé de M. *Geoffroy*, a cherché à décider entre-elles par un grand nombre d'experiences qu'il a faites ſur cette matiere. En voici deux qui ſemblent ne laiſſer plus aucun doute.

1. L'eau s'étant élevée au deſſus de ſon niveau dans un Tuyau capillaire, ſi enſuite on pompe l'air, auſſi exactement qu'il ſoit poſſible, elle ne redeſcend point, au contraire, elle s'éleve encore un peu.

2. Si l'on enduit de ſuif le dedans d'un Tuyau capillaire, l'eau ne s'y met que de niveau au reſte de ſa ſurface. Mais ſi ce Tuyau n'eſt enduit de ſuif que juſqu'à une hauteur moindre que celle où il eſt plongé dans l'eau, elle monte

à

à ſon ordinaire au deſſus de ſon niveau, & s'il n'eſt enduit de ſuif que d'un côté, l'eau de ce côté-là ſe met de niveau, & monte au deſſus de l'autre côté.

Ce n'eſt donc pas l'inégalité de la preſſion de l'air qui cauſe l'élevation de l'eau, puiſque dans un lieu vuide d'air cette élevation ſubſiſte, & même augmente, & en même temps, il faut rapporter cet effet à l'adherence de l'eau aux parois interieures du Tuyau capillaire, puiſqu'elle s'éleve dans la partie où l'on ne l'empêche pas.

Mais on doit bien remarquer ici que l'adhérence n'eſt pas une force mouvante, elle ne fait que donner lieu à une force mouvante d'exercer ſon action. Toutes les colonnes d'eau tendent par leur peſanteur à deſcendre, & à s'élever par conſéquent les unes les autres; & ce n'eſt que l'égalité de leurs forces qui les met toutes de niveau. Si quelqu'une ſe trouve moins peſante que les autres, auſſi-tôt elle doit être élevée, juſqu'à la hauteur néceſſaire pour l'équilibre. Quand on met ſur la ſurface de l'eau contenue dans un vaiſſeau un Tuyau capillaire, les gouttes d'eau compriſes dans ſon ouverture s'attachent au dedans du petit cercle qui la forme, en ſont ſoûtenues en partie, & par conſéquent d'autant moins peſantes par rapport à toute l'eau exterieure qui peſe librement ſur le fond du vaiſſeau. La colonne d'eau à laquelle apartiennent ces gouttes ainſi ſoûtenues, c'eſt-à-dire la colonne qui répond à l'ouverture du Tuyau capillaire, eſt donc dans ſon tout plus legere, ou, pour parler plus préciſément, exerce moins ſa peſanteur ſur le fond du vaiſſeau, que les autres colonnes dont elle eſt en-

vironnée, & par conſéquent elles la doivent élever dans le Tuyau capillaire juſqu'à une hauteur où elle regagnera par une plus grande quantité d'eau ce qu'elle perd par être en partie ſoûtenue. Ce raiſonnement que M. *Carré* a tiré des loix de la Mechanique, & qui ſeul met dans ſon jour le Syſtême de l'adhérence de l'eau, le lui rend en quelque ſorte particulier, parce que ceux qui l'ont imaginé avant lui, n'avoient pas été juſque-là, & que faute de cette explication, leur opinion, quoique vraye, pouvoit être aiſément combatue, & même détruite. Il ne ſuffit pas d'être dans le vrai, il faut y être arrivé par le vrai chemin.

Il ſuit manifeſtement de cette Mechanique, que plus le tuyau eſt d'un petit diamêtre, ou plus il eſt plongé dans l'eau, plus l'eau s'y doit élever. Dans le premier cas, un tuyau d'un petit diamêtre a plus de ſurface à proportion, & par conſéquent un plus grand nombre de gouttes d'eau ſont ſoûtenues par ſes parois interieures, & d'ailleurs les gouttes du milieu ſont d'autant plus ſoûtenues par celles que les parois ſoûtiennent, qu'elles ſont en plus petite quantité, ou, ce qui eſt la même choſe, que le tuyau eſt plus étroit. Dans le ſecond cas, une plus grande partie de la colonne d'eau qui entre dans le tuyau eſt ſoûtenue. Ce cas-là ſeroit inexpliquable par l'inégalité de la preſſion de l'air.

Ce n'eſt pas cependant que l'air n'entre jamais pour rien dans ces ſortes de Phenomenes. Si l'eau élevée dans un tuyau capillaire, s'éleve encore une ligne de plus, lorſqu'elle eſt tranſportée dans le vuide, cet effet vient de l'air contenu dans l'eau, & qui ſoulagé du poids de l'air

l'air exterieur s'étend un peu, & ſoûleve l'eau où il demeure enfermé.

De même, ſi l'on retire de l'eau un Tuyau capillaire où l'eau ne ſe ſoit pas élevée autant qu'elle auroit fait, ſi on l'avoit plongé, elle n'en ſort point, & y demeure ſuſpendue, parce que le peu de peſanteur qu'elle a & par ſa petite quantité, & par l'appui que lui donnent les parois du Tuyau, n'eſt pas capable de vaincre la réſiſtance que l'air apporte à ſa diviſion, ou, ſi l'on veut, la preſſion par laquelle il repouſſe en enhaut les corps plus legers que lui.

Cette réſiſtance des liqueurs à leur diviſion fait que le Mercure ne monte pas même au niveau dans les tuyaux extrémement étroits que l'on y plonge.

M. *Carré* en faiſant les experiences des Tuyaux capillaires avec un grand nombre de liqueurs differentes, a trouvé que l'eau eſt celle qui s'éleve le plus haut, non pas qu'elle ſoit plus aiſément diviſible que toutes les autres, car il ne paroît pas qu'elle le doive être plus que l'Eſprit de vin, mais parce que les ſurfaces de ſes petites parties ſont d'une telle configuration, qu'elles touchent en un plus grand nombre de points la ſurface du verre.

C'eſt cette conformité & cette homogeneïté des ſurfaces qui fait une plus grande facilité, & même une plus grande force de l'adhérence. Et comme les parties de l'eau ont encore plus d'homogeneïté entre-elles qu'avec celles du verre, l'eau s'unit plus aiſément à l'eau, & delà vient que dans un Tuyau capillaire mouillé en dedans avant l'experience, l'eau s'éleve davantage.

Par la même raiſon, ſi l'on approche d'une

goutte d'eau posée sur un plan, l'extrémité interieure d'un tuyau capillaire où l'eau demeure suspendue, quoiqu'on l'ait retiré du vaisseau, ainsi que nous l'avons dit, on voit l'eau du tuyau qui descend un peu, si elle étoit à une grande hauteur, ou qui s'éleve un peu, si elle n'étoit qu'à une hauteur mediocre. C'est qu'alors l'eau du plan s'unissant à celle du tuyau, & ne faisant plus avec elle qu'une même colonne, elle la rend trop pesante, si cette eau suspendue étoit sur le point de n'être plus en équilibre avec la pression de l'air, ou bien dans le cas opposé, elle est poussée en enhaut avec elle.

Par la facilité que les parties d'une même liqueur ont à s'unir, M. *Carré* explique pourquoi un filtre imbibé de vin, & un autre imbibé d'huile, separent du vin & de l'huile mêlez ensemble le mieux qu'il est possible, chacun n'attirant que la liqueur dont il a été imbibé.

De-là s'ensuivra, si l'on veut, une explication assez simple & assez naturelle des filtrations du corps. Puisque selon la plus saine Philosophie, il faut supposer que tous les corps organisez ont été formez immédiatement par les mains du souverain Ouvrier, long-temps avant ce qu'on appelle leur naissance, il n'y a qu'à supposer aussi que les filtres de ces machines imperceptibles ont été dès cette premiere formation abreuvez des liqueurs qu'ils devoient séparer. Ce n'est point là faire entrer Dieu mal à propos dans la Physique, c'est ramener la Physique à sa premiere source.

SUR

SUR UN NOUVEL INSTRUMENT APPELLE' MANOMETRE.

* DE toutes les nouvelles Machines que la Philoſophie moderne a entre les mains, & qu'elle employe à ſes recherches, il n'y en a peut-être aucune qui ait produit plus d'experiences utiles & curieuſes, &, pour tout dire, plus de veritez, que la Machine du Vuide. On ne ſauroit donc trop en perfectionner l'uſage, ni trop s'appliquer à rendre plus ſûres & plus exactes les connoiſſances qu'on en peut tirer. Comme il reſte toûjours de l'air dans le *Recipient* ou *Balon* de cette Machine, & qu'il ne faut pas compter ſur un Vuide parfait, mais ſeulement ſur un air beaucoup plus rarefié que celui que nous reſpirons, il eſt quelquefois important de ſavoir le dégré de cette rarefaction, & M. *Varignon* en donna la Regle générale dans les Memoires de l'Academie imprimez en 1693. Les capacitez de la *Pompe* & du Balon étant connues d'un côté, & de l'autre le nombre des coups de pompe qu'on avoit donnez pour vuider l'air, il déterminoit géometriquement le rapport de la rarefaction de l'air reſté dans la Machine à celle de l'air de dehors. Si, par exemple, un Animal meurt dans la Machine, on ſait par-là à quel coup de pompe, & par conſé-

* Voyez les Memoires, p. 396.

ſéquent à quel degré de rarefaction, l'air qu'il reſpiroit auparavant ceſſe d'être reſpirable pour lui, & propre à entretenir ſa vie.

Mais il faut bien prendre garde que l'on n'a cette connoiſſance que pour le temps & pour le moment, où l'experience a été faite. L'air que reſpiroit cet Animal a ceſſé d'être reſpirable à un certain dégré de rarefaction, mais comme la rarefaction de l'air qui nous environne varie inceſſamment & par l'inégalité de chaleur, & par celle du poids de l'Atmoſphére, le même Animal pris dans un autre temps auroit peut-être ſoûtenu un plus grand nombre de coups de pompe ſans mourir, ou n'en auroit pas tant ſoûtenu, parce qu'on auroit enfermé d'abord avec lui dans la Machine un air qui de lui-même auroit été plus ou moins rarefié, & qui par conſéquent auroit demandé plus ou moins de coups de pompe pour venir à un certain degré de rarefaction determiné. Et ſi, comme il eſt fort aiſé que cela arrive, l'experience rouloit ſur quelque choſe de plus délicat que la vie d'un Animal, cette obſervation ſeroit encore plus neceſſaire.

Il faudroit alors un Inſtrument qui meſurât les differens degrez de la rarefaction de l'air en differents temps, & l'on ſauroit non ſeulement combien l'air *primitif* enfermé dans la Machine auroit été rarefié par un certain nombre de coups de pompe, mais encore de combien un air primitif qu'on y auroit enfermé dans un certain temps, auroit été plus ou moins rarefié de lui-même, que celui qu'on y auroit enfermé en un autre temps, ce qui donneroit le moyen de comparer très-exactement les experiences qui auroient beſoin de cette préciſion.

Le

Le Barometre & le Thermometre marquent tous deux les differents degrez de la rarefaction de l'air, l'un ceux qui viennent de la variation du poids de l'Atmoſphere, l'autre ceux qui viennent de la variation du chaud, mais ces deux cauſes agiſſant toûjours enſemble, & ſe modifiant l'une l'autre, ſoit qu'elles conſpirent au même effet, ſoit qu'elles ſe combattent, mettent l'air dans un degré de rarefaction qui n'eſt ni celui que marque le Barometre, ni celui que marque le Thermometre. Ces deux Inſtruments ont leurs fonctions ſeparées, & d'autant plus ſeparées qu'ils ſont plus excellents, & pour les vûes qui viennent d'être expoſées on auroit beſoin d'un troiſiéme Inſtrument qui eût les deux fonctions à la fois, & qui marquât le degré de la rarefaction de l'air, tel que le produiſent à chaque moment les deux cauſes differentes, qui ont part à cet effet.

C'eſt cet Inſtrument que M. *Varignon* a imaginé, & qu'il a appellé *Manometre*, c'eſt-à-dire, Meſure de la rarefaction. Voici les principes ſur leſquels il eſt conſtruit.

Que l'on conçoive un Tuyau de verre recourbé par embas qui ait ſes deux branches de telle longueur qu'on voudra, & toutes deux ouvertes; ſi l'on verſe par l'autre quelque liqueur qui ne faſſe que remplir la partie inferieure des deux branches, il eſt viſible qu'elle ſe mettra de niveau. Si enſuite on ſcelle hermetiquement une des deux branches, l'air qui y demeurera enfermé ſera préciſément au même degré de rarefaction que l'air exterieur du lieu où cette operation a été faite.

Maintenant ſi l'on ſuppoſe que dans ce même lieu le poids de l'Atmoſphére vienne à

augmenter, l'air qui peſe ſur la branche ouverte devenu plus fort que celui qui eſt enfermé dans la branche ſcellée, fera baiſſer la liqueur dans la branche ouverte, la fera monter dans l'autre, & par conſéquent en condenſera l'air, mais il ne le mettra pas au même degré de condenſation où il eſt lui-même, car l'air exterieur porte ſeul tout le poids de l'Atmoſphére, & l'air enfermé ne le porte qu'avec le ſecours, pour ainſi dire, de la quantité de liqueur qui eſt montée dans ſa branche au deſſus du niveau. Il s'en faut donc le poids de cette quantité de liqueur que l'air enfermé ne ſoit auſſi condenſé que l'air exterieur ; ſans cela l'un auroit marqué préciſément le changement arrivé à l'autre.

Pour remedier à cette difference, ou plûtôt pour la prévenir, il ne faut qu'imaginer que la branche ſcellée n'eſt plus droite ni verticale, mais repliée en zic-zac. La liqueur y paſſera toûjours par la même cauſe qui l'y faiſoit paſſer, mais elle ne montera preſque pas à cauſe de l'obliquité des parties ou plis du zic-zac, & ces plis peuvent être ſi obliques, & d'ailleurs ſi ſerrez les uns contre les autres, qu'en quelque quantité que la liqueur vienne, elle ne s'élevera que d'une hauteur inſenſible, & qui pourra n'être comptée pour rien. Or ce n'étoit que par ſa hauteur verticale que la liqueur aidoit à l'air enfermé à porter le poids de l'Atmoſphére ; par conſéquent l'air enfermé étant alors ſeul à porter ce poids, il ſera au même degré de condenſation que l'air exterieur, & repréſentera le changement qui lui eſt arrivé. Il eſt bon de remarquer qu'afin que l'air enfermé ſoit au même degré de condenſation que l'air ex-

exterieur, il faut qu'il ſoit plus condenſé qu'il ne l'étoit dans le cas de la branche droite, & par conſéquent que dans le cas de la branche en zic-zac, il y doit paſſer une plus grande quantité de liqueur qui reduiſe en un moindre eſpace l'air enfermé. En effet, il eſt viſible qu'avec une même augmentation de force l'air exterieur doit faire paſſer plus de liqueur dans la branche ſcellée, quand cette liqueur ne s'éleve plus, & par conſéquent n'agit plus contre lui par ſon poids.

On ne doit point avoir de ſcrupule ſur cette élevation inſenſible qui eſt negligée. Il faut 32 ou 33 pieds d'eau pour contrebalancer le poids de l'Atmoſphére, & ſur ce pied-là dans un zic-zac qui auroit un pouce de hauteur, l'eau élevée à la plus grande hauteur poſſible n'égaleroit qu'à peu près la 400me partie du poids de l'Atmoſphére, & on ne negligeroit que cette 400me partie, quand on negligeroit le plus qui ſe puiſſe negliger, ce qui arrive très-rarement. D'ailleurs comme on employe ordinairement l'Eſprit de vin qui eſt beaucoup plus leger que l'eau, l'erreur ſera encore moindre.

Le tuyau étant tel qu'il étoit d'abord, ſi au lieu qu'on a ſuppoſé que le poids de l'Atmoſphére étoit venu à augmenter, on ſuppoſe préſentement qu'il ſoit diminué, l'air enfermé plus fort que l'air exterieur fera deſcendre la liqueur dans ſa branche & la fera monter dans l'autre, & par conſéquent ſe rarefiera auſſi-bien que l'air exterieur, mais non pas autant; car outre la colonne de l'Atmoſphére qui eſt le ſeul poids que l'air exterieur porte, l'air enfermé aura encore à ſoûtenir le poids de la quantité de liqueur montée au deſſus du niveau dans la bran-

che ouverte. L'air enfermé ſera donc d'autant plus éloigné du degré de rarefaction de l'air exterieur, que cette hauteur de la liqueur ſera plus grande, & par conſéquent on ramenera ces deux airs au même degré de rarefaction, ſi l'on peut faire que cette hauteur devienne nulle, ou du moins inſenſible. Or c'eſt ce qui eſt très-aiſé; il faut ſeulement que la branche ouverte devienne une groſſe boule, dans laquelle une grande quantité de liqueur pourra paſſer, preſque ſans s'élever.

On voit aſſez qu'il eſt indifferent pour cet effet que l'autre branche ſoit droite, ou repliée en zic-zac, & par conſéquent voilà la figure du tuyau de M. *Varignon* déterminée quant aux variations de la rarefaction de l'air cauſées par le poids de l'Atmoſphére. La branche fermée ſera en zic-zac & de la moindre hauteur poſſible, la branche ouverte ſe terminera en une groſſe boule.

Il ne faut plus qu'appliquer de ſemblables raiſonnements aux variations de la rarefaction de l'air cauſées par l'inégalité de la chaleur. Suppoſons encore le tuyau à deux branches droites. Si l'air enfermé ſe rarefie par l'augmentation de la chaleur, il prend cette nouvelle extenſion en s'appuyant ſur le bout fermé du tuyau, & par conſéquent il fait deſcendre dans cette branche & monter dans l'autre la liqueur qui auparavant étoit de niveau. Il eſt encore à remarquer que cette liqueur, ſe rarefiant auſſi par la chaleur, ſe rarefiera toûjours & beaucoup moins, & moins promptement que l'air, quelle qu'elle puiſſe être, que d'ailleurs elle ne prendra ſa nouvelle extenſion que du côté de la branche ouverte, parce qu'elle trouvera de

ce

ce côté-là moins de reſiſtance, & que par conſéquent l'air enfermé ſe rarefiera autant que l'augmentation de la chaleur le demandera, c'eſt-à-dire autant que l'air exterieur. Mais la liqueur montée au deſſus du niveau dans la branche ouverte ſeroit un nouveau poids que l'air enfermé auroit à ſoutenir outre celui de l'Atmoſphére, & qui le recondenſeroit juſqu'à un certain point. Il faut donc que la branche ouverte devienne une groſſe boule, moyennant quoi l'air enfermé & l'air exterieur ſont au même degré de rarefaction. De même, ſi l'air enfermé ſe condenſe par la diminution de la chaleur, il ne peut à cauſe du bout fermé du tuyau ſe reſſerrer, & ſe retirer, pour ainſi dire, que de bas en haut. Au contraire l'air exterieur qui ſe condenſe auſſi en même temps ſe reſſerre de haut en bas, parce qu'il s'appuye ſur la terre, & par conſéquent la liqueur qui étoit de niveau deſcend dans la branche ouverte, & monte dans l'autre. Mais ſa hauteur au deſſus du niveau dans la branche ſcellée aideroit à l'air enfermé à ſoûtenir le poids de l'Atmoſphére, & il ſeroit un peu moins condenſé que l'air exterieur. Il faut donc pour l'amener au même degré de condenſation que la branche ſcellée ſoit en zic-zac.

Les deux cauſes differentes de la variation des rarefactions de l'air s'accordent donc à demander la même figure dans le Manometre. En vertu de cette figure, l'air qu'on y aura enfermé dans le temps de ſa conſtruction ſera toûjours rarefié ou condenſé au même degré que celui du lieu où il ſera, & les differens eſpaces qu'on verra occuper à l'air du Manometre ſeront la meſure de tous les changemens qui

qui arriveront à la rarefaction de cet air exterieur. Il eſt évident que l'eſpace qu'occupoit l'air du Manometre au temps de ſa conſtruction a dû être marqué ſur l'Inſtrument, & que c'eſt à ce premier eſpace que l'on doit enſuite comparer tous les autres.

Si ce même Manometre eſt tranſporté dans un autre lieu que celui où il a été conſtruit, il marquera de combien l'air du ſecond lieu ſera plus ou moins rarefié que l'air du premier, lorſqu'il y étoit.

Mais ſi l'on veut comparer les differents degrez de rarefaction où eſt en même temps l'air de differents lieux, il faut qu'il y ait un Manometre dans chacun, & que les deux Manometres ayent été conſtruits dans l'un de ces deux lieux. Il ſeroit plus commode qu'ils l'euſſent été auſſi en même temps, mais il n'y a pas de neceſſité, parce que deux Manometres étant conſtruits dans un même lieu en differents temps, il ſera aiſé de trouver le rapport des deux differents états de l'air. Ce moyen que le Manometre de M. *Varignon* fournit de comparer l'air de differents lieux dans un même temps, eſt la plus utile conſéquence de ſa découverte. Si on veut repeter à *Paris*, par exemple, certaines expériences délicates qui auront été faites à *Londres* & qui auront rapport à la rarefaction de l'air, il ſera fort avantageux de ſavoir quel ſera dans le temps des experiences le rapport des denſitez de l'air de ces deux Villes. Sans cela, on auroit peut-être été fort étonné de voir que ce qui auroit réuſſi à *Londres* ne réuſſiroit pas à *Paris*, & avec cette connoiſſance, on pourra ſuppléer à la difference de la denſité d'air.

Sans

Sans avoir à *Paris* & à *Londres* deux Manometres, qui ayent été conſtruits tous deux à *Paris*, par exemple, on peut arriver à la même connoiſſance avec deux Manometres dont l'un aura été conſtruit à *Paris*, l'autre à *Londres*, pourvû ſeulement que l'on tranſporte l'un des deux dans l'autre lieu. M. *Varignon* donne le calcul qu'il faut faire en ce cas-là, mais parce que ce tranſport n'eſt guere pratiquable, nous renvoyons cela au Memoire de l'Auteur, comme une curioſité, & un exemple d'un calcul aſſez fin. Nous y renvoyons auſſi quelques obſervations, & quelques délicateſſes qni regardent la conſtruction de l'Inſtrument.

SUR LES DIFFERENTES HAUTEURS DE LA SEINE EN DIFFERENTS TEMPS.

TOUT eſt à obſerver, & l'obſcurité de la Phyſique ne vient peut-être pas plus de ce que les cauſes ſont cachées, que de ce que les effets même ſont encore inconnus. M. *Amontons* avoit commencé à faire obſerver les hauteurs de la *Seine* en differents temps par un de ſes amis, à qui la ſituation de ſa maiſon en donnoit la commodité. Cet ami, obſervateur exact & habile, avoit pris un point fixe ſur le Maſſif du *Pont-neuf* qui porte la ſtatue équeſtre de

de *Henri IV.* De-là, il comptoit jour par jour les élevations ou les abaiſſements de la *Seine* ſur une graduation immobile qu'il y avoit poſée, & qu'il voyoit avec une Lunette. M. *Amontons* ayant le Journal de ces obſervations depuis le 14 Septembre 1703. juſqu'au dernier Decembre 1704, les réduiſit de la maniere ſuivante.

Il partagea tout en élevations & en deſcentes de l'eau, marquant d'abord, par exemple, combien de jours l'eau s'étoit élevée depuis le commencement des obſervations, & de combien elle s'étoit élevée; enſuite combien de jours elle avoit baiſſé, & de combien; après cela combien de jours elle avoit recommencé à monter, & toûjours ainſi de ſuite.

Par le ſimple Journal des obſervations on voyoit en quel temps de l'année l'eau avoit été la plus haute, ou la plus baſſe, de combien elle l'avoit été une année plus que l'autre &c. & par ce partage des obſervations en élevations & en deſcentes de l'eau, on voyoit le nombre des élevations & des deſcentes de chaque année, leur durée, leur grandeur, & tous leurs rapports ſelon ces differens égards.

Par exemple, M. *Amontons* trouvoit que depuis le 14 Septembre 1703 juſqu'au 10 Février 1704, il y avoit eu 8 élevations qui toutes enſemble faiſoient 223 pouces, & avoient duré 77 jours, que depuis le 10. Février 1704 juſqu'au 18 Septembre ſuivant il y avoit eu 8 autres élevations qui n'avoient fait que 163 pouces, & avoient duré 70 jours, d'où il concluoit que les pluyes qui contribuent à groſſir la *Seine* avoient été beaucoup plus précipitées & s'étoient ſuivies de plus près depuis l'Equinoxe d'Au-

d'Autonne 1703 juſqu'à celui du Printemps 1704, que depuis ce dernier Equinoxe juſqu'à celui d'Autonne ſuivant, puiſque la ſomme des premieres élevations étoit preſque double de celle des autres, & que cependant les temps étoient preſque égaux.

Pour les differentes deſcentes de l'eau dans ces mêmes temps, il ſe trouvoit que leur grandeur ou quantité avoit plus de proportion avec leur durée, d'où l'on peut conclurre que les eaux ne baiſſant pas auſſi promptement qu'elles montent, il eſt vraiſemblable que les Rivieres dans le temps qu'elles ſont groſſes pouſſent dans la terre des eaux qui leur reviennent enſuite, & ſervent à les entretenir.

Nous ne donnons ici ces penſées que comme un échantillon des conſéquences qu'on pourroit tirer d'un nombre ſuffiſant d'obſervations exactes ſur la hauteur des Rivieres en differents temps. Nous eſperons que ceux qui ſeront à portée de les faire, & qui auront du goût pour l'avancement de la Phyſique, ſeront invitez par là à s'en donner la peine.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

LEs matieres qu'on expoſe au Miroir ardent du Palais Royal ne peuvent être miſes que dans un gros charbon creuſé parce que tout autre

tre vaiſſeau ou ſe fondroit ou ſe caſſeroit à un ſi grand feu. Mais M. *Homberg* a obſervé qu'il faut que ce charbon ſoit de bois vert, & non pas de bois ſec. Celui-ci eſt tout crevaſſé, à cauſe que quand on l'a fait la flame a paſſé au travers du bois trop rapidement, & en trop grande quantité, & par conſéquent il eſt peu propre à contenir des matieres en fuſion & que l'on veut conſerver.

II.

Le P. *Laval* Jeſuite qui eſt à *Marſeille*, & Mrs. *de Plantade* & *Clapiez* qui ſont à *Montpellier* envoyerent à M. *Caſſini*, avec diverſes Obſervations Aſtronomiques, la relation d'un Phenomene lumineux qui avoit été vû le 26. Dec. 1704. à 5^h. 30′ du ſoir à *Marſeille*, & à $5^h \frac{1}{4}$ à *Montpellier*. On ne pouvoit douter par les circonſtances des deux relations que ce ne fût le même. A *Marſeille* où il fut mieux obſervé, le P. *Laval* vit une Poutre fort lumineuſe, pouſſée de l'Eſt à l'Oueſt aſſez lentement. Le vent étoit à l'Eſt. Elle partit d'auprès de Venus, au moins à en juger par la vûe, & alla juſqu'à la Mer où elle ſe plongea, tout au plus à deux lieues au large. On avoit vû auparavant à *Marſeille*, ou aux environs, deux Poutres ſemblables, & ayant le même mouvement. A *Montpellier*, on vit à l'heure marquée un globe de feu tomber à quelque diſtance de la Ville. L'air étoit alors fort ſerain, & fort calme, & une couleur jaune très-foible teignoit tout le Couchant à la hauteur de plus de 10. degrez.

III.

M. *Lémery* a appris de M. *Deliſle* Maître Apoticaire à *Angers*, que les meilleurs vins d'*Anjou* faits en 1704 avoient eu 15 jours ou un mois après

après avoir été vendangez une odeur de corne brûlée, qui n'avoit fait qu'augmenter avec le temps. Ils en retenoient toûjours beaucoup, quoi qu'on les changeât de tonneau.

IV.

Le même M. *Delisle* a trouvé en *Anjou* dans une carriere peu profonde, fort éloignée des rivieres & des étangs, de ces prétendues Langues de Serpent petrifiées que l'on trouve à *Malte*, & qui sont en effet des dents du poisson Carcharias petrifiées.

Il a trouvé aussi dans une carriere dont la pierre est fort tendre & se durcit ensuite à l'air, une infinité de petites figures de Coquille, qui dans quelques endroits n'avoient que les premiers traits, & n'étoient que comme des Embryons, dans d'autres étoient plus formées, & dans d'autres parfaites.

On peut rejoindre à ces observations ce qui a été dit sur la même matiere dans l'Hist. de 1703.*

V.

M. *Dodart* ayant reçû de M. *Lippi* Licentié en Medecine de la Faculté de *Paris*, qui fait le voyage d'*Ethiopie* avec M. *du Roule* Envoyé du Roi, une Lettre dattée de *Siout* dans la *haute Egypte* du 5 Sept. 1704. & qui contenoit un fait singulier, en fit part à la Compagnie. M. *Lippi* trouva sur les Montagnes de *Siout* à l'entrée d'une vaste caverne un corps veritablement pierre, de figure irréguliere, mais tout poreux, qu'il eut la curiosité d'ouvrir. Il fut fort surpris de le voir tout partagé en cellules ovales de 3 lignes de large, & de 4 lignes de long, po-

* Pag. 27. & suiv.

poſées en tout ſens les unes à l'égard des autres, ne communiquant nullement enſemble, tapiſſées toutes en dedans d'une membrane fort délicate, &, ce qui eſt le plus merveilleux, renfermant chacune ou un Ver, ou une Féve, ou une Mouche parfaitement ſemblable à une Abeille. Les Vers étoient fort durs & fort ſolides, & pouvoient paſſer pour petrifiez; ni les Féves ni les Mouches ne l'étoient, mais ſeulement deſſechées, & bien conſervées comme d'anciennes Momies. Souvent les Mouches avoient ſous elles de petits grains ovales, qui paroiſſoient des Oeufs. Il y avoit au fond de quantité de cellules un ſuc epaiſſi, noirâtre, très-dur, qui paroiſſoit rouge à contre jour, fort doux, qui rendoit la ſalive jaune, & s'enflamoit comme une reſine. C'étoit en un mot de veritable Miel. Qui ſe fût attendu à trouver du Miel dans le ſein d'une Pierre?

M. *Lippi* conçût que c'étoit-là une Ruche naturelle, qui avoit été d'abord formée d'une terre peu liée, legere, ſablonneuſe, & qui enſuite s'étoit petrifiée par quelque accident particulier. Les animaux qui l'habitoient avoient été ſurpris par la petrification, & comme fixez dans l'état où ils ſe trouvoient alors. Leur mucoſité deſſechée avoit formé la membrane qui tapiſſoit les cellules. Dans le temps que la Ruche étoit encore molle, les Vers, & les Mouches en ſortoient pour chercher leur nourriture, & les Mouches y faiſoient leur miel.

En cherchant dans ce même lieu de nouveaux éclairciſſements ſur ce fait, M. *Lippi* trouva en pluſieurs endroits des commencemens d'une pareille Ruche. C'en étoit comme la premiere couche, formée de quantité de petites cellules qui

qui la pluſpart étoient ouvertes, & contenoient l'Animal ſoit en Ver, ſoit en Féve, ſoit en Mouche, mais deſſeché & très-dur, auſſi-bien que ces Ruches commencées. De plus, ſur une de ces premieres couches, il en vit une ſeconde compoſée par un amas de petites boſſes, d'environ 5 lignes de hauteur, & d'un pouce de diametre à leur Baſe. Elles étoient grumeleuſes, faciles à réduire en poudre, & reſſembloient aſſez en petit à celles que font les Taupes en remuant la terre. M. *Lippi* les ouvroit en les frapant aſſez legerement, & il y trouvoit toûjours 2 ou 3 cellules ovales, remplies d'un Ver jaune, & plein de ſuc, qui les occupoit entieres.

Il eſt aiſé de concevoir que ſur une premiere couche une fois formée, il s'en forme pluſieurs autres, qui font toute la Ruche. Mais comment ces couches ſe forment-elles? d'où vient la terre dont elles ſont faites? l'Animal l'apporte-t-il là? & comment l'apporte t-il, & en ſi grande quantité? On ne le ſait point encore. Le temps ſeul peut amener ces ſortes de connoiſſances.

VI.

M. *Homberg* a dit qu'en diſtillant de l'Eſprit de vin, les goutes qui tombent du bec de l'Alembic d'environ un pied & demi de haut ſur la liqueur déja diſtillée, y roulent comme des pois ſur une table, que plus elles tombent de haut mieux elles roulent, deſorte que ſi elles ne tomboient que d'un pouce, cela n'arriveroit point, qu'elles roulent encore d'autant mieux qu'elles ſont plus chaudes, & qu'enfin ſi c'étoit de l'eau au lieu d'Eſprit de vin, l'experience ne réuſſiroit jamais. Il prétend que les li-

liqueurs ſulphureuſes étant de toutes parts pénétrées de la matiére de la lumiere, & en étant heriſſées dans toute leur ſuperficie, & cela d'autant plus qu'elles ſont plus chaudes, ou que par une plus longue chute elles en ont ramaſſé une plus grande quantité dans l'air, cette matiere fait l'effet d'une infinité de petites pointes qui ſortent en dehors, ſoûtiennent les gouttes de ces liqueurs, & les font rouler. Ce petit Syſtême ſe rapporte à celui qu'on a vû du même M. *Homberg* ſur la chaleur des vaiſſeaux dans l'Hiſt. de 1703. *

VII.

Quelqu'un ayant demandé, ſi pour empêcher l'eau de ſe gâter dans les voyages de long cours, on ne la pourroit pas ſouffrer comme le vin, M. *Homberg* répondit que le vin ne ſe conſervoit de cette maniere, que parce que les acides qu'il a naturellement n'étant pas en aſſez grande quantité par rapport aux autres principes, tous ſes principes ſe deſunniſſoient facilement par la fermentation que cauſoit la chaleur des climats par où l'on paſſoit, ou le ſimple mouvement du voyage, après quoi le vin n'étoit plus vin, & que le ſouffre lui donnoit de nouveaux acides, qui rendoient la doſe de ce principe ſuffiſante; mais que cela ne pouvoit avoir de lieu pour l'eau, qui ne ſe gâte que par quelques matieres étrangeres, qui y ſont mêlées, & qui fermentent, ou que par des œufs de Vers qui écloſent, ſoit que ces œufs fuſſent dans l'eau même, ou dans le bois des vaiſſeaux. Il faudroit pour ce dernier cas une

* pag. 25. & 30.

une matiere qui les empêchât d'éclorre ſans gâter l'eau.

VIII.

A cette occaſion, M. *Homberg* ajoûta qu'une perſonne de qualité en *Provence*, ne ſachant comment faire pour avoir du parquet, que les Vers ne lui mangeaſſent pas en peu d'années, ainſi qu'il arrive en ce païs-là, il lui avoit conſeillé de tremper ſon parquet dans de l'eau, où l'on auroit mêlé du ſublimé corroſif, ce qui avoit très-bien réuſſi.

IX.

M. *de Plantade* écrivit à M. *Caſſini* une relation de l'exceſſive chaleur que l'on avoit ſentie cet Eté à *Montpellier*, ſur tout le 30 Juillet. Il n'y avoit point de memoire de rien d'approchant. L'air fut ce jour-là preſque auſſi brûlant que celui qui ſort des fours d'une Verrerie, & on ne trouva point d'autre aſile que les caves. En pluſieurs endroits on fit cuire des œufs au ſoleil. Les Thermometres de M. *Hubin* caſſerent par la liqueur qui monta juſqu'au haut. Un Thermometre de M. *Amontons*, qu'avoit M. *de Plantade*, quoiqu'il fût dans un lieu où l'air n'entroit pas librement, monta fort près du dégré où le ſuif doit ſe fondre. La plus grande partie des Vignes furent brûlées en ce ſeul jour, ce qui n'étoit jamais arrivé en ce pays-là. Mrs. les Aſtronomes de *Montpellier* remarquerent que durant cet Eté ſi ardent les Pendules avancerent beaucoup.

A *Paris* le 6 Août fut beaucoup plus chaud que le 30 Juillet. Un Thermometre de M. *Hubin*, dont M. *Caſſini* ſe ſervoit depuis 36 ans caſſa ſur les deux heures, deſorte qu'il eſt cer-

tain que depuis 36 ans pour le moins, il n'avoit fait un ſi grand chaud à *Paris*.

X.

Qui ne croiroit que dans les grandes chaleurs de ce même Eté le Miroir ardent du Palais Royal auroit dû faire de plus grands effets qu'en tout autre temps? c'eſt tout le contraire, & certainement on ne l'eût deviné par aucun Syſtême. M. *Homberg* a vû que les rayons du Soleil réunis par le miroir n'avoient preſque aucune force, tandis que les ſeuls rayons directs embraſoient l'air. La raiſon qu'il imagine d'un Phenomene ſi ſurprenant, c'eſt que la grande chaleur éleve de la terre une infinité d'exhalaiſons ſulphureuſes, & que ces matieres, par l'homogeneité qu'elles ont, ſelon le Syſtême de M. *Homberg*, avec celle de la lumiere, embaraſſent, arrêtent, & en quelque ſorte abſorbent les rayons, ſoit qu'elles en interceptent abſolument une partie, & les empêchent de tomber ſur le miroir, ſoit qu'elles faſſent à leur égard le même effet qu'un fourreau à l'égard d'une épée, & qu'elles leur ôtent par-là leur extrême ſubtilité, neceſſaire pour inciſer promptement les corps durs. Cette conjecture eſt confirmée par une experience qu'a faite M. *Homberg*. Il a mis entre le Miroir & le foyer un Rechaut plein de charbon allumé, deſorte que les rayons qui alloient au foyer traverſoient la vapeur de ce charbon, & il a vû que le Miroir en étoit conſiderablement affoibli. Voilà l'image de ce qui ſe paſſe dans les grandes chaleurs, ou plûtôt, la choſe même en petit. Auſſi M. *Homberg* a-t-il toûjours obſervé, même dans les chaleurs mediocres & ordinaires, que quand le Soleil a été découvert plu-

pluſieurs jours de ſuite, l'effet du Miroir n'eſt pas ſi grand, que quand le Soleil vient à ſe découvrir immédiatement après une grande pluye. C'eſt que cette pluye a précipité les matieres ſulphureuſes, & nettoyé l'air. Le tremblement de la lumiere qu'on a toûjours obſervé par les grandes Lunettes, & qui dans de fort grands Gnomons rend le terme de l'ombre incertain, s'explique fort naturellement, par le Syſteme de M. *Homberg*, & en eſt une nouvelle preuve.

Sur cela on peut faire refléxion que le Miroir ardent qui eſt un nouveau fourneau pour les Chimiſtes, infiniment ſuperieur aux fourneaux anciens & ordinaires, a cette incommodité qu'on ne le peut employer que rarement, du moins dans toute ſa force. Il faut que ce ſoit en Eté, depuis 9 heures juſqu'à 3, il faut que le Soleil ſoit découvert, qu'il ne paſſe aucuns nuages pendant tout le temps des operations, il faut des jours mediocrement chauds, & qui n'ayent pas été précedez de pluſieurs jours de ſechereſſe. Il y a telle année où à peine ſe trouve-t-il huit jours bien conditionnez.

---

* NOus renvoyons aux Memoires le Journal des obſervations de M. *de la Hire*, auſquelles il compara celles que M. le Baron de *Pontbriand* a faites de la quantité d'eau de pluye tombée dans ſon Château de *Pontbriand* en *Bretagne*, & qui furent communiquées à l'Academie par M. *au Torar*.

Des

* Voyez les Memoires pag. 1. & 6.

* Des Experiences communiquées par M. *Carré* ſur la Refraction des balles de Mouſquet dans l'eau.

† Des obſervations de M. *de la Hire* le fils ſur le Barometre.

‡ Une Experience du même ſur la chaleur des rayons de la Lune.

M. Le Marquis de *Bonnac* Envoyé Extraordinaire de *France* auprès du Roi de *Suede*, ayant vû dans une terre que M. *Grata* Général des Poſtes de *Pruſſe* a près de *Dantzic*, de l'Ambre jaune foſſile de même nature que celui qui ſe trouve ſur le bord de la Mer, il commença à faire plus d'attention à ce Mixte qu'il n'en avoit encore fait, & à douter qu'il ſe formât de l'écume de la Mer comme on le croit communément. M. le Cardinal Primat de *Pologne* avec qui il étoit, eut la même curioſité, & lui dit qu'il ſeroit bon de ſavoir ſur cela le ſentiment de l'Academie des Sciences. M. de *Bonnac* écrivit à *Paris*, & auſſitôt l'Academie ſongea à raſſembler toutes les connoiſſances qu'elle pouvoit avoir ſur cette matiere. Après qu'elle eut fait ce qui étoit en ſon pouvoir, elle en envoya le reſultat à M. le Marquis de *Bonnac* dans le Memoire ſuivant.

* Voyez les Memoires, pag. 277. † Voyez les Memoires, pag. 296. ‡ Voyez les Memoires, pag. 455.

ME-

MEMOIRE
SUR
L'AMBRE JAUNE.

COmme l'Ambre jaune le plus beau vient des deux Pruſſes, *& qu'il en vient en plus grande quantité que d'aucun autre Pais, l'Academie Royale des Sciences eſt moins inſtruite ſur ce ſujet, que ne peuvent l'être ceux qui lui font l'honneur de la conſulter. Cependant elle dira ce qu'elle en ſait par elle-même, & y ajoûtera ſes reflexions. Elle n'ira point chercher dans les Auteurs ce qu'ils en ont écrit, perſuadée que ces Auteurs ſont connus, & que ce n'eſt pas une compilation qu'on lui demande.*

Mrs. Caſſini & Maraldi *étant allez en* 1700. *dans les Provinces Meridionales de la* France *pour y travailler à la prolongation de la Meridienne de* Paris, *ils trouverent des Mines de Jais ou Jayet, & une eſpece d'Ambre jaune dans une Montagne de* Languedoc *appellée* Bugarach, *qui eſt éloignée de la Mer de* 27600. *Toiſes, & en eſt ſéparée par quantité d'autres Montagnes fort élevées. Quelques-uns croyent que le Jais eſt auſſi bien que l'Ambre jaune une eſpece de Succin. Les Habitans de* Bugarach *ſe ſervent de leur Ambre jaune pour brûler dans leurs Lampes. Il reſſemble aſſez à une Reſine, & n'a pas la même dureté que celui de* Pruſſe. *Près des Mines de* Bugarach *il y a des ſources d'eau ſalée qui forment une petite riviere.*

Dans l'Hiſtoire de l'Academie de l'année 1700. *il eſt dit pag.* 14, *qu'il ſe trouve de l'Ambre*

jaune dans les fentes des Rochers de *Provence* les plus dépouillez & les plus ſteriles, *ce qui eſt encore confirmé dans l'Hiſtoire de* 1703. *p.* 21.

On eſt aſſuré par des Relations très-dignes de foi, qu'il s'en trouve encore en Sicile, *ſur le bord de la Mer, le long des côtes d'*Agrigento, *de* Catanea, *de* Leocata, *dans l'Iſle de* Corſe, *& même à* Boulogne *en* Italie, *vers* Ancone, *& dans l'*Ombrie, *en pleine terre, & loin de la Mer.*

Cela joint à ce que mande M. le Marquis de Bonnac *qu'il a vû lui-même tirer d'une Terre de M.* Grata *ſeparée de la Mer par de grands Bois & par de grandes hauteurs, de l'Ambre tout ſemblable à celui qu'on trouve au bord de la Mer, ſemble décider que cette matiere eſt toûjours produite par la Terre.*

De plus, on voit de petits Animaux enfermez dans le Succin, & ce ſont toûjours des Animaux terreſtres, comme des Mouches, des Fourmis, &c.

Cependant pour une plus grande ſûreté il ſeroit bon d'examiner ſi les Succins terreſtres ont tous le caractere & la perfection du Succin qui ſe trouve au bord de la Mer, car il ne ſeroit pas impoſſible que la Mer achevât par ſon ſel de travailler cette matiere, & lui donnât comme un dernier degré de coction.

Suppoſé que le Succin ſoit toujours produit par la Terre, du moins quant à ſa premiere formation, il reſte à ſavoir s'il eſt vegetal ou mineral.

On n'a jamais entendu dire, que dans la Pruſſe *il y ait aucuns arbres qui diſtillent le Succin en forme de Reſine, ni aucune matiere approchante, cependant il paroît plus naturel que les Fourmis & les Mouches qu'on y voit quelquefois, & qui marquent certainement qu'il a été liquide, ayent été enve-*

envelopez par une reſine qui aura coulé d'un arbre, que par un mineral qui ſe ſera formé dans la terre. Il faut pour ſauver cette difficulté ſuppoſer que le Succin ait coulé de quelques Rochers comme une Huile de Petrole, ou du moins que celui où l'on trouve de ces petits Animaux ait été quelque temps liquide ſur la ſurface de la terre.

Soit qu'on croye le Succin vegetal ou mineral, perſonne n'a jamais dit qu'il l'ait vû liquide, ou ſeulement mollaſſe. Cependant il a dû l'être, & même expoſé à la vûe dans le temps où il a envelopé les Animaux qu'on y trouve.

L'Analyſe de ce Mixte qui a été faite par les Chimiſtes de l'Academie ne détermine pas entierement de quel genre il eſt. On y a toûjours trouvé une très-petite quantité de liqueur aqueuſe qui avoit l'odeur du Succin froté, beaucoup de ſel volatil acide, & beaucoup d'huile en partie blanche comme de l'eau, en partie rouſſe, & en partie fort noire, ſelon les degrez de feu qu'on avoit donnez à la diſtillation. Il reſte une tête morte, legere, ſpongieuſe, noire, & luiſante, qui ayant été calcinée au feu nu, s'en va preſque en fumée, & dont on n'a pû tirer de ſel fixe.

La ſeule difference des analyſes des differents Succins, eſt que les plus tranſparents ou les plus blancs ont donné plus d'huile & de ſel volatil & moins de tête morte que ceux qui étoient plus ſales ou plus noirs. Ceux-ci n'ont jamais donné de ſel fixe, quoiqu'ils donnaſſent plus de tête morte.

L'Huile du Succin a une odeur d'huile bitumineuſe, ce qui ſembleroit marquer que le Succin eſt un Bitume, mais il y a certaines reſines dont l'huile diſtillée a la même odeur.

Il y en a auſſi, comme le Benjoin, qui donnent un ſel volatil acide.

Mais on n'en connoît point qui donnent en même temps & un ſel volatil acide, & une huile qui ait une odeur bitumineuſe. Ainſi l'Academie a plus de penchant à croire que le Succin eſt un Bitume, & par conſéquent un mineral.

Il eſt aiſé de voir combien l'Academie auroit encore de connoiſſances à deſirer, pour oſer faire une détermination plus préciſe ſur tout ce qui regarde le Succin. Il ſeroit bon de ſavoir

1°. *Si dans le voiſinage des endroits d'où ſe tire le Succin, il n'y a pas quelque eau ſalée ou vitriolique.*

2°. *S'il ſe trouve ordinairement enveloppé ou mêlé de quelque terre, ou ſubſtance particuliere.*

3°. *S'il y a quelques marques pour reconnoître dans la terre les endroits où il y a du Succin.*

4°. *Si le Succin foſſile ne differe en rien de celui qui ſe trouve ſur le bord de la Mer.*

5°. *Si l'on en tire du blanc de la terre, auſſi-bien que du jaune, & ſi ce n'eſt point l'air ou la chaleur du ſoleil qui change le jaune en blanc.*

6°. *Si dans les mêmes endroits d'où ſe tire le jaune, on y en trouve auſſi de noir.*

7°. *S'il eſt bien certain, comme le diſent* Philippe Jacques Hartmann *dans ſon Hiſtoire du Succin de* Pruſſe, & Bartholin *ſur celui de* Dannemarc, *qu'il ſe trouve ſous une eſpece de Terre foliée & ſemblable à des écorces d'arbres, & qu'il y ſoit accompagné d'une eſpece de bois foſſile, où l'on ne diſtingue cependant ni moelle, ni fibres, ni nœuds, ni boutons.*

Tous ces faits bien averez donneroient de grandes lumieres ſur la nature du Succin, & ſi M. le Cardinal Primat vouloit bien employer quelque habile homme à ces recherches, ce ſeroit à Son Eminence que l'Academie auroit l'obligation de ſes connoiſſances les plus ſûres en cette matiere.

ANA-

ANATOMIE.

SUR LA STRUCTURE DES REINS.

* C'EST le plus souvent aux Maladies, & principalement aux Maladies d'obstruction qui dilatent les parties, que l'on doit la connoissance de leur structure, toûjours fort délicate, & fort compliquée. Les plus grandes obstructions sont les plus favorables à la curiosité des Anatomistes; déja M. *Littre* avoit découvert par-là quelques particularitez remarquables de la structure des Reins, ainsi qu'on l'a vû dans l'Hist. de 1702 †, mais depuis ce temps-là une occasion plus heureuse lui a fait voir encore plus à nud l'artifice de cette structure. ‡ Nous en donnerons ici le dessein, tel qu'il a paru à M. *Littre* dans son Observation.

Un Rein ressemble à une grappe de raisin. Il est tout composé de Vesicules membraneuses, fort petites, fort serrées les unes contre les autres, attachées ensemble par des rameaux d'arteres, de veines, & de nerfs, qui se divisent & se subdivisent encore presque à l'infini sur leur superficie, desorte qu'ils l'embrassent tou-

* Voyez les Memoires, pag 146. † Pag. 34. 35 & 36.

toute entiere, & même communiquent entre eux en plusieurs endroits. Chaque vesicule est composée de deux membranes, entre lesquelles sont des fibres charnues disposées en reseau, dont les intervalles sont occupez par de petits sacs rouges, pleins de sang. De chacun de ces sacs sort un petit conduit, & quatre ou cinq de ces conduits se joignant ensemble vers leur fin en forment un commun, qui se décharge dans une vesicule par un trou dont sa membrane interieure est percée. Il y a plusieurs trous semblables dans chaque vesicule.

Il est plus que vraisemblable que le sang de l'Artere Emulgente distribué dans tous les petits rameaux qui se répandent sur la membrane exterioure d'une Vesicule, & par ce moyen déja fort divisé, &, pour ainsi dire, attenué, entre dans les petits sacs, à qui il donne leur couleur rouge, que là il se filtre, & se separe d'avec la serosité qui fait l'Urine, que cette filtration est aidée par les contractions & les gonflements des fibres charnues qui enferment les petits sacs, qu'après la filtration la partie du sang qui demeure sang est reprise par les rameaux capillaires des veines, que la serosité separée entre par les conduits excretoires dans les vesicules, premiers receptacles de l'Urine.

De chaque vesicule part un conduit plus gros que ceux dont on a parlé jusqu'ici, & qui va du côté du Bassinet. Plusieurs conduits qui viennent des vesicules voisines se joignent en chemin, & forment un conduit commun qui aboutit dans le Bassinet, où se rend par conséquent l'Urine de toutes les vesicules. Après cela, tout le reste est visible, & connu.

Quelque gonflez que fussent les Reins sur les-

leſquels M. *Littre* a fait ſes Obſervations, il n'a pû découvrir qu'avec le Microſcope le plus grand nombre des particularitez que nous venons de remarquer.

On peut legitimement croire que les autres parties du Corps deſtinées à des filtrations ſont à peu près diſpoſées ſelon la même mechanique. La Nature eſt auſſi uniforme qu'ingenieuſe, & même d'autant plus ingenieuſe, qu'elle eſt plus uniforme.

SUR UNE MATRICE DOUBLE.

* QUand l'uniformité de la Nature ſemble ſe démentir, rien ne doit plus exciter l'attention des Philoſophes. M. *Littre* en diſſequant une petite fille morte à l'âge de deux mois, trouva qu'elle avoit le Vagin partagé par une eſpece de cloiſon en deux cavitez égales, l'une à droite, l'autre à gauche, de maniere cependant que la cloiſon n'étoit entiere, & ne formoit deux cavitez abſolument ſeparées que depuis le milieu du Vagin juſqu'à la Matrice. Chacune de ces deux cavitez aboutiſſoit à une Matrice particuliere qui avoit ſon orifice, ſon cou, ſon fond, le tout parfaitement ſeparé de la Matrice voiſine, mais parfaitement ſemblable en figure, en conſiſtance, en dimenſions. Les deux Matrices depuis le cou,

* Voyez les Memoires, pag. 504.

cou, juſqu'à une certaine profondeur, n'étoient que comme une ſeule partagée en deux par une cloiſon, mais leurs fonds étoient entierement diſtincts, & détachez l'un de l'autre. Chaque Matrice n'avoit qu'une Trompe & qu'un Ovaire, qu'un Ligament rond, & qu'un Ligament large.

Les diſpoſitions extraordinaires des parties internes doivent faire naître dans la Medecine des cas imprévûs, qui rompent toutes les meſures de l'art. Selon l'opinion commune aſſez confirmée par l'experience, la ſuperfetation eſt impoſſible ou du moins très-difficile. Il paroît que, comme l'a cru *Hippocrate*, après la conception, le cou de la Matrice ſe reſſerre, & que ſon orifice ſe ferme de maniere à ne pouvoir plus laiſſer rien entrer. Enſuite ſe joint une autre cauſe; la ſemence ne peut plus aller de la Matrice dans les Ovaires par les Trompes, dont l'embouchure dans le fond de la Matrice eſt alors fermée par le Placenta du fœtus naiſſant, ou, ſi l'on veut, un Oeuf fécondé ne peut plus entrer dans la Matrice par une Trompe ainſi bouchée; car dans ces premiers temps la Matrice étant encore fort petite & fort étroite, le fond en eſt aiſément occupé par le Placenta, toûjours d'autant plus grand à proportion, que le fœtus eſt plus petit. Enfin le fœtus devenu plus grand abaiſſe par ſon poids le fond de la Matrice, qui ne répond plus à l'orifice interne, & par conſéquent la ſemence entreroit vainement dans la Matrice, & elle ne peut plus prendre la route des Trompes qui ſe ſont trop abaiſſées avec le fond auquel elles ſont attachées. Toutes ces raiſons contraires à la ſuperfétation ſuppoſent, comme l'on

l'on voit, une Matrice unique, mais elles n'auroient pas eu également lieu pour la petite fille de deux mois, ſi elle eût vêcu. Peut-être la Dame dont on a parlé dans l'Hiſt. de 1702,* & qui paroît avoir eu une ſuperfétation veritable, étoit-elle dans le même cas.

Il eſt très-utile de remarquer avec ſoin ces diſpoſitions ſingulieres de parties. Il y a des occaſions extraordinaires où toutes les regles ſont à bout, & alors on peut conjecturer que l'irrégularité tient à quelque ſtructure pareille, dont on connoît la poſſibilité, & ſe conduire par rapport à cette vûe. C'eſt par cette raiſon que M. *Littre* examine dans ſon Memoire les ſingularitez qui auroient pû arriver dans les accouchements de cette petite fille.

Si tous les Animaux ont été immédiatement formez par la main du Souverain Ouvrier, on ne peut guere s'empêcher de croire que tous ceux d'une même eſpece ont été formez entierement ſemblables, & que les configurations ou diſpoſitions extraordinaires de parties viennent de quelques accidents fortuits du dévelopement des Oeufs, & les Monſtres, du mêlange de pluſieurs Oeufs, ainſi qu'il a été expliqué dans l'Hiſt. de 1702.† Mais comment cette Matrice double a-t-elle pû être l'effet d'un accident fortuit du dévelopement? il eſt difficile de l'imaginer. Ces accidents peuvent détruire, déplacer, alterer quelques parties, mais non pas en produire de nouvelles. Seroit-ce que deux Oeufs femelles ſe ſeroient attachez enſemble, & que toutes les parties de l'un auroient peri, excepté ſa Matrice, qui par conſé-

* Pag. 39. † Pag. 36.

ſéquent ſe ſeroit trouvée double dans le fœtus, reſultant de ce mêlange? cette ſuppoſition paroît un peu forcée, & peut-être cependant n'y a-t-il rien de plus recevable.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UN garçon âgé de 17 ans tomboit du haut mal, pluſieurs fois toutes les ſemaines, depuis fort long-temps. Son tempérament étoit pituiteux, ſon viſage bouffi & plombé, ſon eſprit ſtupide, & cependant très-prompt à s'irriter, ce qui eſt ordinaire à ces ſortes de Malades. Son dernier accès fut de cinq jours, pendant leſquels il demeura ſans mouvement, ſans parole, ſans aucun ſentiment, & tous les remedes qu'on lui fit furent inutiles. Après ſa mort M. *Poupart* lui ſcia le Crane. Il trouva ſous les Teguments beaucoup de ſang épais & noir. Après avoir levé la moitié du Crane, il vit ſous la Dure-mere une pituite, blanche, épaiſſe, & plus ſolide que de la gelée. La Dure-mere étoit tellement gonflée, & confondue avec cette pituite qui s'y étoit filtrée, qu'à peine l'en pouvoit-on démêler. Cette limphe endurcie entouroit toute la moitié de la partie ſuperieure de la Dure-mere, qui ſembloit n'être attachée au Crane que par cette eſpece de colle.

colle. La Dure-mere auroit été en aſſez bon état ſi ſa ſurface n'avoit pas été legerement enduite d'une matiere gluante. La ſubſtance du Cerveau étoit fort belle, & même plus ferme qu'elle n'a coûtume d'être. On pourroit croire que la Dure-mere étant ſpongieuſe ſuçoit, pour ainſi dire, les ſeroſitez du cerveau. Il n'y avoit rien d'extraordinaire dans les ventricules.

L'exceſſive quantité de Lymphe épaiſſe qui inondoit ce cerveau, & en appeſantiſſoit les mouvements, paroît une cauſe naturelle de l'Epilepſie, & on n'auroit pas beſoin d'en chercher d'autre, ſi ce mal n'étoit accompagné que de ſtupidité d'eſprit, & d'une profonde melancolie. Mais, ſelon la remarque de M. *Poupart*, il y a des Epileptiques qui rient, qui chantent, qui danſent, quelques-uns même, ſur tout des femmes, qui tiennent des diſcours agreables, & plus ingenieux qu'il ne leur appartient. La lymphe ſeule ne peut guere produire ces effets, mais peut-être auſſi y a-t-il alors deux maladies compliquées, l'Epilepſie, & la Folie.

M. *Poupart* connoît un Epileptique, qui lors qu'il ſent venir ſon mal, ſe frote le front avec la main, renverſe tant qu'il peut ſa tête en arriere en l'appuyant contre une muraille, & par ce moyen ſe garantit de la convulſion. Il eſt aſſez vraiſemblable que par-là il donne un penchant à la lymphe, pour la faire couler hors de l'endroit qu'elle afflige.

II.

A cette occaſion M. *Poupart* ajoûta qu'il connoiſſoit une fille Epileptique, qui aux premieres approches de ſon mal s'aſſied dans une chaiſe, y demeure immobile, ſans parole, ſans ſentiment,

timent, les yeux ouverts, & ne ſe ſouvient nullement d'être tombée dans cet état, après qu'elle en eſt revenue. Si elle avoit commencé un diſcours que ſon accès ait interrompu, elle le reprend préciſément au même endroit où elle l'avoit quitté, & elle croit avoir parlé tout de ſuite.

III.

Sur ce que quelqu'un avoit dit dans une Aſſemblée que la Dure-mere a un mouvement par lequel elle s'éleve, & s'abaiſſe, M. *Méry* ayant nié la poſſibilité du fait, & ſoûtenu que cette membrane eſt exactement collée à toute la ſuperficie interieure du Crane, il apporta dans une Aſſemblée ſuivante le Crane d'un homme de 40 à 50 ans, tout fraichement mort, dans lequel on vit effectivement la Dure-mere adherente en toute ſon étendue.

IV.

M. *du Verney* le jeune ayant extirpé une tumeur carcinomateuſe, groſſe comme un œuf, qu'une fille de 24 ou 25 ans avoit à l'entrée du Vagina, il l'ouvrit, & au lieu de chairs ou de quelque autre ſubſtance de pareille nature, il ne trouva qu'une maſſe dure, blanchâtre, & qui reſſembloit à un amas de tendons qu'on auroit batus, & comme colez enſemble. A l'endroit d'où cette tumeur avoit été enlevée, il ne paroiſſoit rien qui marquât qu'elle y eût jetté des racines.

V.

M. *Poupart* a parlé de deux gros Ligaments ronds, fort viſibles, puiſque dans les grandes perſonnes ils ſont longs de plus d'un demi-pied, & dont cependant les Anatomiſtes n'ont point traité, apparemment parce qu'ils n'en ont

ont pas connu les uſages. Ils ſont attachez par un bout ſur la crête de l'Os des Iles, par l'autre bout ſur la crête de l'Os Pubis, & le milieu porte à faux. Ils font la fonction d'os en cet endroit, car ils ſoutiennent les trois grands Muſcles de l'Abdomen, c'eſt-à-dire, l'Oblique externe, l'Oblique interne, & le Tranſverſe. Leurs fibres tendineuſes à peu près paralleles entre-elles vont s'attacher à ces Ligaments. Ils ſont ſituez immédiatement au deſſous des Anneaux.

La penſée de M. *Poupart* eſt qu'ils peuvent ſoûtenir & rompre en partie l'impulſion que de grandes toux, des ſauts violents &c. donnent aux Inteſtins, & par-là les empêcher de s'inſinuer entre les Anneaux, & de former des Hernies. De plus ces Ligaments tenant lieu d'Os, quelques Os que la Nature eût mis à leur place, le Ventre en auroit eu moins de liberté de s'étendre, ſur tout dans les groſſeſſes. Par ces raiſons, M. *Poupart* appelle ces deux Ligaments *Suſpenſeurs de l'Abdomen.*

VI.

M. *Lémery* a apporté ſur la foi de M. *Deliſle* dont nous avons déja parlé, qu'un jeune Homme de 28. ans, ſujet à des accès d'Epilepſie très-fâcheux, & très-frequents, avoit été gueri par de la Cervelle humaine qu'on lui avoit fait manger dans ſa ſoupe pendant 10 ou 12. jours, ſans qu'il le ſût.

VII.

Une femme de 38 ans groſſe de 7 mois, & pour la premiere fois, étant morte dans un mauvais travail, pendant lequel l'orifice interne de la Matrice ne s'étoit jamais dilaté au-delà de la largeur d'une piece de 4 ſous,

M.

M. *Littre* lui fit ouvrir promptement le ventre & la Matrice, afin de baptiſer l'enfant, & de lui ſauver la vie, s'il étoit poſſible; mais il le trouva mort. Il chercha auſſi-tôt la cauſe qui avoit empêché la dilatation de l'orifice interne, & il la découvrit ſans peine. Il vit que le col de la Matrice étoit bouché dans ſon commencement par une ſubſtance glanduleuſe, continue au corps de la Matrice, & percée ſeulement de quelques petits trous, par où avoit dû s'écouler le ſang des Regles, & par où étoit entrée la partie la plus ſpiritueuſe de la ſemence pour la génération de l'Enfant.

Il trouva dans l'Ovaire droit un trou rond, large à recevoir le bout d'une ſoye de Porc, & bordé d'une ſubſtance fort ſemblable à celle qu'on voit dans les cicatrices. Ce trou ſe terminoit dans une cellule ronde, large & profonde de 3 lignes, où il y avoit du ſang noir & caillé, de la groſſeur d'un pois. On peut croire que c'étoit de cette cellule, & par ce trou qu'étoit ſorti l'œuf, & ce qui appuye encore cette conjecture, c'eſt que la Trompe de ce côté-là étoit plus dilatée, & avoit ſes tuniques plus minces que l'autre.

VIII.

M. *Littre* a parlé d'un Polype, remarquable pour ſa grandeur & pour ſon étendue, qu'il a vû dans un garçon de 13 ans. Ce Polype étoit contenu dans la cavité de l'oreillette droite du Cœur, ſans y être attaché par aucun endroit. Il avoit deux branches, chacune environ de 4 lignes de groſſeur, l'une ſe portoit aux parties ſuperieures, & ſe continuant par le tronc ſuperieur de la Veine Cave, par les Souclavieres, & les Jugulaires, alloit juſques dans les Sinus

Sinus lateraux de la Dure-mere, & juſque dans les Avantbras par les Axillaires ; l'autre deſcendoit par le tronc inferieur de la Veine Cave, par les Iliaques, & les Crurales, juſqu'au milieu des Cuiſſes ; toutes deux ſe diviſoient preſque en autant de rameaux que les Veines que nous venons de nommer.

IX.

Dans un Enfant de 9 jours mort d'un Polype qui bouchoit l'embouchure du Ventricule droit, comme un bouchon de figure conique, M. *Littre* n'a trouvé nulle apparence de Veſicule du fiel, quoique le Foye fût d'ailleurs très-bien formé, ainſi que toutes les autres parties. Les deux Arteres qui doivent ſe diſtribuer à cette Veſicule, ſe diſtribuoient au Foye à l'endroit où elle auroit dû être. Le Canal Hepatique, beaucoup plus gros que de coûtume, ſe terminoit à l'ordinaire par un ſeul tronc dans l'Inteſtin Duodenum.

X.

M. *Littre* a vû un garçon de 20 ans, qui étoit devenu ſur le champ muet & ſourd, pour avoir été ſerré fortement à la gorge par un homme robuſte, avec qui il s'étoit battu. Tous les remedes qu'on avoit pû imaginer avoient été inutiles. Les Muets ordinaires ne le ſont par aucun vice des Organes de la parole, mais ſeulement parce qu'ils ſont nez ſourds ; celui-là eſt muet parce que les Organes de la parole ſont alterez & bleſſez ; il n'eſt point muet parce qu'il eſt ſourd, mais muet & ſourd par la même cauſe.

XI.

Le P. *Gouye* a dit qu'un Homme de ſa connoiſſance, à qui on avoit fait l'operation pour une

une fiſtule à l'anus, ayant après cela une démangeaiſon univerſelle à la peau, qui l'empêchoit même de dormir, s'étoit avilé par une eſpece d'inſtinct de manger beaucoup de Laitue commune ſans aucun aprêt, ce qui l'avoit gueri au bout de quelques jours, & lui avoit rendu le ſommeil.

XII.

Un Criminel jeune & fort, qui devoit être roué, voulant prévenir ſon jugement, prit ſa ſecouſſe de 15 pieds dans le cachot où il étoit enfermé, & la tête baiſſée, les mains derriere le dos, alla donner de la tête contre le mur oppoſé en courant de toute ſa force. Il tomba ſur la place roide mort, ſans proferer une parole, ni pouſſer un ſeul cri.

M. *Littre* appellé pour viſiter le Cadavre, commença par examiner la tête en dehors. Il fut ſurpris de n'y trouver aucune contuſion, tumeur, playe, ni fracture. Il coupa & ſepara enſuite tous les Teguments du Crane au ſommet de la tête, où le coup avoit été donné, ſelon le rapport de quelques autres Criminels du même cachot, qui avoient été témoins de l'action. Il examina ces Teguments par dedans, & n'y trouva pas plus d'alteration qu'en dehors. Il n'en remarqua même aucune aux Os du Crane, après les avoir découverts, ſinon que la partie écailleuſe de l'Os Temporal droit étoit écartée du Parietal d'environ un tiers de ligne, & cet écartement continuoit en quelques endroits juſqu'à deux lignes de profondeur, en d'autres juſqu'à une au plus. Il n'y avoit nulle apparence que ce fût-là une caûſe de mort, & encore moins d'une mort

ſi

ſi prompte, & par conſéquent il n'en paroiſſoit aucune juſque-là.

Il falut donc ſcier le Crane, & examiner le Cerveau. Mais l'étonnement de M. *Littre* augmenta, quand il y trouva tout dans un état naturel, &, pour ainſi dire, dans une parfaite ſanté. Seulement le Cerveau ne rempliſſoit pas à beaucoup près toute la capacité interieure du Crane, comme il fait ordinairement, & ſa ſubſtance auſſi-bien que celle du Cervelet, & de la Moelle allongée, étoit au toucher & à la vûe plus ſerrée & plus compacte que de coûtume. M. *Littre* s'aſſura encore plus de ce fait en remettant à leur place les parties du Cerveau coupées, & la calotte du Crane par deſſus, ce qu'il fit très-aiſément, au lieu qu'on ne le pourroit faire qu'avec beaucoup de difficulté dans d'autres Cadavres.

Voilà la ſeule choſe à quoi l'on puiſſe rapporter la mort ſubite. Le Cerveau s'étoit affaiſſé très-conſiderablement par la violente commotion du coup, & comme il a peu de reſſort il n'avoit pû revenir de cet état, & par conſéquent la diſtribution des Eſprits dans tout le reſte du corps, neceſſaire pour tous les mouvements, avoit ceſſé dans l'inſtant. De-là M. *Littre* a tiré une raiſon fort naturelle, pourquoi il ne s'étoit fait aucune contuſion ſur les Teguments du Crane à l'endroit du coup. Une contuſion eſt formée par du ſang, qui circulant à ſon ordinaire ſort de quelques vaiſſeaux qu'il trouve rompus ou déchirez, & ſe fige dans les chairs. Ici le ſang avoit ceſſé de circuler dans le même moment qu'il pouvoit s'être rompu quelques Vaiſſeaux des Teguments, car le cœur avoit auſſi-tôt perdu ſon mouvement, faute d'Eſprits.

XIII.

XIII.

Un Enfant de deux ans & demi ayant joui juſque-là d'une ſanté parfaite, commença à tomber en langueur, la tête lui groſſiſſoit peu à peu, & le reſte du corps maigriſſoit. Au bout de 18 mois il ceſſa de parler auſſi diſtinctement qu'il avoit fait, il n'apprit plus rien de nouveau; au contraire, toutes les fonctions de l'ame s'altererent à tel point qu'il vint à ne plus donner aucun ſigne de perception ni de memoire, non pas même de goût, d'odorat, ni d'ouïe. Il mangeoit à toute heure, & recevoit indifferemment les bons & les mauvais aliments. Il étoit toûjours couché ſur le dos, ne pouvant ſoûtenir ni remuer ſa tête qui étoit devenue fort groſſe & fort lourde. Il dormoit fort peu, & crioit nuit & jour. Il avoit la reſpiration foible & frequente, & le poux fort petit, mais reglé. Il digeroit aſſez bien, & avoit le ventre libre. Il fut toûjours ſans fiévre.

Il mourut après deux ans de maladie, & M. *Littre* l'ouvrit, mais avec une extrême précipitation, & beaucoup d'incommodité à cauſe de pluſieurs circonſtances particulieres.

Le Crane de cet Enfant étoit de plus d'un tiers plus grand qu'il ne devoit être naturellement à cet âge, & plus grand même de beaucoup que celui d'un Adulte. M. *Littre* le ſcia, & coupa la Dure-mere, & parce qu'il n'en vit point ſortir d'eau, il fit un trou au Cerveau, par où ſortit ſur le champ une grande quantité d'eau claire, & ſans mauvaiſe odeur. Toutes les parties du Cerveau étoient en leur entier, mais plus molles, plus humides, & plus dilatées, que dans l'état naturel. *L'Entonnoir* étoit large d'un pouce, & profond de deux, la *Glande*

Pi-

Pituitaire avoit la dureté d'un Cartilage, la figure & la grandeur d'une Lentille. La *Moelle allongée* qui eſt comme une baſe commune du Cerveau & du Cervelet, du Cerveau par ſa partie anterieure, & du Cervelet par la poſterieure, étoit molle dans ſa moitié anterieure, mais moins que le Cerveau. Le Cervelet étoit ſquirreux, ainſi que la moitié poſterieure de la Moelle allongée, avec laquelle il étoit tellement confondu qu'ils ne formoient enſemble qu'une même maſſe blanche comme de la craye, & toute homogene, excepté que le dedans en étoit un peu moins blanc & plus dur que le dehors, & qu'il y reſtoit encore deux fort petits endroits dans l'état naturel. La Moelle de l'Epine, & les nerfs qui en ſortent, auſſi-bien que ceux de la Moelle allongée étoient plus petits & plus mous que de coûtume.

Les Anatomiſtes ſont perſuadez que la glande Pinéale & celle du *Plexus Choroide* filtrent continuellement une Lymphe qui ſe ramaſſe dans l'Entonnoir, d'où elle paſſe dans les pores de la Glande pituitaire, & de ces pores, en partie dans les Veines, en partie dans les Vaiſſeaux Lymphatiques de cette glande. Les veines déchargent la Lymphe dans les Sinus lateraux de la baſe du Crane les plus proches, & qui ſe terminent aux Veines Jugulaires internes ; les Vaiſſeaux Lymphatiques, dans les Troncs Cervicaux Lymphatiques qui finiſſent aux Veines Souclavieres. Puiſque dans l'Enfant dont nous parlons, le tiſſu de la Glande Pituitaire étoit devenu très-ſerré & très-compacte, M. *Littre* crut avec aſſez d'apparence que l'origine du mal avoit été l'obſtruction

truction de ſes pores, comblez par quelques matieres épaiſſes & viſqueuſes, & que cependant la Glande pinéale, & celles du Plexus choroïde continuant toûjours à faire leurs fonctions, la Lymphe qu'elles filtroient n'ayant plus d'iſſue, avoit dû regorger & s'amaſſer dans l'Entonnoir & dans les Ventricules du Cerveau, & étendre peu à peu ces cavitez juſqu'à les rendre enfin capables de contenir deux pintes & demie de lymphe.

Le Cervelet ſquirreux, auſſi-bien que la moitié de la Moelle allongée qui lui répond, prouvent que ces parties ne ſont pas ſi neceſſaires à la vie qu'on le croit ordinairement. Il leur a falu un temps conſiderable pour s'endurcir & pour ſe petrifier, ces ſortes de changements ſont toûjours lents, & par conſéquent elles ont dû être aſſez long-temps à peu près dans le même état où M. *Littre* les a trouvées; cependant l'Enfant vivoit & conſervoit pluſieurs fonctions vitales. Le Cerveau & la Moelle de l'Epine filtroient donc par leurs glandes les Eſprits neceſſaires, & les diſtribuoient par des nerfs, dont elles doivent être l'origine. Cela revient à ce qui a déja été dit dans l'Hiſt. de 1703. * Il n'eſt pas étonnant que dans un Sujet dont le Cerveau étoit inondé, & le Cervelet preſque petrifié, les fonctions qui dépendent préciſément de l'Ame ayent été les plus alterées.

XIV.

A cette occaſion M. *Dodart* a rapporté un exemple beaucoup plus extraordinaire de la dépendance où ſont les fonctions ſpirituelles de l'Ame

* pag. 33. & 34.

l'Ame à l'égard des diſpoſitions materielles du Cerveau. Un Enfant de 8 ans qui apprenoit le Latin parfaitement bien, oublia tout d'un coup preſque tout ce qu'il en ſavoit, quand les grandes chaleurs de 1705. commencerent. Deux ou trois jours de fraicheur lui rendirent la memoire, & il la perdit une ſeconde fois par la chaleur qui revint.

M. *Du Verney* a fait voir ſur l'accouplement des Inſectes Hermaphrodites, tels que les Limaçons, les Limaces, les Vers de terre, les Sang-ſues &c. pluſieurs particularitez nouvelles. Il travaille à en donner des deſcriptions, & des figures exactes. On verra par la merveilleuſe & ſinguliere Mechanique de ces Animaux, combien ils ſont injuſtement mépriſez.

M. *Du Verney* a auſſi fait part de quelques Obſervations nouvelles qu'il a faites ſur l'Oreille, & qui ſont des eſpeces d'Additions au Traité qu'il a publié ſur cette partie.

M. *Du Hamel* continuant ſon Hiſtoire Anatomique, a expoſé les ſentiments des Anciens & des Modernes ſur la Structure & l'Action des Muſcles, ſeuls organes de tous les mouvements dans les Animaux.

---

* NOus renvoyons aux Memoires les Obſervations de M. *Littre* ſur des Playes qu'un

* Voyez les Memoires, pag. 40.

qu'un Homme s'étoit faites au Ventre dans un accès de folie.

* Et ce que M. *Poupart* a donné ſur les Ecumes printanieres, ou, ce qui eſt la même choſe, la Deſcription d'un Inſecte nommé, *Formica pulex*.

* Voyez les Memoires, pag. 162.

CHIMIE.

SUR LE CAMPHRE.

* UN Mixte n'eſt connu, que quand il a été bien tourmenté par la Chimie, & pour ainſi dire, mis à la queſtion. C'a été de cette maniere que M. *Lémery* a examiné le Camphre, qui meritoit aſſez ce travail par les uſages qu'il a dans la Medecine. On s'en ſert pour la carie des os, pour déterger les playes, & pour reſiſter à la gangrene.

Le Camphre eſt une Reſine qui coule du tronc & des groſſes branches d'un Arbre ſemblable au Noyer, que l'on trouve dans l'Iſle de *Borneo*, & à la *Chine*. Elle ſe fige au pied de cet arbre en petits grains ſecs, friables, legers, blancs, tranſparents, d'une odeur forte & pénétrante, d'un goût acre tirant ſur l'amer, & échauf-

* Voyez les Memoires, p. 47.

échauffant beaucoup la bouche. Plusieurs grains tombant les uns sur les autres se collent legerement ensemble, & font des masses plus ou moins grosses, qui étant un peu pressées entre les doits s'égrenent aisément. On les ramasse doucement, en prenant garde qu'il ne s'y mêle de la terre, ou quelques autres ordures. C'est cettte matiere qu'on appelle Camphre brut. On le raffine en *Hollande*, & on est si persuadé que les *Hollandois* seuls en ont le secret, que quand nos Marchands ont du Camphre brut, ils le leur envoyent pour le raffinage, mais M. *Lémery* en a fait l'operation qui est la plus simple & la plus facile du monde, & il ne tient plus qu'à nous de revenir d'une prévention trop favorable aux Etrangers. Le Camphre est très-combustible, & il brûle même sur l'eau. On s'en sert dans les feux d'artifice, & c'étoit le principal ingredient qui entroit dans le feu Gregeois, dont on faisoit autrefois tant d'usage. On s'aperçoit que le Camphre diminue toûjours à être gardé, tant ses parties sont volatiles, & de-là vient que les Marchands l'envelopent dans de la graine de Lin, dont la viscosité peut arrêter les premieres parties qui s'évaporent, & par conséquent en empêcher d'autres de s'évaporer.

M. *Lémery* a fait toutes ses operations sur le Camphre brut, qui est assez rare en *France*. Il a voulu séparer les principes de ce mixte, sans y mêler aucune matiere étrangere qui facilitât leur desunion, mais il n'en a jamais pû venir à bout. Ces principes, qui selon toutes les apparences sont une huile, & un sel volatil, sont trop étroitement liez ensemble; ainsi tout s'est réduit à de simples Dissolutions ou Sublima-

tions du Camphre, pareilles à celles des Metaux ou des Mineraux, lorſque leur tiſſu interieur n'eſt point décompoſé. Voici le reſultat des principales operations de M. *Lémery*.

Le Camphre ne ſe diſſout point par les liqueurs aqueuſes, & flegmatiques, mais par les ſulphureuſes, & cela lui eſt commun avec tous les autres mixtes ſulphureux, du moins quant à la partie par laquelle ils le ſont.

Si l'on met le feu à une diſſolution de Camphre par l'Eſprit de vin, on voit une flame bleuâtre, produite par l'Eſprit de vin qui brûle le premier; à meſure qu'il ſe conſume, le Camphre paroît comme en maſſe, & lorſqu'il eſt entierement conſumé, la flame ne diſcontinue pas, mais ſeulement elle devient blanche, parce qu'alors c'eſt le Camphre qui brûle. Cette diſſolution du Camphre par l'Eſprit de vin étant miſe dans l'eau, le Camphre ſe revivifie en une eſpece de beurre très-blanc, parce que l'eau affoiblit l'Eſprit de vin, qui tenoit le Camphre diſſous.

On ſait que l'Eſprit de vin & l'Eſprit volatil de Sel Armoniac mêlez enſemble ceſſent d'être liqueurs, & font un *coagulum* aſſez ferme. M. *Lémery* a éprouvé qu'en jettant dans la diſſolution du Camphre par l'Eſprit de vin de l'Eſprit de Sel armoniac fait avec le Sel de tartre, il ſe faiſoit dans le moment un caillé fort blanc, & qu'en y jettant de l'Eſprit de ſel armoniac fait avec la chaux, il ne ſe faiſoit qu'un leger précipité qui ſe diſſolvoit en peu de temps. Quoique l'Huile de Tartre ſoit un Alcali auſſi-bien que l'Eſprit de Sel armoniac, elle ne produit aucun effet ſur la

diſ-

diſſolution du Camphre par l'Eſprit de vin.

L'Eſprit ou Huile étherée de Terebenthine, & l'Huile d'Olive, qui ſont, auſſi-bien que l'Eſprit de vin, des liqueurs ſulphureuſes, diſſolvent auſſi le Camphre. Elles n'en diſſolvent toutes deux que le quart de leur poids.

En faiſant diſtiller ces diſſolutions, on voit la differente legereté ou peſanteur des differentes ſubſtances dont elles ſont compoſées ; car il eſt évident que dans une même diſſolution, la ſubſtance qui s'éleve la premiere par la diſtillation, ou s'éleve ſeule, eſt la plus legere, & que celles qui s'élevent enſemble le ſont également. Par-là, M. *Lémery* a reconnu que le Camphre eſt plus peſant que l'Eſprit de vin, auſſi peſant que l'Huile de Terebenthine, & moins que l'Huile d'Olive.

Voilà ce qui regarde la diſſolution du Camphre par les liqueurs ſulphureuſes ; il reſtoit à l'examiner par les liqueurs acides & par les alcalines.

Il ne ſe diſſout point du tout par les alcalines, telles que l'Huile de Tartre, & l'Eſprit de Sel armoniac.

Il ne ſe diſſout point non plus par certaines liqueurs acides, telles que l'Eſprit de Vitriol, l'Eſprit d'Alun, le Vinaigre diſtillé ; il ne fait que ſe ſublimer au haut du Matras ſans aucun changement. Il ſe diſſout par quatre fois autant d'Huile de Vitriol noire, parce qu'elle contient un peu de Souffre. Il ſe diſſout imparfaitement & à demi par trois fois autant de bon Eſprit de Sel, mais il ſe fait une diſſolution parfaite par deux fois autant d'Eſprit de nitre. Le Camphre eſt la ſeule Reſine connue qui ſe diſſolve par cet Eſprit, ce qui eſt à remarquer.

Cette diſſolution eſt ce qu'on appelle ordinairement Huile de Camphre, & c'eſt à cette Huile qu'appartiennent les vertus medicinales dont nous avons parlé d'abord. L'uſage n'eſt pas de la prendre interieurement, on l'a redoutée à cauſe de ſon acreté un peu corroſive, mais M. *Lémery* n'a pas laiſſé d'en faire prendre quelques gouttes par la bouche, dans des maladies d'obſtruction, & dans des vapeurs de Mere, & il n'en a vû que de bons effets. Il eſt vrai qu'il l'a preſque toûjours mêlée avec autant d'Huile de Karabé.

L'Huile de Camphre n'étant que ce que nous avons dit, il eſt aiſé de prévoir que ſi on y jette de l'Huile de Tartre, ou de l'Eſprit de Sel armoniac, il ſe fera des coagulations, & que le Camphre ſe revivifiera, parce que les acides du nitre qui le tenoient diſſous, l'abandonneront, & ſe joindront aux Alcali de ces deux liqueurs, ou parce que les pointes du nitre auront été rompues par les Alcali.

SUR LA GRATIOLE.

* LEs Remedes qui nous viennent de loin ſont peut-être en une trop grande eſtime, & ceux de ce pays-ci trop négligez. Ce qui eſt éloigné, de quelque maniere qu'il le ſoit, nous impoſe preſque toûjours. Cette reflexion a fait ſuſpendre à M. *Boulduc* le travail qu'il

* Voyez les Memoires, pag. 245.

qu'il avoit commencé ſur les Purgatifs étrangers, & dont on a vû de grands morceaux dans les Hiſt. de 1700 *, 1701 † & 1702 ‡. Il a paſſé aux Purgatifs de nos climats, & pour ſuivre toûjours le même deſſein dans ce changement, il a étudié les plus violents, ou ceux qu'on craint le plus d'employer.

Il s'eſt d'abord attaché à la Gratiole. C'eſt une Plante, dont les Medecins n'oſent faire beaucoup d'uſage, mais M. *Boulduc* s'eſt gueri de cette crainte par une longue experience. Outre les vertus qu'on lui connoiſſoit de faire vuider les eaux par haut & par bas, priſe en ſubſtance, ou en infuſion, & de nettoyer les playes, auſquelles on l'applique, il a trouvé qu'infuſée dans le lait, elle réuſſiſſoit très-bien pour l'Hydropiſie aſcite, & chaſſoit les Vers, & faiſoit ces deux effets ſans aucune violence, & deplus que la racine priſe en poudre au poids de demi gros étoit preſque auſſi bonne pour la Dyſſenterie que l'Ipecacuanha, pourvû que le mal ne fût pas trop inveteré. Cette Plante eſt extrémement amere, & peut-être eſt-ce de là que vient ſa vertu contre les Vers. Outre l'amertume, ſa racine paroît encore aſtringente au goût, ce qui peut la rendre propre pour la Dyſſenterie.

M. *Boulduc* a travaillé ce Mixte de pluſieurs manieres differentes. D'abord il a tiré par une forte expreſſion le ſuc de la Plante verte, les racines n'y étant pas compriſes. De ce ſuc, dépuré ſelon toutes les regles de l'Art, il en fit un Extrait fort ſolide, d'un goût ſalé acide, laiſſant ſur la fin un peu d'amertume avec acreté

* Pag. 59. † pag. 72. ‡ pag. 59.

acreté & aſtriction. Il l'eſſaya ſur des Malades avec les précautions neceſſaires. Cet Extrait purge, mais moins que l'on n'auroit cru, ſuivant l'idée que l'on a communément de la Gratiole. Il ne fait point vomir, & pouſſe beaucoup par les urines.

Le ſuc étant tiré, il étoit reſté un marc fort amer, ce qui fit juger à M. *Boulduc* qu'il ne devoit pas être ſans vertu. Il en fit donc un autre Extrait, qui fut bien moins ſalé acide que le premier, mais beaucoup plus amer, & plus âpre. Il purgea beaucoup plus à même doſe.

Juſqu'ici on s'eſt contenté des Extraits des ſucs des Plantes, & on a negligé le marc comme inutile, mais il paroît que c'étoit une erreur à l'égard des Plantes qui ont beaucoup de ſuc, & dont par conſéquent le marc en retient une quantité conſiderable. L'Extrait du marc de la Gratiole non ſeulement eut plus de vertu, mais encore fut en plus grande quantité que celui de ſon ſuc. M. *Boulduc* a fait la même experience ſur le Syrop de fleurs de Pêcher, & de Roſes, le Syrop de la décoction du marc paroît auſſi purgatif, & même davantage.

Il eſt aſſez vrai-ſemblable que le ſuc chargé du ſel eſſentiel de la Plante n'eſt point en état de diſſoudre & d'entraîner les principes actifs, qui reſtent dans les parties ligneuſes de la Plante, c'eſt-à-dire, dans le marc. Ils doivent le plus ſouvent être les mêmes & conditionnez de la même maniere que ceux qui ont paſſé d'abord avec le ſuc, principalement quand la Plante eſt fort ſucculente, mais ils pourroient auſſi être differents. L'experience ſeule peut décider ſur ce point, & il ſuffit que l'on ſoit averti de la poſſibilité de cette difference.

Cet-

Cette maniere d'examiner une Plante par le ſuc qui en ſort, ou par le marc qui reſte, eſt la plus ſimple de toutes. M. *Boulduc* paſſa enſuite à d'autres operations, & appliqua à la Gratiole les deux grands Diſſolvants, l'Eau & l'Eſprit de vin. Alors la Plante étoit ſeche.

Comme l'Eau tire beaucoup plus de la Gratiole que ne fait l'Eſprit de vin, il eſt certain que cette Plante a plus de parties ſalines que de ſulphureuſes. Sur tout, c'eſt dans la racine que les Sels dominent le plus.

L'Extrait fait avec l'Eſprit de vin purge plus violemment que celui qui eſt fait avec l'Eau, ce que l'on voit qui convient à la nature des Souffres. L'Extrait de la racine purge moins que celui des fueilles, l'un & l'autre étant fait avec l'Eau. Peut-être la vertu de la racine eſt-elle affoiblie par la quantité d'humidité ſuperflue dont elle eſt abreuvée, ou plûtôt noyée. 14 onces de la racine verte ne peſent plus, étant bien ſechées, que 3 onces & demie.

SUR LA GENERATION DU FER.

* TRouver le dénouement des anciennes difficultez, c'eſt ſans doute un progrès dans les Sciences, mais c'en eſt un auſſi que de trouver des difficultez nouvelles, & encore plus

* Voyez les Memoires, pag. 478.

plus d'en trouver où il n'en paroiſſoit point du tout. M. *Geoffroy* demande ici aux Chimiſtes, ſi l'on peut avoir des Cendres, où il n'y ait nul mêlange de fer? apparemment on ſera étonné de la Queſtion, car d'où pourroit venir l'impoſſibilité? Pourquoi des cendres de bois brûlé contiendroient-elles du fer? cependant le fait eſt qu'elles en contiennent toûjours, du moins toutes celles que M. *Geoffroy* a examinées, & voici à quelle occaſion il s'en eſt aperçû.

* Il avoit fait du Fer artificiel, compoſé, comme le Souffre commun, du Souffre principe, ou d'une matiere inflammable, d'un Sel vitriolique, & d'une Terre. Pour recommencer cette experience, & pour s'en aſſurer davantage, il chercha une Terre, ou des Cendres parfaitement dépouillées de Sels vitrioliques, & ſur tout de parties ferrugineuſes, puiſque ſon intention étoit de faire du Fer, mais quelques précautions qu'il prît, quoiqu'il fît des Cendres dans des lieux où il n'y avoit point de Fer, & qu'il les fît d'un bois qui n'avoit point été ſcié avec du Fer, jamais il ne les put avoir entierement exemptes de particules de Fer, ſi du moins on peut compter pour telles des particules qui s'attachent à l'Aiman, ce qui paroît hors de doute.

Il n'eſt guere vraiſemblable que ces parcelles de Fer, peſantes comme elles ſont, & ſi peu homogenes à la ſéve des Plantes, ayent pû monter avec elles dans le bois, dont on a fait les cendres. Seroit-ce donc que toutes les fois que du bois brûle, il ſe produit du Fer, par le mê-

* Voyez l'Hiſt. de 1704. pag. 48.

mêlange des trois matieres dont il eſt formé? M. *Geoffroy* commence à le conjecturer, & rien ne s'accorderoit mieux avec la penſée qu'il a déja eue ſur ſon Fer artificiel, mais avant toutes choſes il faut être bien ſûr s'il n'y a point de Cendres ſans Fer. Ne point précipiter les Syſtêmes eſt une des grandes difficultez de la Philoſophie.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

M. *Lémery* a eu entre les mains un Sel tiré du Mont *Veſuve*, & que l'on appelle Sel Armoniac naturel. Il étoit compacte, aſſez peſant, d'une grande blancheur, cryſtallin en dedans, ne s'humectant pas beaucoup à l'air, ſans odeur, d'un goût ſalé acre, & approchant beaucoup de celui du Sel Armoniac. M. *Lémery* l'a eſſayé de differentes manieres. Entre autres experiences, il l'a mêlé avec trois fois autant d'Eſprit de nitre, & en a fait de l'Eau regale, toute pareille à celle qu'on auroit faite avec le Sel Armoniac ordinaire. Il lui a encore trouvé pluſieurs effets du Sel armoniac, & même du Sel marin, ce qui n'eſt pas ſurprenant, puiſque dans le Sel armoniac, tel que nous l'avons, il y entre, outre ſa partie urineuſe, alcaline, & volatile, une partie fixe de Sel marin. M. *Lémery* croit que ſon Sel du *Veſuve* n'eſt qu'un Sel foſſile, ſemblable à ce-

lui que la Mer a diſſous, ſublimé au haut de la Montagne par les feux ſoûterrains.

II.

M. *Homberg* a dit que le Caillou, & le Marbre, expoſez ſeparément au Miroir ardent du Palais Royal, ſe calcinent, & que mis en poudre & mêlez enſemble, ils ſe fondent.

III.

M. *Lémery* a examiné l'Eau minerale de *Vezelay* en *Bourgogne*. Il reconnut d'abord par les Eſſais Chimiques qu'elle ne devoit avoir ni Sel vitriolique, ni aucun autre acide, du moins en une quantité conſiderable, ni aucun alcali manifeſte & dévelopé. Et en effet, après l'avoir diſtillée au Bain-Marie, il trouva ſur 4 livres d'eau 2 gros & 2 grains d'un Sel gris, tout ſemblable au Sel marin, or on ſait que le Sel marin n'eſt ni un acide ni un alcali, mais un compoſé des deux. Le Sel de l'Eau de *Vezelay* contenoit encore quelque terre, ou, ce qui revient au même, quelque partie alcaline, qui n'avoit point été pénétrée par un acide, car il bouillonnoit un peu avec l'Eſprit de vitriol, & M. *Lémery* l'ayant purifié & en ayant ſeparé un peu de terre griſe, ce bouillonnement n'arriva plus.

Le Sel gris, quoique plus terreſtre, avoit un goût plus ſalé & plus piquant, qu'après avoir été purifié, parce que les operations employées pour le purifier en avoient briſé ou emporté les pointes les plus ſubtiles & les plus actives. C'eſt ainſi que le Sel Marin formé par coagulation dans les Marais ſalants de la *Rochelle*, quoique mêlé avec de la terre griſe, eſt plus ſalé & plus fort que celui qu'on tire par évapora-

poration en *Normandie*, & qui eſt plus pur & plus blanc.

IV.

M. *Lémery* a auſſi examiné l'Eau minerale de *Carenſac* dans le bas *Rouergue*. Elle a un goût tant ſoit peu acre & vitriolique, elle eſt froide, & ſans odeur. 12 onces de cette eau, étant évaporées, laiſſent 18 grains d'un Sel gris, tirant ſur le blanc, ſalé, & un peu vitriolique. Elle eſt aperitive & purgative, on s'en ſert comme de l'Eau de Forges.

---

* M. *Homberg* a donné le Traité du Soufre principe, qui fait partie de ſes Elements de Chimie, & que nous avions annoncé dans l'Hiſt. de 1703. †

* Voyez les Memoires, pag. 117. † Pag. 57.

---

* LEs Experiences de M. *Geoffroy* ſur les Diſſolutions & les Fermentations froides, dont il a été parlé dans l'Hiſt. de 1700 † parurent à M. *Amontons* ſi importantes pour le Syſtême du Chaud & du Froid, que quand il eut trouvé ſon nouveau Thermometre, plus exact & plus ſûr que l'ancien, il s'en ſervit à les repeter, & voulut même que ce fût dans les Caves de l'Obſervatoire, parce que la temperature de l'air y étant toûjours à peu près égale, on ne pourroit ſoupçonner que les changements de l'air exterieur euſſent aucune part aux effets que l'on verroit. Le détail de ces Experiences eſt dans les Memoires.

* Voyez les Memoires, p. 111. † Pag. 67.

BOTANIQUE.

OBSERVATION BOTANIQUE.

M. LIPPI dont nous avons déja parlé,* étant à *Malte* y vit la Plante nommée *Fungus coccineus Melitenſis tiphoïdes. Bocc. rar. plant.* Quoiqu'il n'eût pû la voir juſque-là que ſeche, il n'avoit pû ſe perſuader que ce fût un Champignon; ſes racines ligneuſes, le vermeil & la ſolidité de ſa chair, le duvet ſerré qui la tapiſſe, & ſes graines lui ſembloient contraires au nom qu'elle porte. Il fut confirmé dans ſa penſée par la vûe de la Plante; & comme elle eſt rare, il la deſſina exactement, pour la pouvoir mieux conſulter aux Botaniſtes, & trouver avec eux à quel genre on la doit rapporter. En attendant il en envoya par avance une petite Deſcription à M. *Dodart*.

* Pag. 45.

M. *Chomel* a donné la Deſcription de l'Eupatorium.

* Nous

* NOus renvoyons aux Memoires. De nouveaux genres de Plantes dont les Botaniſtes n'ont point encore aſſigné le caractere eſſentiel, & que M. *Tournefort* propoſe.

† La Deſcription qu'il a faite de l'Oeillet de la Chine. ‡ Et ſon Traité des Maladies des Plantes.

* Voyez les Memoires, p. 310.
† Voyez les Memoires, pag. 348.
† Voyez les Memoires, pag. 437.

ARITHMETIQUE.

SUR LES QUARREZ MAGIQUES.

* TOus les Nombres qui compoſent un nombre quarré quelconque, par exemple 1. 2. 3. 4. &c. juſqu'à 25, incluſivement, qui compoſent le nombre quarré 25, ayant été diſpoſez de ſuite dans une figure quarrée de 25 cellules, chacun dans la ſienne, ſi après cela on change l'ordre de ces nombres & qu'on les diſpoſe dans les cellules de façon que les 5 nombres qui compoſeront une bande horiſontale

* Voyez les Memoires, pag. 166. & 480.

tale de cellules quelconque, étant ajoûtez enſemble faſſent toûjours la même ſomme que les 5 nombres qui compoſeront toute autre bande de cellules ſoit horiſontale, ſoit verticale, & même que les 5 qui compoſeront chacune des deux bandes diagonales, cette diſpoſition de nombres s'appelle un *Quarré Magique*, & s'oppoſe à la premiere diſpoſition qu'on appelle *Quarré Naturel.*

On pourroit croire que les Quarrez Magiques ont eu ce nom, parce que cette proprieté de toutes leurs bandes, qui priſes en quelque ſens que ce ſoit font toûjours la même ſomme, a paru fort ſurprenante, ſur tout dans certains ſiecles où les Mathematiques étoient ſuſpectes de Magie; mais il y a auſſi beaucoup d'apparence que ces Quarrez ont encore mieux merité leur nom par des operations ſuperſtitieuſes où ils ont été employez, telles que la conſtruction des Taliſmans, car ſelon la puerile Philoſophie de ceux qui donnoient des vertus aux Nombres, quelle vertu ne devoient pas avoir des Nombres ſi merveilleux?

Ce qui a donc commencé par être une vaine pratique de Faiſeurs de Taliſmans ou de Devins, eſt devenu dans la ſuite le ſujet d'une recherche ſerieuſe pour les Mathematiciens; non qu'ils ayent crû qu'elle les pût mener à rien d'utile ni de ſolide, les Quarrez Magiques ſe ſentent toûjours de leur origine ſur ce point, ils ne peuvent être d'aucun uſage; ce n'eſt qu'un jeu dont la difficulté fait le merite, & qui peut ſeulement faire naître ſur les Nombres quelques vûes nouvelles, dont les Mathematiciens ne veulent pas perdre l'occaſion.

Manuel Moſchopule Auteur *Grec* peu ancien

eſt

eſt le premier que l'on connoiſſe qui ait parlé des Quarrez Magiques, & par le temps où il vivoit, on peut ſoupçonner qu'il ne les a pas regardez en ſimple Mathematicien. Il a donné quelques Regles pour les conſtruire. On trouve dans le Livre d'*Agrippa*, que l'on a tant accuſé de Magie, les Quarrez des 7 nombres, qui ſont depuis 3 juſqu'à 9, diſpoſez magiquement, & il ne faut pas croire que ces 7 nombres ayent été préferez à tous les autres ſans une grande raiſon. C'eſt que leurs Quarrez ſont *Planetaires* ſelon le Syſtême d'*Agrippa*, & de ſes pareils. Le quarré de 3 appartient à Saturne, celui de 4 à Jupiter, celui de 5 à Mars, celui de 6 au Soleil, celui de 7 à Venus, celui de 8 à Mercure, celui de 9 à la Lune. M. *Bachet de Meziriac* de l'Academie Françoiſe, & qui auroit eu auſſi une des premieres places dans celle des Sciences, ſi elle eût été établie de ſon temps, étudia les Quarrez Magiques, ſur l'idée qu'il en avoit priſe par les Quarrez Planetaires d'*Agrippa*, car il ne connoiſſoit point l'Ouvrage de *Moſchopule* qui n'eſt que manuſcrit dans la Bibliotheque du Roi. Il trouva ſans le ſecours d'aucun Auteur qui l'eût précedé une Methode pour les Quarrez dont la racine eſt impaire, comme pour 25, 49 &c. mais il ne put rien trouver qui le contentât ſur ceux dont la racine eſt paire.

Après lui vint feu M. *Frenicle* de l'Academie des Sciences, ſi fameux par ſa profonde capacité, & par ſes grandes découvertes ſur les Nombres. Un habile Algebriſte avoit cru que les 16 nombres qui compoſent le quarré de 4, pouvant être diſpoſez de 20922789888000 manieres differentes dans un Quarré Magique ou non Ma-

Magique, ce qui eſt certain par les regles des Combinaiſons, ne pouvoient être diſpoſez differemment dans un Quarré Magique qu'en 16 manieres; mais M. *Frenicle* fit voir qu'il y en avoit encore 864 de plus, augmentation preſque incroyable, d'où il eſt aiſé de conclurre combien ſa methode devoit être ſuperieure à celle qui n'avoit produit que la 55eme partie des Quarrez Magiques qu'il trouvoit.

Il s'aviſa d'ajoûter à cette recherche une difficulté qui n'y avoit point encore eu de lieu. Le Quarré Magique de 7, par exemple, étant conſtruit, & ſes 49 cellules remplies, ſi on en retranche les deux bandes horiſontales de cellules, & les deux verticales les plus éloignées du milieu, c'eſt-à-dire, toute l'*Enceinte* exterieure du Quarré, il reſtera un quarré dont la racine ſera 5, & qui n'aura que 25 cellules. Il ne ſera pas étonnant que ce petit quarré ne ſoit plus magique, car les bandes du grand n'étoient, pour ainſi dire, obligées à faire toutes la même ſomme, que priſes dans leur tout, & avec les 7 nombres qu'elles renfermoient chacune dans leurs 7 cellules, mais ayant été mutilées chacune de deux cellules, & ayant perdu 2 de leurs nombres, il peut bien arriver, & c'eſt ce qui doit être ſans comparaiſon le plus ordinaire, que leurs reſtes ne faſſent plus par tout une même ſomme. M. *Frenicle* voulut qu'une Enceinte d'un Quarré Magique étant ôtée, & même telle Enceinte qu'on voudroit, lorſqu'il y en a aſſez pour cela, ou enfin pluſieurs Enceintes à la fois, le Quarré reſtant fût encore magique, & ſans doute cette nouvelle condition rendoit ces Quarrez beaucoup plus magiques qu'ils n'avoient jamais été.

Il

Il renverſa auſſi cette condition. Il voulut qu'une certaine Enceinte priſe à volonté, ou pluſieurs, fuſſent inſéparables du Quarré, c'eſt-à-dire qu'il ceſſât d'être magique ſi on les ôtoit, & non, ſi on en ôtoit d'autres. M. *Frenicle* ne donne point de démonſtration générale de ſes methodes, & quelquefois il ne ſe conduit qu'en tâtonnant. Il eſt vrai que ſon Traité des Quarrez Magiques n'a pas été donné au public par lui-même. Il ne parut qu'après ſa mort, & fut imprimé par M. *de la Hire* en 1693.

M. *Poignard*, grand Chanoine de *Bruxelles*, publia en 1703 un Livre ſur les Quarrez Magiques, qu'il appelle *Sublimes*. M. *de la Hire* l'examina, & en rendit compte à l'Academie. Il y a dans cet Ouvrage des methodes fort ingenieuſes, & beaucoup de nouveauté. Juſqu'ici on n'avoit conſtruit les Quarrez Magiques que pour des ſuites de Nombres naturels qui rempliſſoient un Quarré; mais à cela M. *Poignard* fait deux innovations qui embelliſſent & qui élevent le Problême. 1°. Au lieu de prendre tous les nombres qui rempliſſent un quarré, par exemple les 36 nombres conſecutifs qui rempliroient toutes les cellules d'un Quarré naturel dont le côté ſeroit 6, il ne prend qu'autant de nombres conſecutifs qu'il y a d'unitez dans le côté du quarré, c'eſt-à-dire ici 6 nombres, & ces 6 nombres ſeuls il les diſpoſe de maniere dans les 36 cellules, qu'aucun ne ſoit repeté deux fois dans une même bande ſoit horiſontale, ſoit verticale, ſoit diagonale, d'où il ſuit neceſſairement que toutes les bandes, priſes en quelque ſens que ce ſoit, font toûjours la même ſomme. M. *Poignard* appelle cela Progreſſion *repetée*. 2°. Au lieu de ne prendre

dre ces nombres que ſelon la ſuite des Nombres naturels, c'eſt-à-dire en progreſſion Arithmetique, il les prend auſſi en progreſſion Géometrique, & en progreſſion Harmonique, mais avec ces deux dernieres progreſſions il faut neceſſairement que la *Magie* ſoit differente de ce qu'elle étoit. Dans les Quarrez remplis par des nombres en progreſſion Géometrique, elle conſiſte en ce que les produits de toutes les bandes ſont égaux, & dans la progreſſion Harmonique, les nombres de toutes les bandes ſuivent toûjours cette progreſſion. M. *Poignard* fait également des Quarrez de ces trois progreſſions repetées.

La Lecture & l'examen de cet Ouvrage ont donné occaſion à M. *de la Hire* de rappeller des idées qu'il avoit eues autrefois ſur les Quarrez Magiques, & d'y en ajoûter un grand nombre de nouvelles.

Il conſidere d'abord les Quarrez impairs. Tous ceux qui ont travaillé ſur cette matiere ont trouvé plus de difficulté dans la conſtruction des Quarrez pairs, & par cette raiſon M. *de la Hire* les garde pour les derniers. Ce plus de difficulté peut venir en partie de ce qu'on prend les nombres en progreſſion Arithmetique, or dans cette progreſſion ſi le nombre des termes eſt impair, celui du milieu a certaines propriétez qui peuvent être commodes. Par exemple, étant multiplié par le nombre des termes de la progreſſion, ce produit eſt égal à la ſomme de tous les termes.

M. *de la Hire* propoſe une methode générale pour les Quarrez impairs, & elle a quelque rapport avec la Theorie des Mouvements compoſez, ſi utile & ſi féconde dans la Mechanique.

Com-

Comme elle consiste à décomposer les mouvements, & à les resoudre en d'autres plus simples, de même la methode de M. *de la Hire* consiste à resoudre en deux quarrez plus simples & *primitifs*, le quarré qu'il veut construire. Mais il n'étoit pas si aisé de découvrir ou d'imaginer ces deux quarrez primitifs dans le quarré composé ou *parfait*, qu'il l'est d'appercevoir dans un mouvement oblique un mouvement parallele, & un perpendiculaire.

S'il faut, par exemple, remplir magiquement avec les 49 premiers nombres de la progression naturelle les 49 cellules d'un quarré qui a 7 de racine, M. *de la Hire* prend d'un côté les 7 premiers nombres depuis l'unité jusqu'à la racine 7, & de l'autre 7 & tous ses multiples jusqu'à 49 exclusivement, & comme il n'a par-là que 6 nombres il y joint 0, ce qui fait cette progression Arithmetique de 7 termes, aussi-bien que la premiere, 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42.

Ensuite avec sa premiere progression repetée à la maniere de M. *Poignard* il remplit magiquement le quarré de 7 de racine. Pour cela il écrit d'abord dans les 7 cellules de la premiere bande horisontale les 7 nombres proposez, selon tel ordre que l'on veut, car cela est absolument indifferent, & il est bon de remarquer ici que ces 7 nombres seuls peuvent être arrangez en 5040 manieres differentes dans une seule bande. L'arrangement qui leur sera donné dans la premiere bande horisontale, quel qu'il soit, est le fondement de celui qu'ils auront dans toutes les autres. Pour la seconde bande horisontale, il faut mettre dans sa premiere

miere cellule, ou le 3eme, ou le 4eme, ou le 5eme, ou le 6eme, qui ſuit le premier de la premiere bande horiſontale, & après cela écrire les 6 autres de ſuite. Pour la troiſiéme bande horiſontale, on obſerve à l'égard de la ſeconde, le même ordre qu'on a obſervé pour la ſeconde à l'égard de la premiere, & toûjours ainſi juſqu'à la fin. Par exemple, ſi on a rangé les 7 nombres dans la premiere bande horiſontale ſelon l'ordre naturel, 1.2.3.4.5.6.7. on peut commencer la ſeconde bande horiſontale par 3, ou par 4, ou par 5, ou par 6, mais ſi on l'a commencée par trois, la troiſiéme doit commencer par 5, la quatriéme par 7, la cinquiéme par 2, la ſixiéme par 4, la ſeptiéme par 6. Le commencement des bandes qui ſuivent la premiere, étant ainſi déterminé, nous avons déja dit que les autres nombres s'écrivoient tout de ſuite dans chaque bande ſelon l'ordre qui a été arbitrairement choiſi pour la premiere.

Par ce moyen, il eſt évident qu'aucun nombre ne ſera repeté deux fois dans une même bande, quelle qu'elle ſoit, & par conſéquent les 7 nombres 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. étant toûjours dans chaque bande, ils ne pourront faire que la même ſomme.

On voit déja dans l'exemple préſent que l'arrangement des nombres dans la premiere bande ayant été choiſi à volonté, on a pu continuer les autres bandes de 4 manieres differentes, & puiſque la premiere bande a pu avoir 5040 arrangements differents, ce ſont 20160 manieres differentes dont le Quarré Magique de 7 nombres repetez peut être conſtruit.

L'or-

L'ordre des nombres dans la premiere bande étant déterminé, ſi l'on prenoit pour recommencer la ſeconde le 2 ou le dernier, M. *de la Hire* a remarqué que dans un de ces cas une des bandes diagonales auroit toûjours le même nombre repeté, & que dans l'autre cas, ce ſeroit l'autre diagonale. Par conſéquent l'une ou l'autre diagonale ſeroit fauſſe, à moins que le nombre repeté 7 fois ne fût 4, car 4 fois 7 eſt égal à la ſomme de 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. & en général dans tout quarré conſtruit d'un nombre de termes impair en progreſſion Arithmetique, une des diagonales ſeroit fauſſe par ces deux conſtructions, à moins que le nombre toûjours repeté dans cette diagonale ne fût le terme du milieu de la progreſſion. Or il n'eſt nullement neceſſaire de prendre des termes en progreſſion Arithmetique, & on peut faire ſuivant la regle de M. *de la Hire* un Quarré Magique de tels nombres qu'on voudra qui ne ſuivent aucune progreſſion. Deplus, quand même on les prendra en progreſſion Arithmetique, il y aura un très-grand nombre de quarrez, où le terme toûjours repeté dans une des diagonales en vertu de la conſtruction ne ſera point le terme du milieu de la progreſſion, car cela dépend de l'ordre qu'on aura donné aux nombres de la premiere bande. Il a donc falu excepter de la Methode générale les deux conſtructions qui produiſent la repetition continuelle d'un même terme dans l'une des deux diagonales, & marquer ſeulement le cas où cette répétition n'empêcheroit pas la diagonale d'être juſte. Ce cas ayant été abſolument exclus, quand nous avons trouvé que le quarré de 7 pouvoit avoir 20160 conſtructions differentes, il eſt clair qu'il doit en

en avoir davantage, & même beaucoup davantage.

Recommencer la ſeconde bande par tout autre nombre que le ſecond ou le dernier de la premiere, ce n'eſt pas une regle générale. Elle eſt bonne pour le quarré de 7, mais s'il s'agiſſoit, par exemple, du quarré de 9, & qu'on prît pour le premier nombre de la ſeconde bande horiſontale, le 4eme de la premiere, on verroit que ce même nombre commenceroit auſſi la cinquiéme & la huitiéme bande, & par conſéquent ſeroit repeté 3 fois dans la premiere bande verticale, qui par là deviendroit fauſſe, hormis dans certains cas particuliers, que pareillement le premier & le ſeptiéme nombre ſeroient repetez 3 fois dans cette même bande, ce qui entraîneroit de ſemblables repetitions dans toutes les autres. Voici donc comment doit être conçue la Regle générale. Il faut que le nombre que l'on choiſit dans la premiere bande pour recommencer la ſeconde, ait un *expoſant de ſon quantiéme* tel que diminué d'une unité il ne puiſſe diviſer la racine du quarré. Si, par exemple, dans le quarré de 7 on a pris pour recommencer la ſeconde bande, le 3eme nombre de la premiere, cette conſtruction eſt bonne, parce que l'expoſant du quantiéme de ce nombre qui eſt 3, moins 1, c'eſt-à-dire 2, ne peut diviſer 7. De même on peut prendre le 4eme nombre de la premiere bande, parce que 4 moins 1, ou 3 ne diviſe point 7. C'eſt la même raiſon pour le 5eme & 6eme nombre. Mais dans le quarré de 9, le 4eme nombre de la premiere bande ne doit pas être pris, parce que 3 diviſe 9. La raiſon de cette regle ſera évidente, pourvû que l'on obſerve un moment, com-

comment ſe font ou ne ſe font point les retours des mêmes nombres, en les prenant toûjours d'une même maniere dans une ſuite quelconque donnée.

Il ſuit de là que moins la racine du quarré que l'on conſtruit a de diviſeurs, plus il a à cet égard de manieres differentes de le conſtruire, & que les nombres *premiers*, c'eſt-à-dire qui n'ont aucuns diviſeurs, tels que 5, 7, 11, 13, &c. ſont ceux dont les quarrez doivent recevoir le plus de variations à proportion de leur grandeur.

Les Quarrez conſtruits ſuivant la methode de M. *de la Hire* ont une proprieté particuliere, & que l'on n'avoit point encore exigée dans ce Problême. Les nombres qui compoſent une bande quelconque parallele à une des deux diagonales, ſont rangez dans le même ordre que ceux de la diagonale à laquelle cette bande eſt parallele, & comme une bande parallele à une diagonale eſt neceſſairement plus courte qu'elle, & a moins de cellules, ſi on lui joint la parallele correſpondante qui a le nombre de cellules qui lui manque pour en avoir autant que la diagonale, on trouvera que les nombres des deux paralleles miſes, pour ainſi dire, bout à bout, garderont entr'eux le même ordre que ceux de la diagonale. A plus forte raiſon ils feront la même ſomme, ce qui fait que ces quarrez ſont encore magiques en ce ſens-là.

Au lieu que nous avons formé juſqu'ici les Quarrez par les bandes horiſontales, on pourroit en former par les verticales, & ce ſeroit la même choſe.

Tout ceci ne regarde encore que le premier

Quarré primitif, dont les nombres étoient dans l'exemple propoſé, 1.2.3.4.5.6.7. reſte le ſecond primitif, dont les nombres ſont 0. 7. 14. 21.28.35.42. M. *de la Hire* opere de la même façon ſur ce ſecond quarré, & il peut être conſtruit ſelon ſa methode en 20160 manieres differentes, auſſi bien que le premier, puiſqu'il eſt compoſé du même nombre de termes. Sa conſtruction étant faite, & par conſéquent toutes ſes bandes compoſant la même ſomme, il eſt évident que ſi l'on ajoûte l'un à l'autre les nombres de deux cellules correſpondantes dans les deux quarrez, c'eſt-à-dire les deux nombres de la premiere de chacun, les deux de la ſeconde, de la troiſiéme &c. & qu'on les diſpoſe dans les 49 cellules correſpondantes d'un troiſiéme Quarré, il ſera encore magique, puiſque ſes bandes formées par l'Addition de ſommes toûjours égales à ſommes égales ſeront neceſſairement égales entr'elles. Il s'agit ſeulement de ſavoir ſi par l'Addition des cellules correſpondantes des deux premiers Quarrez, toutes les cellules du troiſiéme ſeront remplis de maniere que chacune contienne un des nombres de la progreſſion depuis un juſqu'à 49 & un nombre different de celui de toutes les autres, ce qui eſt la fin & le deſſein de toute l'operation.

Sur cela, M. *de la Hire* démontre que ſi dans la conſtruction du ſecond Quarré primitif, on a obſervé en recommençant la ſeconde bande un ordre par rapport à la premiere different de celui qu'on avoit obſervé dans la conſtruction du premier quarré, ſi, par exemple, on a recommencé la ſeconde bande du premier par le 3eme terme, & que l'on recommence la ſeconde

conde bande du ſecond quarré par le 4eme, chaque nombre du premier quarré ſe combinera une fois par l'Addition, & une fois ſeulement, avec tous les nombres du ſecond, & comme les nombres du premier ſont ici 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. & ceux du ſecond 0. 7. 14. 21. 28. 35. 42. on verra qu'en les combinant ainſi on aura tous les nombres de la progreſſion depuis 1 juſqu'à 49, ſans qu'il y en ait aucun repeté, & c'eſt-là le Quarré parfait qu'il s'agiſſoit de conſtruire.

La ſujetion de conſtruire differemment les deux quarrez primitifs n'empêche nullement que chacune des 20160 conſtructions de l'un ne puiſſe être combinée avec toutes les 20160 conſtructions de l'autre, & par conſéquent 20160 multiplié par lui-même, c'eſt-à-dire 406425600 eſt le nombre de toutes les conſtructions differentes que peut avoir le Quarré parfait, qui eſt ici celui des 49 premiers nombres de la progreſſion naturelle. Et même comme nous avons vû qu'un quarré primitif de 7 nombres repetez peut avoir plus de 20160 conſtructions, il s'en faut bien que le nombre de 406425600 ſoit aſſez grand pour exprimer toutes les conſtructions poſſibles du Quarré magique des 49 premiers nombres.

Il y a encore plus. M. *de la Hire* remarque qu'un quarré étant conſtruit, on y peut faire certaines tranſpoſitions de bandes qui ne l'empêcheront pas d'être encore magique, mais qui en rendront la conſtruction differente de toutes celles qu'on auroit trouvées par les regles que nous venons d'expliquer.

Mais quelque grand que ſoit ce nombre de 406425600 augmenté même par toutes ces rai-

ſons autant qu'il ſera neceſſaire, on ne doit point en être ſurpris. Il n'eſt qu'une très-petite partie de celui qui exprimeroit toutes les diſpoſitions magiques, ou non magiques que l'on pourroit donner aux 49 termes. Et pour en prendre une idée, il faut ſavoir que 16 termes pouvant recevoir, ainſi que nous l'avons déja dit, 209227898880 diſpoſitions magiques, ſi l'on veut avoir le nombre des diſpoſitions quelconques que peuvent recevoir 17 termes, il faut multiplier ce nombre 209227898880 par 17. Le produit qu'on trouvera étant multiplié par 18, donnera le nombre de toutes les diſpoſitions que peuvent avoir 18 termes, & ſi l'on procede toûjours ainſi juſqu'à 49, on aura le nombre de toutes les diſpoſitions magiques, ou non magiques de 49 termes, & il eſt aiſé de voir que ce nombre ſera preſque immenſe en comparaiſon de celui des ſeules diſpoſitions magiques.

Telle eſt la methode générale de M. *de la Hire* pour les Quarrez impairs. Celles que l'on a trouvées juſqu'à preſent n'en ſont que des cas particuliers qu'elle comprend, & qu'elle abſorbe. Il nous ſuffit d'en avoir donné une idée en général, & nous paſſons ſous ſilence un grand nombre de remarques, ſoit inſtructives, ſoit curieuſes, qui nous jetteroient dans un trop grand détail.

M. *de la Hire*, auſſi bien que M. *Frenicle*, étend ſa methode aux Quarrez qui demeurent magiques, après qu'on a ôté quelques Enceintes, mais ce qu'il fait de plus que M. *Frenicle*, c'eſt qu'il démontre ſes operations.

Reſtent les Quarrez pairs. Il les conſtruit ainſi que les impairs par deux quarrez primitifs, mais

mais la conſtruction des primitifs, eſt differente en général, & peut l'être même en pluſieurs manieres, & ces differences générales reçoivent pluſieurs variations particulieres, qui donnent autant de conſtructions differentes pour un même quarré pair. Il ne paroît pas que l'on puiſſe déterminer, ne fut-ce qu'à peu près, ni combien de differences générales il peut y avoir entre la conſtruction des quarrez primitifs d'un quarré pair, & d'un impair, ni combien chaque difference générale peut recevoir de variations particulieres, & par conſéquent on eſt encore bien éloigné de pouvoir déterminer le nombre des conſtructions differentes de toutes celles qui ſe feront par des quarrez primitifs, à la maniere de M. *de la Hire*.

Il ajoûte aux quarrez pairs, de même qu'il l'a fait aux impairs, la condition des Enceintes qui s'en peuvent retrancher.

Nous n'en dirons pas davantage ſur ce ſujet. Nous ne voulons que donner ici l'eſprit de la Methode de M. *de la Hire*, & faire apercevoir, du moins confuſément, ce nombre prodigieux de ſolutions pour un Problême, auquel on eût été bien glorieux d'en trouver une ſeule dans les commencements qu'il fut propoſé. Si l'on veut concevoir la difference de l'Eſprit humain ſans culture à lui-même cultivé, on n'a qu'à imaginer quelle diſtance il y a de ceux qui reſolvent ces ſortes de Problêmes, à ces Sauvages qui ne comptent que juſqu'à 10, parce qu'ils n'ont que 10 doits.

LA matiere qui vient d'être traitée nous rappelle dans la memoire un article qui a été oublié dans le Volume précedent de l'Hiſtoire de l'Academie. Un jeune Eccleſiaſtique nommé M. *de Moulieres* preſenta à la Compagnie en 1704 une Methode qu'il avoit inventée pour trouver en peu de temps les Nombres *premiers*. Ces Nombres, tels que 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. &c. qui ne ſont diviſibles par aucun autre nombre, que par l'unité ou par eux-mêmes, c'eſt-à-dire proprement, qui ne ſont diviſibles par aucun nombre, ſont, pour ainſi dire, ſemez irrégulierement & ſans aucun ordre viſible, dans la ſuite des nombres naturels. Il ſeroit ſouvent commode dans la pratique, & en général il ſeroit très-curieux d'avoir une regle par laquelle on pût les reconnoître ſûrement tout d'un coup, & les démêler de la foule. M. *Frenicle* avoit médité ſur cette matiere, & il y avoit fait des découvertes, mais elles n'ont point été imprimées. Il ſe trouva que la Methode de M. *de Moulieres* retomboit en partie dans les idées d'un homme ſi fameux pour la Science des nombres, & cette conformité ne pouvoit être ſuſpecte, car les Manuſcrits de M. *Frenicle* n'ont été qu'entre les mains de M. *de la Hire*. En général, ce que M. *de Moulieres* avoit penſé étoit fort ingenieux, & l'on pourroit par cette voye trouver en 2 ou 3 heures tous les nombres premiers, juſqu'à 25000, ce qui eſt très-expeditif. Nous ſommes fâchez de n'avoir pas rendu plutôt à l'Auteur le témoignage qu'il meritoit.

AL-

ALGEBRE.

SUR UNE METHODE GENERALE POUR LA RESOLUTION DES EQUATIONS

* IL eſt glorieux aux premiers Auteurs qui ont travaillé ſur l'Algebre, que des difficultez qu'ils n'ont pû vaincre ne ſoient pas encore ſurmontées. Le cas *irreductible* du troiſiéme degré l'eſt encore comme il l'étoit du temps de *Cardan*, car l'Algebre n'eſt proprement connue que depuis deux cens ans, & nous l'avons reçue des mains des Italiens. Il n'y a que le ſecond degré pour lequel on a des formules abſolument générales, & ſans exception, & il y a déja long-temps qu'on en eſt là.

Tout le monde ſait que quand dans une Equation algebrique il n'y a qu'une ſeule grandeur inconnue mêlée & combinée avec des grandeurs connues, on trouve auſſi-tôt par les grandeurs connues la valeur de cette inconnue, ſi dans tous les termes où elle ſe rencontre elle eſt toûjours au même degré, c'eſt-à-dire toûjours

* Voyez les Memoires, pag. 367.

jours lineaire, ou toûjours quarrée, ou toûjours cubique &c, mais qu'au contraire ſi elle monte à differents degrez, il eſt difficile de trouver ſa valeur, & d'autant plus difficile que le plus haut degré où elle monte eſt plus haut, parce qu'elle eſt enſuite d'autant plus ſouvent mêlée dans ſes degrez inferieurs avec les grandeurs connues, & d'autant plus malaiſée à dégager d'avec elles. Tant qu'elle ne paſſe point le ſecond dégré, on a tout d'un coup ſa valeur exprimée en grandeurs connues par une Formule générale qui comprend tous les cas poſſibles de ce degré. On auroit de même une Formule générale pour le troiſiéme, ſi ce n'étoit le fameux cas irreductible qui échape à la Formule, & on en auroit une pour le quatriéme, ſi ce n'étoit qu'il le faut abaiſſer au troiſiéme, & que par là on tombe quelquefois dans le cas irreductible; hors du quatriéme degré, plus de Formule.

Si chaque degré pouvoit avoir ſa Formule générale, l'Algebre ſeroit à ſa derniere perfection, & encore plus, ſi toutes les Formules de chaque degré pouvoient s'accorder à en produire une infiniment générale pour tous les degrez, quels qu'ils fuſſent. Mais ce n'eſt-là qu'un ſouhait, ſur lequel il ne ſeroit pas même raiſonnable d'inſiſter.

Ce que M. de *Lagni* propoſe preſentement peut tenir la place d'une idée qui apparemment ne s'exécutera jamais. Il donne pour chaque degré, non une Formule générale qui dévelope tout d'un coup la valeur de l'inconnue, mais une Methode générale qui la trouve après en avoir eſſayé pluſieurs de fauſſes, & ce qui releve encore le prix de cette Methode, c'eſt qu'elle

qu'elle eſt générale pour tous les degrez à l'infini.

Les Mathematiciens avoient remarqué que les differences des Quarrez naturels 0. 1. 4. 9. &c. étant les nombres impairs naturels, 1, 3, 5, &c. les differences de ces differences, ou les differences *ſecondes* des Quarrez étoient toûjours 2; ou plus généralement, que des nombres étant en Progreſſion Arithmetique quelconque, la ſeconde difference de leurs quarrez étoit conſtante, & toûjours égale à deux fois le quarré de la difference de la progreſſion. Comme dans la progreſſion naturelle la difference eſt 1 dont le quarré eſt 1, la difference ſeconde des Quarrez naturels à l'infini doit être 2. De même on ſavoit que la difference *troiſiéme* des Cubes naturels 0, 1, 8, 27, &c. étoit conſtante & toûjours 6, ou plus généralement, que des nombres étant en progreſſion Arithmetique la difference troiſiéme de leurs cubes étoit conſtante, & toûjours égale à 6 fois le cube de la difference de la progreſſion.

Il ne paroît pas qu'on eût pouſſé ces Obſervations plus loin; mais, ainſi que nous l'avons dit plus d'une fois, les proprietez qui ne ſe manifeſtent qu'en certaines eſpeces de grandeurs ne laiſſent pas de ſe trouver dans les autres eſpeces de même genre, ſeulement elles y ſont modifiées de la maniere que l'a exigé la difference d'eſpece, & par là elles ſont devenues moins viſibles, & plus envelopées. Auſſi M. de *Lagni* remarqua-t-il que ces differences conſtantes qui n'avoient été aperçues que dans la ſeconde & dans la troiſiéme puiſſance, ſe trouvoient à l'infini dans toutes les au-

tres, mais avec les deux modifications ſuivantes, qui ne ſont que des conſéquences de ce qui a déja été établi.

1°. Comme il faut pour trouver la difference conſtante des quarrez aller juſqu'à la difference ſeconde, & pour celle des cubes, juſqu'à la difference troiſiéme, c'eſt-à-dire juſqu'à la difference d'un degré égal à celui de la puiſſance, de même pour trouver la difference conſtante des quatriémes puiſſances des nombres d'une progreſſion Arithmetique, il faut aller juſqu'à la difference quatriéme, & ainſi de ſuite à l'infini. Les differences d'un degré plus élevé, étant, pour ainſi dire, à une plus grande profondeur, elles n'ont pas dû être ſi tôt aperçues.

2°. Comme la difference conſtante des Quarrez eſt deux fois le quarré de la difference de la progreſſion, la difference conſtante des Cubes, 6 fois le Cube de la difference de la progreſſion, ainſi la difference conſtante des Quatriémes puiſſances eſt 24 fois la quatriéme puiſſance de la difference de la progreſſion; la difference conſtante des Cinquiémes puiſſances 120 fois la cinquiéme puiſſance de cette même difference &c. Or ces nombres *coefficients*, 2, 6, 24, 120 ſont tels que le premier 2 eſt le produit des deux premiers nombres de la ſuite naturelle; le ſecond 6, le produit des trois premiers nombres de cette même ſuite; le troiſiéme 24, le produit des quatre premiers nombres, & toûjours ainſi; deſorte qu'après 120 on trouve très-facilement par ces produits continuels, les nombres 720, 5040, 40320 &c. coefficients des differences conſtantes de la ſixiéme, ſeptiéme, & huitiéme puiſſances &c. Ces mêmes nombres 2. 6. 24. 720. 5040. 40320. &c. ſont auſſi les nombres de toutes les combinaiſons

ſons differentes qu'on peut faire de deux choſes priſes deux à deux, de trois priſes trois à trois, de quatre priſes quatre à quatre &c.

Par ces deux Obſervations de M. de *Lagni*, on peut conſtruire des Tables de telle puiſſance qu'on voudra des nombres naturels, ou des termes de toute autre progreſſion Arithmetique. Car, par exemple, puiſque la difference ſeconde des Quarrez naturels eſt toûjours 2, dès que l'on a les trois premiers Quarrez, 1. 4. 9, on a leurs differences premieres, 3 & 5, & en ajoûtant à 5 leur difference ſeconde 2, on a 7 difference premiere du troiſiéme Quarré au quatriéme. Donc ce quatriéme Quarré eſt 9 plus 7, c'eſt-à-dire, 16, & toûjours ainſi de ſuite. Cette maniere d'operer eſt la plus ſimple, la plus facile, & la plus ſûre de toutes, parce qu'elle ne conſiſte que dans l'Addition, & en même temps, à cauſe de ſon extrême facilité, elle porte ſa preuve avec ſoi, & ne laiſſe aucune crainte que le Calculateur puiſſe s'être mépris, même dans les plus grands Quarrez. Ce ſera la même choſe pour toutes les autres puiſſances, en y obſervant les changements neceſſaires ; l'Addition ſera toûjours la ſeule operation que l'on employera, mais comme il faudra ſe ſervir d'une difference conſtante plus reculée, il faudra ſelon la même proportion un plus grand nombre d'Additions.

Cette maniere d'élever à une puiſſance quelconque par la ſeule Addition les termes d'une progreſſion Arithmetique, a conduit plus loin M. de *Lagni*. Il a ſongé à en faire l'application aux Equations algebriques d'un degré quelconque déterminées, c'eſt-à-dire qui n'ont qu'une

inconnue dont on cherche les valeurs. Il ſuppoſe que l'Equation ait reçû trois préparations qui ſont ordinaires, 1°. Qu'elle ſoit délivrée de fractions, 2°. d'incommenſurables, 3°. que le coefficient de la haute puiſſance ſoit évanoüi. Les deux premieres préparations ſont neceſſaires pour le calcul, la troiſiéme aſſure qu'aucune des valeurs de l'inconnue ne ſera un nombre rompu, mais ſeulement un nombre entier, ou un nombre irrationel. Il y a beaucoup de cas où elle n'eſt pas neceſſaire; mais nous la ſuppoſerons toûjours faite, parce qu'enfin elle ne peut nuire. Du reſte, il n'eſt nullement beſoin de faire évanoüir aucun terme moyen de l'Equation, ce que l'on fait ſouvent par d'autres methodes, & la diſpoſition des Signes plus & moins eſt indifferente. On ſuppoſe auſſi que la grandeur entierement connue dans l'Equation ſoit poſitive, car ſi elle ne l'étoit pas telle qu'elle eſt donnée, elle le deviendroit aiſément par un ſimple changement des Signes. Cette grandeur s'appelle *Homogene de comparaiſon*, à la difference des autres termes qui étant homogenes auſſi bien qu'elle, c'eſt-à-dire élevez à un certain degré toûjours le même dans une même équation, ne ſont pas comme elle les grandeurs auſquelles il faut tout rapporter & tout comparer.

Les préparations étant donc ſuppoſées, voici quelle eſt l'idée de M. de *Lagni*. Il a vû que comme en quarrant les termes d'une progreſſion Arithmetique, leur difference ſeconde étoit conſtante, de même ſi dans une Equation du ſecond degré l'on donnoit ſucceſſivement à l'inconnue les differentes valeurs des termes d'une progreſſion Arithmetique quelconque, cel-

celles qui venoient enſuite neceſſairement pour l'homogene de comparaiſon avoient des differences ſecondes conſtantes, & conſtantes de la même maniere, c'eſt-à-dire, toûjours égales à deux fois le quarré de la difference de la progreſſion. Si le coefficient du quarré de l'inconnue n'étoit pas évanouï, il faudroit que le quarré de la difference de la progreſſion fût multiplié par ce coefficient. Par ce qui a été dit ſur les puiſſances des Nombres, il eſt aiſé d'appliquer cette regle des Equations du ſecond degré aux Equations du troiſiéme, du quatriéme &c. à l'infini.

Par les differences conſtantes on a la commodité de pouvoir trouver avec la ſeule Addition tous les homogenes de comparaiſon, qui dans une Equation quelconque propoſée répondront aux differentes valeurs des termes de la progreſſion Arithmetique, ſubſtituées à l'inconnue. Si par quelqu'une de ces ſubſtitutions, il vient un homogene de comparaiſon égal à l'homogene donné dans l'Equation, il eſt ſûr que le terme de la progreſſion Arithmetique qui aura été ſubſtitué dans cette operation eſt une des valeurs de l'inconnue, & une des reſolutions de l'Equation propoſée. Et afin qu'entre tous les homogenes de comparaiſon que l'on trouvera ſucceſſivement, celui qui eſt donné dans l'Equation vienne neceſſairement, s'il peut venir, il faut que la progreſſion Arithmetique dont on applique les nombres l'un après l'autre à l'inconnue, ſoit la progreſſion naturelle qui comprend tous les nombres entiers, car on ſuppoſe que les valeurs de l'inconnue ne peuvent être des fractions. Mais comme ces mêmes valeurs peuvent être des nombres irra-

tionels, qui ne ſont pas compris dans la progreſſion, il arrivera alors que l'on trouvera par les ſubſtitutions deux homogenes conſecutifs, l'un d'une unité plus petit, l'autre d'une unité plus grand que le donné, marque certaine que la valeur de l'inconnue ſera un nombre irrationel compris dans l'intervalle des deux nombres correſpondants de la progreſſion naturelle qui auront produit ces homogenes, par exemple, entre 10 & 11. On trouvera par les Regles des Approximations des nombres rationels toûjours plus approchants à l'infini, & ſi approchants que l'on voudra de ce nombre irrationel.

L'homogene donné ou eſt poſitif ou a été rendu tel. Mais il peut arriver que par les ſubſtitutions il vienne d'abord des homogenes negatifs. Si ces homogenes negatifs forment une ſuite qui aille en décroiſſant, il la faut épuiſer, après quoi viendront les homogenes poſitifs, parmi leſquels le donné doit être compris. Si les homogenes negatifs vont en croiſſant, il faut qu'ils croiſſent juſqu'à un certain terme, qu'ils décroiſſent enſuite, & qu'après cela viennent les poſitifs.

Il peut arriver auſſi que les homogenes poſitifs croiſſent juſqu'à un certain terme, décroiſſent enſuite, deviennent après cela negatifs & croiſſants à l'infini, & que le plus grand des homogenes poſitifs trouvez ſoit plus petit que le donné. Alors toutes les racines de l'Equation, ou valeurs de l'inconnue ſont imaginaires.

Si par la ſubſtitution de 1, premier terme de la progreſſion naturelle, on trouve un homogene plus grand que le donné, la valeur de l'in-

con-

connue eſt donc moindre que l'unité, & comme ce ne peut être une fraction rationelle, ainſi que nous l'avons toûjours ſuppoſé, c'eſt une fraction irrationelle.

Une valeur de l'inconnue une fois trouvée, l'Equation eſt abaiſſée d'un degré, & il faut operer ſelon la même methode ſur cette équation abbaiſſée, ce qui donne les autres valeurs. Le principe de cette pratique eſt, que dans une Equation quelconque l'homogene de comparaiſon eſt le produit de toutes les valeurs de l'inconnue, par-là on voit aiſément ce qu'il y a à faire pour parvenir de la connoiſſance d'une des valeurs à celle de toutes les autres.

Nous ne donnons ici que l'eſprit général de la Methode de M. de *Lagni*. S'il la faloit ſuivre dans toute l'étendue que nous avons repréſentée, les operations en ſeroient ſouvent trop longues, à cauſe du grand nombre de ſubſtitutions neceſſaires. Auſſi M. de *Lagni* ne la propoſe-t-il qu'avec les abreviations qui en facilitent la pratique, & qui épargnent de longs circuits.

GÉO-

GEOMETRIE.

SUR LES TANGENTES ET LES SECANTES DES ARCS CIRCULAIRES.

* VOICI ce qui avoit déja été annoncé dans l'Hiſt. de 1703. † Un arc circulaire quelconque étant donné, avec ſon Rayon, ſa Tangente, & ſa Secante, M. de *Lagni* trouvoit par une Regle générale la Tangente & la Secante de tout autre arc multiple du premier. Il avoit envoyé cette Formule à l'Academie, mais ſans en donner la demonſtration qu'il diſoit être très-longue, peut-être pour détourner les Géometres de la chercher & de la lui enlever, quoi qu'elle ne fût fondée, à ce qu'il avouoit lui-même, que ſur deux Propoſitions d'*Euclide*. Maintenant il donne ici & la Regle & la Démonſtration, qui eſt très-courte, & très-aiſée, nouveau merite pour cette Démonſtration, & dont il n'avoit pas voulu d'abord lui faire honneur.

Il a été dit dans l'endroit cité de l'Hiſt. de 1703, que les Tangentes & les Secantes de differents arcs, ni ne ſuivent la proportion des arcs auſquels elles répondent, ni n'ont entre elles

* Voyez les Memoires, pag. 335. † pag. 78.

elles une raiſon fixe & conſtante qui les regle. Cela ſaute aux yeux par l'exemple de la Tangente de 45, & de celle de 90. L'un de ces arcs eſt double de l'autre, la Tangente de 45 eſt égale au Rayon, & celle de 90 eſt infiniment grande. Il paroît par-là que les Tangentes doivent avoir une marche, pour ainſi dire, fort irréguliere, & qu'elles ne vont que par ſauts, & de là vient la difficulté de découvrir celles que l'on ne connoît point par celles que l'on connoît; car ce chemin ne ſe peut faire, ſi l'on ne tient une eſpece de fil qui conduiſe des unes aux autres, c'eſt-à-dire, quelque choſe qui leur ſoit commun à toutes, & qui détermine chacune d'elles à une certaine grandeur.

Auſſi ce Problême n'avoit-il point encore été reſolu. Il eſt bien vrai que l'on trouvoit les Tangentes une à une pour chaque arc en particulier, & deplus on avoit une regle générale pour les Tangentes des arcs doubles & ſoudoubles, mais on ne pouvoit avoir par cette regle les Tangentes des arcs triples, quintuples &c. & par conſéquent elle n'étoit qu'une petite portion d'une Regle générale qui auroit compris les Tangentes de tous les arcs multiples indéfiniment. Il eſt vrai auſſi que comme on a la * Regle générale des Cordes ou des Sinus des Arcs multiples quelconques, & que les Tangentes ont un certain rapport conſtant aux Sinus, on pouvoit par la progreſſion des Sinus avoir celle des Tangentes, mais ce n'étoit pas avoir les Tangentes immédiatement; & d'ailleurs M. de *Lagni* remarque que par cette voye on ſeroit tombé dans de grands em-

* Voyez l'Hiſtoire de 1702. pag. 76.

embarras de calcul, & quelquefois dans des impossibilitez.

Non seulement il trouve la progression ou la Regle générale des Tangentes, mais il la trouve si immédiatement qu'il n'a pas même besoin de les considerer dans le Cercle, ni d'employer aucune des proprietez du Cercle. Il lui suffit d'avoir un seul Triangle rectangle où tout soit connu, & tel qu'un de ses angles aigus soit celui dont la Tangente doit être la premiere dans la progression. Par exemple, cet angle sera d'un degré, d'une minute, si l'on veut avoir la suite des Tangentes de degré en degré, ou de minute en minute. La base de cet angle est sa Tangente, l'hypotenuse est sa Secante, & le troisiéme côté est le Rayon. Ces trois lignes étant supposées connues, il ne faut pour avoir la Tangente de l'angle double, qu'ajoûter à cet angle un angle égal, tirer une nouvelle hypotenuse, & prolonger la premiere Tangente jusqu'à ce qu'elle la rencontre. On connoîtra très-facilement ce que vaut la prolongation de la Tangente par cette seule proposition d'*Euclide*, que si un angle est divisé en deux également par une ligne qui coupe sa base, les deux parties de la base sont proportionnelles aux deux côtez de l'angle. La prolongation de la premiere Tangente étant connue par là, on a la Tangente entiere de l'angle double, & par la même voye celle de l'angle triple, & toûjours ainsi de suite.

Dans l'expression de toutes les Tangentes à l'infini, il n'entre que le Rayon & la Tangente du premier angle, mais ces grandeurs sont d'autant plus multipliées que les Tangentes qu'elles expriment sont Tangentes d'un angle

plus

plus multiple du premier, & ç'a été en obſervant ces expreſſions toûjours plus compliquées que M. de *Lagni* a découvert qu'elles n'étoient que des Puiſſances de la ſomme du rayon & de la Tangente du premier angle, d'autant plus élevées qu'elles exprimoient des Tangentes d'un angle plus multiple, & de plus diſpoſées en fractions d'une certaine façon particuliere, & avec un certain arrangement indiſpenſable des Signes plus & moins.

Les Secantes ſont venues neceſſairement par la même voye, & tout cela ne demande que la propoſition d'*Euclide* que nous avons raportée, avec la 47eme du premier Livre. Cet excès de ſimplicité & de facilité ſembleroit peut-être diminuer le prix de la découverte, ſi elle ne s'étoit dérobée juſqu'à préſent aux yeux des plus grands Géometres. C'eſt une gloire qui manque ordinairement aux premiers Inventeurs, que celle d'avoir pris le chemin le plus court & le plus facile.

Comme par la Methode de M. de *Lagni* on monte de la Tangente d'un angle quelconque aux Tangentes de tous ſes multiples, on redeſcend auſſi aiſément de la Tangente d'un angle multiple, à celles de ſes ſoumultiples quelconques. Si, par exemple, ayant la Tangente d'un angle, on veut avoir celle du tiers de cet angle, il ne faut que prendre la Formule qui appartient à la Tangente de l'angle triple, la Tangente du tiers de cet angle y eſt neceſſairement compriſe, & on l'en tire par une ſeule équation. Les Tangentes des ſoumultiples de l'angle droit ſe preſentent en un moment, car la Tangente de l'angle droit étant infinie, & par conſéquent le dénominateur de

la

la fraction qui l'exprime égal à zero, ſi l'on veut, par exemple, la Tangente de l'angle de 45, il faut prendre la Formule de la Tangente de l'angle double, qui eſt alors le droit, & en égalant ſon dénominateur à zero, on voit auſſi-tôt la Tangente de 45 qui vient égale au Rayon.

SUR LES FORCES CENTRALES DES PLANETES.

* NOus avons avancé dans l'Hiſt. de 1703.† que les Forces centrales étoient un *ſujet que l'on pouvoit deſormais mettre à part comme épuiſé.* Il paroît l'être effectivement, & ce que M. *Varignon* donne ici n'eſt point une augmentation d'une Theorie qui eſt incapable d'en recevoir, puiſqu'elle eſt infiniment générale; c'eſt ſeulement une nouvelle application, mais qui merite preſque d'être miſe au même rang que ſi c'étoit une augmentation veritable.

Il a été prouvé dans l'Hiſt. de 1700 ‡ que la Force centrale d'un Corps qui ſe meut en ligne droite, par exemple, la peſanteur d'un Corps qui tombe & tend au centre de la Terre, ſuppoſé qu'elle ſoit conſtante, & continuellement appliquée, doit s'exprimer par une Diviſion ou fraction dont le Numerateur eſt l'infiniment petit

* Voyez les Memoires, pag. 455. † pag. 94. ‡ pag. 115. & 116.

petit de l'infiniment petit de l'eſpace parcouru dans un temps infiniment petit & le Dénominateur le quarré de ce temps. Mais ſi l'on conſidere les Forces centrales dans des mouvements faits par des lignes courbes, alors, ainſi qu'il a été dit dans cette même Hiſtoire *, ces Forces, quoique conſtantes en elles-mêmes, ont une action inégale, ſelon que la direction ou la ligne droite par laquelle elles font tendre le Mobile à un centre, eſt plus ou moins oblique à l'arc de la Courbe décrit pendant chaque inſtant. C'eſt-là toute la difference des Forces centrales conſiderées dans des mouvements rectilignes, ou dans des mouvements curvilignes. Or il eſt très-aiſé de faire voir que dans ces derniers mouvements, l'action de la Force centrale eſt d'autant moins oblique à l'arc de la Courbe décrit pendant un inſtant infiniment petit, ou, ce qui revient au même, eſt d'autant plus forte, que cet arc eſt plus grand par rapport à l'infiniment petit de la ligne droite tirée du point de la Courbe où eſt alors le Mobile au centre auquel il tend. Par conſéquent l'inégalité de l'action de la Force centrale dans un mouvement curviligne doit s'exprimer par une fraction dont le numerateur eſt un arc quelconque de la Courbe infiniment petit, & le dénominateur l'infiniment petit de la ligne droite correſpondante par laquelle agit la Force centrale. Donc cette fraction multipliée par celle qui convient aux Forces centrales conſiderées dans les mouvements rectilignes, exprime les Forces centrales des mouvements curvilignes, accompagnées de l'inégalité de leur

* pag. 120.

leur action. Il ſeroit inutile de faire obſerver que dans ces derniers mouvements les eſpaces parcourus qui ſont le numerateur de la premiere fraction, ne peuvent être que des infiniment petits du ſecond genre des arcs de la Courbe. Les deux fractions ainſi multipliées l'une par l'autre ſont la Formule générale de M. *Varignon* pour toutes les Forces centrales poſſibles des mouvements curvilignes.

Il n'étoit plus queſtion que d'appliquer à cette Formule differentes Courbes, & de voir quelles Forces centrales en reſultoient. C'eſt-là, comme on l'a déja vû, ce que M. *Varignon* a exécuté dans une aſſez grande étendue. Sur tout il a examiné les Forces centrales qui devoient naître du mouvement des Planetes ſur les differentes Courbes que leur aſſignent differens Aſtronomes ; les deux principales ſont l'Ellipſe ordinaire ou de *Kepler*, & celle de M. *Caſſini*, dont on a marqué la difference dans l'Hiſt. de 1700.* Selon l'une & l'autre hypothêſe, des Ellipſes décrites par les Planetes ſont telles que le Soleil eſt un des foyers de chacune, ou, ce qui eſt la même choſe, un foyer commun à toutes.

Il ſuit de-là neceſſairement que le mouvement des Planetes eſt excentrique au Soleil, & qu'elles ont toutes un Aphelie & un Perihelie, c'eſt-à-dire deux points de leur Ellipſe diametralement oppoſez, dont l'un eſt plus éloigné du Soleil & l'autre plus proche que tout autre. Il eſt conſtant chez les Aſtronomes que cet Aphelie & ce Perihelie ſont mobiles, & que ſi une Planete dans une de ſes revolutions a ſon Aphe-

* pag. 122. 123.

Aphelie à un certain point du Ciel, elle ne l'a plus au même point dans la revolution ſuivante. Ce mouvement de l'Aphelie empêche que les Ellipſes ne ſoient exactement des Ellipſes, ou toute autre eſpece de Courbe ſuppoſée; car il arrive la même choſe que ſi pendant le temps qu'une Planete décrit ſon Ellipſe, le plan où ſeroit cette Ellipſe avoit lui-même un mouvement égal à celui qu'on trouve dans l'Aphelie par les Obſervations; le mouvement de la Planete ſeroit compoſé & de ſon mouvement Elliptique, & de celui de ſon plan, & par conſéquent la Courbe qu'elle décriroit réellement ne ſeroit plus une Ellipſe, mais une autre Courbe, d'autant plus differente de l'Ellipſe, que le mouvement de l'Aphelie ſeroit plus grand pendant une revolution de la Planete.

Si l'on veut ſe faire une idée de tout ceci ſelon la Phyſique, & ſelon quelque Syſtême des Cieux, on peut concevoir que la figure du Tourbillon, où nôtre Soleil domine, eſt déterminée par la differente force des Tourbillons voiſins, qui l'environnent & le preſſent, & par les differentes peſanteurs des differentes couches de la matiere fluide dont il eſt compoſé, que ce Tourbillon étant diviſé par le Soleil en deux moitiez, elles ſont inégales, & l'une plus grande que l'autre, parce qu'elle eſt moins preſſée par les Tourbillons voiſins, ou qu'elle contient une matiere qui a plus de force pour s'éloigner du Soleil, que les Orbes décrits par les Planetes autour du Soleil prennent la figure générale du Tourbillon, & ont leur Aphelie vers la même extrémité où le Tourbillon a auſſi le ſien, que comme tout ce qui

qui eſt en mouvement change & varie continuellement, l'action des Tourbillons voiſins qui étoit plus foible vers l'Aphelie de nôtre Tourbillon, devenant peu à peu plus forte, ou la matiere qui eſt vers cet Aphelie, moins propre à s'éloigner du Soleil avec une certaine force, la figure du Tourbillon ſe renverſe avec le temps, & l'Aphelie ſe tranſporte où étoit auparavant le Perihelie. Il faut obſerver que le renverſement total ne ſe peut faire que dans une très-longue ſuite de ſiécles. L'Aphelie de la Terre, par exemple, ne change en un an que d'une Minute & de deux Secondes, avec quelques Tierces.

Quoiqu'il en ſoit de cette eſpece de petit Syſtême, les faits ſont conſtants, & c'en eſt aſſez. Les Planetes ne décrivent point les mêmes Courbes que ſi leurs Aphelies étoient immobiles, & quoi que les Ellipſes qu'on leur attribue ſoient peu alterées, à cauſe de l'extrême lenteur du mouvement des Aphelies, elles le ſont dans la rigueur Géometrique, & ceſſent d'être des Ellipſes. M. *Varignon* en avoit conſideré les Forces centrales, en les ſuppoſant purement Ellipſes, & en ne conſiderant point le mouvement des Aphelies; maintenant il le conſidere, & par conſéquent les Courbes étant differentes, les Forces centrales le ſont auſſi. La difficulté n'eſt que de déterminer la nouvelle Courbe reſultante de la compoſition des deux mouvements.

Pour cela, l'Orbe de la Planete étant ſuppoſé Elliptique, ou même de telle autre figure qu'on voudra, M. *Varignon* ſuppoſe que le plan de cet Orbre ſe meut circulairement autour d'un point fixe, & que ce point fixe eſt le foyer de

de l'Ellipſe où eſt le centre du Soleil. Si au bout d'un certain temps, la Planete par ſon mouvement particulier doit ſe trouver à un certain point de ſon Ellipſe, il eſt viſible que par le mouvement circulaire du plan de cette Ellipſe fait en même temps, elle doit ſe trouver à un autre point, qui n'appartiendra point à l'Ellipſe, mais à la Courbe compoſée des deux mouvements. Ce point ſe détermine par la proportion qu'on ſuppoſe entre le mouvement Elliptique & le circulaire. Après cela, M. *Varignon* conſidere un pas infiniment petit de chacun des deux mouvements, fait dans le même inſtant, & trouve de la même maniere le point où la compoſition des deux mouvements porte la Planete, differerent de celui où l'auroit miſe le mouvement elliptique ſeul. La ligne droite infiniment petite, tirée de ce ſecond point au premier qui a été trouvé, eſt un arc infiniment petit de la Courbe cherchée.

Cet arc infiniment petit de la Courbe eſt, comme tout autre arc de cette eſpece, l'hypotenuſe d'un triangle rectangle. Ici, un des côtez qui comprennent l'angle droit eſt la difference infiniment petite d'un rayon de l'Ellipſe, tiré du foyer où eſt le Soleil à la circonference, l'autre côté eſt un arc circulaire infiniment petit compoſé de deux arcs circulaires mis bout à bout, le premier pris dans l'Ellipſe, & correſpondant à l'infiniment petit du mouvement Elliptique, le ſecond produit par le mouvement circulaire du plan de l'Ellipſe. La connoiſſance du rapport que ces deux arcs ont entre eux ou de celui qu'ils ont l'un ou l'autre à l'arc total qu'ils forment, eſt abſolument neceſſaire pour parvenir à celle du

petit arc de la Courbe composée des deux mouvements.

Kepler a établi sur un grand nombre d'observations, que les temps employez par une Planete à parcourir differents arcs de son Ellipse, sont entr'eux comme les espaces correspondants du plan de cette Ellipse, compris entre ses rayons, tirez du foyer où est le Soleil aux extrémitez de ces arcs. Ainsi si l'on a trois points du mouvement d'une Planete sur son Ellipse, c'est-à-dire, deux arcs qu'elle ait décrits, il faut tirer du Soleil à ces trois points trois lignes, mesurer par les Methodes Géometriques les deux espaces compris entre ces trois lignes, & le rapport de ces espaces sera celui des temps que la Planete a employez à parcourir les deux arcs correspondans. Si l'on applique cette hypothese de *Kepler*, non seulement au mouvement circulaire du plan de l'Ellipse de la Planete, mais aussi au mouvement composé de la Planete, on trouvera que les espaces parcourus en même temps, & par conséquent leurs infiniment petits, auront toûjours entr'eux un rapport constant & invariable. Or dans les infiniment petits de ces espaces entrent necessairement ces arcs circulaires dont nous venons de dire qu'il faloit connoître le raport, & par-là vient aussi ce rapport que l'on cherchoit.

Après tout cela, il ne reste plus qu'à déterminer l'Ellipse, ou quelque autre Courbe, que l'on voudra faire décrire à la Planete par son mouvement particulier, & l'on aura aussi-tôt la Courbe composée qui est celle de son mouvement réel & effectif. Dès qu'elle est trouvée, la Formule générale des Forces centrales donne

ne celles qui lui conviennent à tous ſes differents poins, & il n'eſt plus queſtion que d'en faire le calcul.

En cherchant la Courbe compoſée que la Planete décrit réellement, M. *Varignon* trouve en ſon chemin une autre Courbe qui s'offre d'elle-même. Il l'appelle *Déterminatrice de l'Aphelie*, parce qu'à chaque moment du cours réel de la Planete, elle marque le point correſpondant où l'Aphelie ſe trouve ſur le cercle qu'il décrit.

Juſqu'ici la maniere dont M. *Varignon* s'eſt conduit dans ſa recherche a été de comparer le mouvement de l'Aphelie au mouvement de la Planete réel & compoſé. Mais M. *Newton* qui dans le fameux Ouvrage des *Principes Mathematiques de la Philoſophie naturelle* a fait la même recherche, s'y eſt conduit autrement, & a comparé le mouvement réel & compoſé de la Planete, au mouvement ſimple qu'elle auroit ſur ſon Ellipſe, ſi l'Aphelie étoit immobile.

M. *Varignon* prend auſſi ce tour, & fait voir par-là l'univerſalité, &, pour ainſi dire, la flexibilité de ſa methode. Il eſt aiſé de voir que quand on feroit décrire à la Planete quelque autre Courbe que l'Ellipſe de *Kepler*, ou celle de M. *Caſſini*, quand on feroit tourner le plan de cette Courbe, non autour du Soleil, mais autour de tout autre point fixe quelconque, quand même on imagineroit pour cette compoſition de mouvements, comme a fait M. *Newton* en quelques exemples, des mouvements ſimples qui ne pourroient convenir aux corps céleſtes, tout cela s'expedieroit avec la même facilité, & ce n'eſt pas la peine qu'on s'y arrête. Une Methode eſt en Géometrie ce qu'eſt en Chimie un Eſprit, & les exemples

qu'on donne de cette Methode ſont le flegme de l'Eſprit. Il faut quelque exemple pour faire ſentir la methode comme il faut toûjours un peu de flegme pour porter l'Eſprit, mais il faut bien ſe garder de noyer l'Eſprit par la trop grande quantité de flegme.

---

* NOus renvoyons aux Memoires une Recherche purement Géométrique de M. *Carré* ſur une Courbe formée par un mouvement qu'il donne au diamêtre d'un Cercle.

CEtte année, parut un Livre de M. *Guiſnée*, intitulé, *Application de l'Algebre à la Geometrie*, *&c.* quoique cet Ouvrage ne ſoit fait que pour ceux qui commencent, il merite par l'importance de la matiere que nous en parlions ici avec quelque étendue.

L'Algebre exprime par des Lettres toutes les grandeurs, ſoit nombres, ſoit lignes, ſoit degrez de vîteſſe &c. Comme il y a dans toutes les recherches quelque choſe de connu ou de donné, elle exprime par certaines Lettres qu'on appelle *Inconnues* les grandeurs dont on veut découvrir la valeur, ou, ce qui eſt la même choſe, le rapport à des grandeurs ou lettres connues. Par exemple, ſi on cherche une moyenne proportionnelle entre deux grandeurs données, on trouve auſſi-tôt par une Equation d'Algebre très-ſimple, que la lettre inconnue, ou la moyenne proportionnelle cherchée eſt égale

* Voyez les Memoires, pag. 71.

égale à la Racine quarrée du produit des deux grandeurs données & connues. Cette racine quarrée eſt *l'expreſſion* algebrique de la grandeur qu'on cherchoit. Si dans ce même exemple il s'agiſſoit de lignes, & que par conſéquent la grandeur cherchée en fût une, il faudroit enſuite trouver une ligne dont cette Racine quarrée fût l'expreſſion, & il eſt viſible par les premiers Elements de Géometrie qu'étant décrit un cercle qui eût pour diamêtre les deux grandeurs données miſes bout à bout, ſi on élevoit au point où elles ſe joindroient une perpendiculaire qui ſe terminât à la circonference, cette perpendiculaire ſeroit la ligne cherchée. Trouver par la proprieté Géometrique du Cercle cette ligne telle que la demandoit l'expreſſion algebrique, c'eſt *appliquer l'Algebre à la Geometrie*; décrire ce Cercle d'un certain diamêtre déterminé, & élever cette perpendiculaire, c'eſt *conſtruire le Problême* qui avoit été propoſé.

Si tous les cas étoient auſſi ſimples que celuilà, l'Application de l'Algebre à la Géometrie n'auroit pas beaucoup de difficulté, mais ordinairement les expreſſions que donnent les operations d'Algebre pour les grandeurs inconnues ſont beaucoup plus *compoſées*. Elles le ſont d'autant plus en général que les lettres inconnues montent à des puiſſances ou degrez plus hauts, ou, ce qui eſt compté pour la même choſe, que les lettres inconnues, lorſqu'il y en a plus d'une, forment entre-elles des produits d'un plus grand nombre de dimenſions. En voici la raiſon eſſentielle. L'objet & la fin de toutes les operations d'Algebre eſt d'avoir dans un membre d'une Equation la lettre inconnue ſeule, & dans l'autre toutes les lettres

connues, ſeules auſſi & ſans mêlanges d'inconnues; car alors il eſt clair que la valeur de l'inconnue eſt trouvée. Mais on ſait par la maniere dont les puiſſances ſe forment, que ſi une lettre inconnue monte à une puiſſance plus élevée, elle ſe trouvera enſuite dans ſes puiſſances inferieures mêlée & combinée un plus grand nombre de fois avec des grandeurs connues, & par conſéquent il ſera d'autant plus difficile de l'en dégager. C'eſt la même difficulté pour pluſieurs lettres inconnues qui ſe multiplient ſeules les unes les autres, & qui enſuite ſont differemment multipliées par les lettres connues. Les Problêmes tirent leur nom du degré où monte la lettre inconnue. Ils ſont *ſimples* ou *du premier degré* ſi elle ne paſſe pas ce degré; *plans* ou du *ſecond degré*, ſi elle eſt quarrée; *ſolides* ou *du troiſiéme degré*, ſi elle va juſqu'au cube, & ainſi de ſuite. C'eſt la même choſe pour les produits des lettres inconnues entre-elles, horſmis qu'alors il ne peut y avoir de premier degré. Ces dénominations des Problêmes portent en même temps le caractere de leur difficulté.

Une grandeur inconnue élevée à un degré quelconque, n'eſt connue que quand on connoît ſa racine correſpondante à ce dégré. Ainſi un cube inconnu ne vient à être connu que quand on connoît ſa racine cubique. Or une grandeur élevée à un degré quelconque a toûjours autant de racines ſoit *réelles*, ſoit *imaginaires*, qu'il y a d'unitez dans ce degré, & par conſéquent ſi pour reſoudre un Problême on eſt arrivé à une Equation où il n'y ait qu'une lettre inconnue, on ne lui pourra trouver qu'autant de racines qui ſatisfaſſent au Problême,

me, ou, ce qui eſt la même choſe, autant de ſolutions du Problême tout au plus, que le degré de cette lettre inconnue aura d'unitez. Je dis *tout au plus*, car il ſe pourra trouver des racines imaginaires, qui n'étant rien, & même ne pouvant être, ne donneront aucune ſolution, & s'il n'y en avoit point d'autres, le Problême ſeroit impoſſible & contradictoire. Comme il n'y a donc qu'un certain nombre de ſolutions pour les Problêmes qui ſe réduiſent à une ſeule inconnue, on les appelle *déterminez*. Au contraire ils ſont *indéterminez*, s'il y reſte dans une ſeule Equation deux ou pluſieurs inconnues, que l'on ne puiſſe réduire à une ſeule par le moyen de quelques autres Equations. Alors en donnant arbitrairement à une des inconnues telle valeur qu'on voudra, on détermine neceſſairement la valeur de l'autre, qui en eſt abſolument dépendante en vertu de l'Equation, & comme le nombre des valeurs arbitraires qu'on peut donner à une inconnue eſt infini, celui des valeurs qui naiſſent de-là pour l'autre inconnue, l'eſt pareillement, & par conſéquent auſſi le nombre des ſolutions du Problême indéterminé.

Par exemple, ſi l'on cherche deux lignes proportionnelles à deux lignes données, on trouvera une équation où ſeront les deux lignes inconnues, multipliées l'une par une des données, l'autre par l'autre, & l'on ne pourra avancer ni découvrir rien de plus; à moins que de donner une valeur arbitraire à l'une des inconnues, après quoi l'autre viendra neceſſairement, ce qui peut être recommencé une infinité de fois. Ainſi les Algebriſtes ont raiſon de dire, que reſoudre un Problême indéterminé c'eſt reſoudre une infinité de fois un Problême

déterminé. De même ſi l'on cherche une ligne qui coupant en deux parties quelconques le diamêtre d'un cercle, ſoit moyenne proportionnelle entre ſes deux parties, on trouvera que toute ligne perpendiculaire menée de la circonference ſur le diamêtre a cette proprieté, & pour en avoir une il faudra déterminer arbitrairement un point du diamêtre ſur lequel elle tombera. Il eſt viſible que ce diamêtre ayant une infinité de points, ce Problême a une infinité de ſolutions.

Si l'on vouloit conſtruire le premier Problême que nous venons de donner en exemple, il faudroit tirer l'une des deux lignes données, & ſur ſon extrémité poſer l'autre qui feroit avec elle un angle quelconque, par exemple, un angle droit. Enſuite on tireroit l'hypotenuſe de cet angle, on prolongeroit à l'infini la premiere ligne donnée, & l'hypotenuſe; & alors toutes les lignes tirées de la premiere ligne prolongée à cette hypotenuſe parallelement à la ſeconde ligne donnée, auroient aux parties correſpondantes de la premiere ligne le même rapport que les deux lignes données avoient entre elles. Cela eſt évident, puiſque ce n'eſt qu'un triangle infini, qui a une infinité de baſes paralleles. En ce cas l'hypotenuſe infinie de ce triangle, d'où l'on peut tirer une infinité de paralleles qui toutes ſatisferont à la queſtion eſt appellée un *Lieu*, parce qu'elle contient tout ce qu'on cherchoit. De même c'eſt un Lieu que la demi-circonference d'un cercle d'où l'on peut tirer toutes les perpendiculaires qui couperont le diamêtre de façon qu'elles ſoient moyennes proportionnelles entre ſes deux parties.

On

On appelle *Origine* d'un lieu le point d'où partent & d'où naiſſent, pour ainſi dire, toutes les lignes qui reſolvent un Problême indéterminé. Ainſi le ſommet du triangle infini eſt l'origine du lieu qui contient toutes les lignes proportionnelles aux deux lignes données. L'une ou l'autre extrémité du diamêtre d'un cercle eſt l'origine du lieu qui contient les moyennes proportionnelles aux deux parties quelconques de ce diamêtre. Je dis *l'une ou l'autre* parce qu'il en faut déterminer arbitrairement l'une des deux, d'où l'on commencera à diviſer le diamêtre.

Dans le triangle infini, l'hypotenuſe qui paſſe par les extrémitez de toutes les baſes paralleles eſt une ligne droite, parce que toutes ces baſes ſont entr'elles comme les parties correſpondantes de la ligne infinie ſur laquelle elles ſont poſées, à compter depuis l'origine du lieu. Mais ſi c'étoient, non pas ces lignes paralleles ou baſes, mais leurs quarrez qui fuſſent entr'eux comme les mêmes parties correſpondantes de la ligne infinie qui les porte, alors l'hypotenuſe qui paſſeroit par leurs extrémitez ne pourroit plus être une ligne droite, mais une Courbe, & on ſait que ce ſeroit une Parabole. Si au lieu des quarrez des lignes paralleles, c'étoient leurs cubes, qui euſſent entr'eux ce rapport, ou enfin toute autre puiſſance, ce ſeroit encore une Courbe qui paſſeroit par leurs extrémitez, mais une Courbe d'une autre eſpece. De là il ſuit que dans tout Problême indéterminé où les inconnues ne paſſent point la premiere puiſſance, on ne trouve qu'un *lieu à la ligne droite*; mais ſi elles montent au deſſus de la premiere puiſſance, le lieu ſera ne-

ceſſairement *à une ligne Courbe*. Ce qu'on dit ici des puiſſances d'une ſeule inconnue, il le faut entendre auſſi des produits de deux inconnues, lorſqu'ils auront un pareil nombre de dimenſions. Tout produit de deux inconnues donne un lieu du même degré que celui ou une ſeule inconnue eſt quarrée, & ainſi du reſte.

Tous les Problêmes indéterminez du ſecond degré ſont donc neceſſairement renfermez dans les combinaiſons qu'on peut faire, ou du produit de deux inconnues entre-elles, ou de leurs quarrez, le tout mêlé avec des grandeurs connues. Or telle eſt la nature des quatre Courbes qui naiſſent des differentes ſections du Cone, c'eſt-à-dire du Cercle, de l'Ellipſe, de la Parabole, & de l'Hyperbole, que leurs Abſciſſes & leurs Ordonnées forment tous ces rapports qui ne paſſent point le ſecond degré, & par conſéquent ces Courbes ſont les lieux où tous les Problêmes de ce degré ſe reduiſent, & il faut ſavoir les décrire pour la ſolution de ces Problêmes. A plus forte raiſon il faut connoître les proprietez géometriques de ces Courbes. L'application de l'Algebre à la Géometrie demande donc, ne fût-ce que pour les Problêmes du ſecond degré, la connoiſſance des Sections Coniques. Auſſi M. *Guiſnée* en donne-t-il dans le Livre dont nous parlons un petit Traité aſſez inſtructif.

Il ne ſuffit pas de ſavoir que tous les Problêmes du ſecond degré ſe rapportent à quelqu'une des quatre Sections Coniques, il faut pouvoir reconnoître à laquelle ils ſe rapportent, & deplus, de quelle maniere ils s'y rapportent. Sur cela, voici quel eſt l'eſprit de la Methode, & des Obſervations de M. *Guiſnée*.

L'E-

L'Equation qui exprime la nature d'une Courbe peut paroître ſous des formes differentes, & quelquefois ſi differentes qu'on a de la peine à y reconnoître la même Courbe. La nature d'une Parabole, par exemple, conſiſte en ce que le quarré d'une Ordonnée quelconque eſt égal au rectangle de l'Abſciſſe correſpondante par le Parametre, qui eſt une ligne conſtante, & qu'on ſuppoſe toûjours donnée. Cette Equation eſt une des plus ſimples qu'on puiſſe imaginer, & toutes les fois qu'on ſeroit arrivé à une pareille Equation où le quarré d'une des inconnues ſeroit égal au rectangle de l'autre par une ligne donnée, on ſeroit bien ſûr que pour reſoudre le Problême il ne faudroit que décrire une Parabole qui eût la ligne donnée pour Parametre. Alors auſſi l'origine du lieu du Problême, ou, ce qui eſt la même choſe, le point d'où partiroient les deux eſpeces de lignes qui le reſoudroient, ſeroit le ſommet du diamêtre ſur lequel on auroit décrit la Parabole, car il eſt viſible que de ce ſommet naîtroient toutes les Abſciſſes & les Ordonnées à l'infini qui auroient la proprieté requiſe. Mais ſi l'Equation du Problême étoit telle qu'avec le quarré d'une inconnue, ou avec le rectangle de l'autre inconnue par une ligne donnée, on mêlât ſoit par Addition, ſoit par Souſtraction, quelque rectangle de l'une des deux inconnues ſoit par le Parametre, ſoit par quelque autre ligne donnée, alors quoique ce fût toûjours la même Parabole qui reſolût le Problême, les inconnues du Problême ne pourroient être que les Abſciſſes & les Ordonnées de cette Parabole modifiées d'une certaine façon, c'eſt-à-dire augmentées ou diminuées de quelque choſe,

car enfin il leur eſt arrivé quelque changement, & elles n'en peuvent recevoir d'autres. Or l'origine commune des Abſciſſes & des Ordonnées d'une Parabole étant toûjours neceſſairement au ſommet du diamêtre, par rapport auquel elles ſont Abſciſſes & Ordonnées, dès que ces lignes ſont modifiées de la maniere dont il faut qu'elles le ſoient pour repréſenter les inconnues du Problême, elles ne peuvent plus, avec ce changement qu'elles ont reçu, avoir encore leur origine commune à ce même ſommet, & par conſéquent l'origine des inconnues du Problême ou de ſon lieu n'eſt point au ſommet de la Parabole qui le reſout, mais en quelque autre point.

Cet exemple ſuffit pour faire comprendre & comment l'Equation d'une même Courbe peut être changée, & pour ainſi dire, déguiſée en pluſieurs manieres, & comment des Problêmes qui ſe rapporteront à une même Courbe s'y rapporteront differemment, parce que les origines de leurs inconnues ſeront en differents points.

Entre toutes les Equations qui peuvent ſe rapporter à la Parabole, les plus naturelles & les plus ſimples ſont celles dont les deux inconnues ont leur origine au ſommet du diamêtre qui leur appartient dans cette Courbe. De même les Equations les plus ſimples du Cercle & de l'Ellipſe ont leur origine au centre. L'Hyperbole eſt une Courbe qui en quelque ſorte en vaut deux, parce qu'elle peut être conſiderée de deux manieres qui fourniſſent deux équations differentes. Si on la conſidere par rapport à un diamêtre, comme la Parabole, le Cercle, & l'Ellipſe, ou plûtôt à deux diamêtres *conjuguez*

juguez comme l'Ellipſe, ſon équation ainſi que celle de ces trois Courbes conſiſte dans le rapport du quarré d'une Ordonnée quelconque à un rectangle correſpondant, & l'équation la plus ſimple a ſon origine à l'interſection des diamêtres qui eſt auſſi le centre de l'Hyperbole. Si on la conſidere par rapport à ſes Aſymptotes, ce qui lui eſt particulier, & ne peut convenir à aucune des trois autres Sections Coniques, ſon Equation ſe tire de l'égalité d'un quarré toûjours conſtant avec le rectangle des Abſciſſes & des Ordonnées, qui appartiennent à la Courbe priſe de cette façon, & la plus ſimple de ces équations a ſon origine au ſommet de l'angle des Aſymptotes, qui eſt auſſi le centre de la Courbe. De-là il ſuit que les deux manieres differentes dont on peut prendre l'Hyperbole s'accordent à donner pour ſon équation la plus ſimple celle qui a ſon origine au centre.

M. *Guiſnée* ne conſidere d'abord que ces Equations les plus ſimples des quatre Sections Coniques, & donne par les Obſervations ſuivantes des Regles pour les diſtinguer d'avec les autres. Je ſuppoſe que toutes les Equations ſoient égalées à zero, c'eſt-à-dire que l'on ait mis dans un membre de l'Equation tous ſes termes avec les differents ſignes qui leur conviendront, & dans l'autre zero ſeul. C'eſt une forme qui rend les Operations d'Algebre plus commodes en une infinité d'occaſions.

Une Equation à la Parabole, & une Equation aux Aſymptotes de l'Hyperbole, n'ont que deux termes, & ce qui les diſtingue, c'eſt que dans la premiere l'un des termes eſt le quarré d'une des inconnues, & l'autre, le rectangle

de l'autre inconnue par une grandeur connue, au lieu que dans la ſeconde Equation l'un des termes eſt le rectangle des deux inconnues, & l'autre un quarré connu.

Les Equations au cercle, à l'Ellipſe, & aux Diamêtres de l'Hyperbole ont trois termes, dont deux renferment les quarrez des deux inconnues, & le troiſiéme eſt un quarré connu. L'Equation au Cercle differe des deux autres en ce que ſes deux quarrez inconnus ſont entierement dégagez de toute grandeur connue, ce qui n'eſt pas dans l'Equation à l'Ellipſe, ni dans celle qui eſt aux diamêtres de l'Hyperbole en général, & l'Equation à l'Ellipſe & au Cercle differe de celle qui eſt aux Diamêtres de l'Hyperbole, en ce que les deux termes qui renferment ſes quarrez inconnus ont le même ſigne. La Theorie des Sections Coniques fait voir évidemment pourquoi les Equations qui appartiennent à ces quatre Courbes paroiſſent ſous ces differentes formes.

Il eſt donc très-aiſé de reconnoître à laquelle de ces Courbes ſe rapportent les Equations du ſecond degré, lors qu'elles ſont du nombre de celles que nous appellons les plus ſimples. M. *Guiſnée* enſeigne la maniere de décrire les Courbes dont elles ont beſoin, ou, ce qui revient au même, de conſtruire les Problêmes qu'elles reſolvent.

Mais tout cela ſuppoſe que l'on ſoit arrivé à ces Equations les plus ſimples du ſecond degré, & ce ſont juſtement celles où l'on arrive le plus rarement. La plus grande partie des Equations, je parle toûjours de celles qui ne paſſent point le ſecond degré, ſont plus compoſées, & ont un plus grand nombre de termes

mes, c'eſt-à-dire, car cela ne ſe peut autrement, que leurs inconnues ſont encore multipliées ou les unes par les autres, ou par des grandeurs connues.

Alors c'eſt une regle générale que l'origine des inconnues n'eſt plus ou au ſommet du diamêtre d'une Parabole, s'il s'agit de cette Courbe, ou au centre des trois autres; & en effet il eſt clair par l'exemple que nous avons rapporté ci-deſſus de la Parabole, que quand on introduit un troiſiéme terme dans ſon Equation, l'origine de ſes inconnues ne peut plus être au ſommet d'un diamêtre, & reciproquement. Comme un lieu à la Parabole peut avoir une origine differente du ſommet de cette Parabole, il peut auſſi avoir une *fin* differente de celle de cette Courbe qui n'en a point, & s'étend à l'infini, & par conſéquent il n'y aura qu'une certaine portion de la Parabole qui ſera propre à reſoudre le Problême. Il en peut être ainſi des autres Courbes.

Les Equations compoſées ſe reconnoiſſent encore le plus ſouvent, & ce qui fait l'eſſence des ſimples y domine aſſez pour l'ordinaire; hors delà, elles ſont équivoques. Une Equation qui n'a qu'un quarré inconnu, & où les deux inconnues ne ſe multiplient point l'une l'autre, appartient toûjours à la Parabole. Celle qui pareillement n'a point le produit des deux inconnues l'une par l'autre, & qui a deux quarrez inconnus, apartient toûjours à l'Ellipſe, ſi les deux quarrez inconnus ont le même ſigne, ou aux Diamêtres de l'Hyperbole, s'ils ont un ſigne different. Celle qui a le produit des deux inconnues, ſans aucun quarré inconnu, apartient aux Aſymptotes de l'Hyper-

perbole. Celle qui avec le produit des deux inconnues a un ſeul quarré inconnu, apartient également ou aux Diamêtres ou aux Aſymptotes de l'Hyperbole. Celle qui avec ce même produit a deux quarrez inconnus eſt douteuſe entre les quatre Courbes.

Pour la conſtruction des Problêmes qui dépendent des Equations compoſées il y avoit deux partis à prendre, ou d'enſeigner à conſtruire les Problêmes ſur ſes Equations telles qu'on les a trouvées, ou de donner le moyen de les ramener & de les *réduire* aux ſimples. M. *Guiſnée* n'a pris que ce ſecond parti, & il nous avertit que M. le Marquis de l'*Hôpital* avoit pris le premier dans l'Ouvrage qu'il compoſoit quand il eſt mort. Nous l'avons annoncé dans l'Hiſtoire de 1704,* & on travaille à l'imprimer.

On appelle en Algebre *ſeconds termes* ceux où l'inconnue a un degré de moins que dans le terme où elle eſt la plus élevée, & l'art de faire *évanouir* d'une Equation ces ſeconds termes, c'eſt-à-dire de former une nouvelle Equation où ils ne ſe trouvent plus, eſt une invention des plus ingenieuſes & des plus utiles de toute l'Algebre. On a vû par l'exemple que nous avons rapporté de la Parabole, & qui ſe doit appliquer aux autres Sections Coniques, que quand les Equations à ces Courbes n'ont pas leur origine à certains points déterminez, ou, ce qui eſt la même choſe, ne ſont pas les plus ſimples qu'elles puiſſent être, elles ont des ſeconds termes, & par conſéquent il ne faut que les faire évanouïr, pour réduire ces Equa-

* pag. 165. & 166.

Equations composées aux plus simples, qui est tout ce qu'entreprend M. *Guisnée*.

Differentes résolutions du même Problême, également justes & démontrées, peuvent avoir differents degrez de simplicité. Les Géometres sont convenus entr'eux que la plus simple des quatre Sections Coniques est le Cercle, & même les Anciens ne comptoient pour *Géometrique*, que ce qui se pouvoit faire par le moyen de la ligne droite & du Cercle seulement. Tout le reste étoit *méchanique*. M. *Descartes* a fait voir que cette severité étoit injuste, & que non seulement les autres Sections Coniques, mais une infinité d'autres Courbes qui meritoient d'être appellées Géometriques à aussi bon titre que le Cercle, devoient donner aussi des solutions Géometriques. Depuis lui, on a fixé plus précisément par la Géometrie des Infiniment petits l'idée des Courbes *géometriques* & des *méchaniques*, telle que nous l'avons rapportée dans l'Histoire de 1704.* Mais cela n'empêche pas que les Courbes Géometriques n'ayent toûjours entre-elles differents degrez de simplicité. Non seulement celles dont les Equations montent à un degré plus haut, sont incontestablement les moins simples, mais dans un même degré elles peuvent l'être plus ou moins. Ainsi dans le second degré le Cercle est plus simple que les autres, après lui c'est la Parabole, & l'Hyperbole prise par rapport à ses Asymptotes est celle qui l'est le moins. Delà il suit que si un Problême indéterminé du second degré peut être resolu par deux ou plusieurs des quatre Courbes, il faut preferer la plus

* Pag. 142.

plus ſimple. Cette plus grande ſimplicité dans la ſolution fait une partie de ce qu'on appelle ſon *élegance*, le reſte conſiſte à la tirer plus immédiatement de ce qui eſt donné dans la Queſtion, & à y faire entrer une moindre quantité de principes étrangers & auxiliaires.

Ce que nous avons dit ſur les Problêmes indéterminez du ſecond degré étant bien conçû, on voit d'un coup d'œuil à quoi ſe réduiſent en général les Problêmes déterminez de ce même degré. D'abord puiſqu'ils ſont déterminez, ils n'ont qu'une inconnue, & par conſéquent ils ne peuvent jamais dépendre de l'Hyperbole entre ſes Aſymptotes. Ils n'ont qu'un quarré inconnu, & s'ils ont un ſecond terme, il n'empêche pas que l'on n'ait toûjours par les grandeurs connues la valeur du rayon ſur lequel il faudra décrire un Cercle, s'il en eſt beſoin. Enfin puiſqu'ils ſont déterminez, ils n'ont qu'un certain nombre de ſolutions, & puiſqu'ils ſont du ſecond degré, ils n'en peuvent avoir que deux réelles tout au plus, d'où il ſuit qu'il ne peut y avoir dans la circonference du Cercle plus de deux points qui les reſolvent, or ces deux points ne peuvent être déterminez que par l'interſection d'une ligne droite & de cette circonference. Je ſuppoſe toûjours que l'on n'employe que le Cercle, puiſqu'il ſeroit vicieux d'employer une autre Courbe, quand même on le pourroit.

Lorſque ces Problêmes ſont impoſſibles, ou, ce qui eſt la même choſe, lorſque leurs deux ſolutions, ou les deux Racines de leur Equation, ſont imaginaires, on trouve que le Cercle tel que le demande leur conſtruction, &

la

la ligne droite tirée comme elle le demande auſſi, ne peuvent ſe couper.

Le Cercle n'eſt pas même toûjours neceſſaire pour ces Problêmes, & quelquefois l'interſection de deux lignes droites ſuffit. La raiſon en eſt que l'on peut avoir deux Equations indéterminées du premier degré ou à la ligne droite, qui ayent chacune les deux mêmes inconnues. Alors le Problême qui a conduit à ces deux Equations eſt déterminé de ſa nature, parce qu'on peut toûjours, en chaſſant par le moyen des deux Equations indéterminées l'une des deux inconnues, le réduire à une ſeule. Il arrive quelquefois que par cette réduction, l'inconnue qui reſte ſeule monte au ſecond degré & a un ſecond terme, & par conſéquent le Problême eſt en ce cas un Problême déterminé du ſecond degré. Mais il y a deux manieres de le conſtruire, ou par les deux Equations indéterminées, ou par la ſeule Equation déterminée. Si on le conſtruit de la premiere maniere, il eſt viſible que le lieu de chacune des deux Equations indéterminées n'étant qu'une ligne droite, & le Problême étant déterminé, les deux Equations ne peuvent avoir rien de commun qui fourniſſe la ſolution, que l'interſection de leurs lieux, ou de leurs deux lignes droites. Si on conſtruit le Problême de la ſeconde maniere, on doit encore trouver la même interſection, puiſque la nature du Problême n'a pas changé.

Comme le raiſonnement que nous venons de faire ne dépend pas de ce que les deux Equations indéterminées qui en ont produit une déterminée, étoient du premier degré, & qu'il ſubſiſteroit de même à l'égard des autres dégrez,

grez, on peut établir ce principe général, que quand deux Equations indéterminées d'un dégré quelconque ont les deux mêmes inconnues, & que l'Equation déterminée, à laquelle par conſéquent on peut toûjours les réduire, monte à un dégré ſuperieur, le Problême qui eſt alors neceſſairement déterminé ſe reſout toûjours par l'interſection des lieux ou lignes qu'il auroit falu décrire pour la réſolution des deux Equations indéterminées. Il ne faut pas oublier que les Problêmes peuvent être conſtruits ou par les deux Equations indéterminées ou par la ſeule Equation déterminée.

Il n'y a point d'Equation déterminée du quatriéme degré qui n'ait pu être produite par deux Equations indéterminées du ſecond, & par conſéquent tout Problême déterminé du quatriéme degré ſe reſout par les interſections de deux d'entre les quatre Courbes qui naiſſent du Cone. Il eſt clair que deux Sections Coniques, le Cercle & la Parabole, par exemple, ne peuvent ſe couper qu'en quatre points tout au plus, auſſi une Equation déterminée du quatriéme degré ne peut-elle avoir plus de quatre racines réelles, & ſi elle en a d'imaginaires, il y aura un pareil nombre d'interſections qui manqueront aux deux Sections Coniques, ce qui peut ſervir à faire voir le merveilleux accord de l'Algebre & de la Géometrie.

Les Problêmes determinez du troiſiéme degré peuvent très-facilement être élevez au quatriéme. Il n'y a pour cela qu'à multiplier par leur inconnue, qui eſt unique, toute l'Equation égalée à zero. Ils ſe reſolvent donc alors par des interſections des Courbes du Cone. Et comme la multiplication qu'on a faite n'a en rien

rien changé leur nature, il s'enſuit que les Problêmes déterminez du troiſiéme & du quatriéme degré ſont préciſément de la même eſpece & du même ordre. Seulement on ne peut trouver pour les Problêmes du troiſiéme degré que trois interſections de leurs Courbes tout au plus, parce que leurs Equations ne peuvent avoir plus de trois racines réelles. Puiſqu'un Problême du quatriéme degré peut n'avoir que trois ſolutions réelles, & même moins, un Problême du troiſiéme degré peut monter au quatriéme, ſans en recevoir aucun changement. Quoiqu'il ſemble être contre la ſimplicité d'élever un Problême que l'on veut reſoudre à un degré plus haut que celui qu'il avoit naturellement, il eſt viſible que cette ſimplicité qui n'eſt qu'apparente eſt ſacrifiée à une plus grande facilité de l'operation.

Il ne ſera pas hors de propos d'obſerver ici, que quand une ligne ſoit droite ſoit courbe coupe une Courbe en deux points, ſi l'on imagine que les deux points d'interſection ſe raprochent juſqu'à ſe confondre enſemble, ils deviendront un point d'atouchement, & de là il ſuit qu'un point d'attouchement vaut deux points d'interſection, & doit être compté pour deux ſolutions d'un Problême. Auſſi trouve-t-on toûjours à de ſemblables points deux racines égales, & c'eſt par-là que M. *Deſcartes* parvint à ſa fameuſe Methode des Tangentes.

Quoiqu'il ſoit indifferent, quant à la ſolution des Problêmes déterminez du troiſiéme & du quatriéme degré, de les conſtruire ou par les deux Equations indeterminées, ou par la ſeule déterminée, M. *Guiſnée* remarque qu'il faut le plus ſouvent préferer la premiere ſorte de

de conſtruction, parce que comme elle enferme deux inconnues, elle donne en même temps & l'Abſciſſe & l'Ordonnée correſpondantes aux points qui reſolvent le Problême, au lieu que par l'autre conſtruction qui ne roule que ſur une inconnue, on n'auroit que l'une de ces deux grandeurs, après quoi il faudroit encore chercher l'autre.

Il reſte maintenant à parler des Problêmes indéterminez qui paſſent le ſecond degré. Tout Problême indéterminé, ou, ce qui eſt la même choſe, ayant deux inconnues, ne peut ſe reſoudre que par quelque Courbe, qui dans toute ſon étendue ou du moins dans une certaine partie de cette étendue, repréſente par ſes Abſciſſes & par ſes Ordonnées les deux inconnues du Problême. Si, par exemple, on a dans une Equation une inconnue dont le cube ſoit égal ou au quarré d'une ligne donnée multiplié par une autre inconnue, ou au quarré de cette ſeconde inconnue multiplié par une ligne donnée, c'eſt là un Problême indéterminé du troiſiéme degré, qui ne peut ſe reſoudre que par une Courbe qui dans le premier cas s'appelle *premiere Parabole cubique*, & dans le ſecond, *ſeconde Parabole cubique*. La Deſcription de cette Parabole ſera la conſtruction du Problême. Il en eſt ainſi de tous les autres Problêmes plus élevez à l'infini, & des Courbes qui leur répondent.

La conſtruction des Problêmes indéterminez qui paſſent le ſecond degré, n'eſt donc que l'art de décrire des Courbes differentes des quatre Sections Coniques. Cet art en général conſiſte à donner à l'une des deux inconnues une valeur arbitraire, moyennant quoi la valeur de l'au-

l'autre inconnue vient à être neceſſairement déterminée, & par là on a un des points de la Courbe qu'on veut décrire. Une autre valeur arbitraire donnée encore à la même inconnue détermine une autre valeur pour la ſeconde inconnue, & c'eſt là encore un autre point de la Courbe, que l'on a de cette maniere *par points* trouvez les uns après les autres, ou plûtôt, que l'on ſe contente de pouvoir trouver.

Par exemple, s'il eſt queſtion de décrire la premiere Parabole cubique, on prendra pour l'inconnue qui recevra ſucceſſivement les valeurs arbitraires celle qui dans l'Equation monte au cube, & en même temps on tirera une ligne droite indefinie qui ſera l'axe de la Courbe, & aura une origine fixe & déterminée d'où l'on comptera les differentes valeurs arbitraires, qui ſeront par conſéquent autant d'Abſciſſes de l'axe. Enſuite ſi l'on veut que l'inconnue qu'on a choiſie ſoit égale à 1, ou ce qui eſt la même choſe, ſi l'on prend 1 pour Abſciſſe, l'Ordonnée correſpondante ſera 1 diviſé par le quarré donné dans l'Equation, & l'extrémité de cette Ordonnée dont la valeur eſt toute connue ſera neceſſairement un point de la Parabole cubique. Si l'on prend 2 pour Abſciſſe, l'Ordonnée correſpondante ſera 8 diviſé par le quarré connu de l'Equation, & l'extrémité de cette Ordonnée ſera un nouveau point de la Courbe. Si l'on prend pour Abſciſſes des nombres moyens entre 1 & 2, les Ordonnées correſpondantes ſeront d'autant plus proches les unes des autres, & les points de la Courbe d'autant plus ſerrez, en un mot la Deſcription de l'arc correſpondant de la Courbe d'autant plus exacte, que l'on prendra une plus grande quantité de

ces

ces nombres moyens. Il en faudroit une infinité pour rendre la Deſcription de cet arc entierement exacte.

Dans le choix que l'on a des deux inconnues pour donner à l'une ſucceſſivement toutes les valeurs arbitraires, il eſt viſible que l'on doit préferer celle qui monte dans l'Equation au degré le plus élevé, lorſqu'elles ne montent pas toutes deux également haut, ou enfin généralement, celle qui étant ſuppoſée connue rendra l'Equation la plus ſimple & la plus facile à reſoudre. Ainſi dans l'exemple de la Parabole cubique, l'inconnue qui monte au cube étant choiſie pour porter toutes les valeurs arbitraires, le Problême qui étoit indéterminé & du troiſiéme dégré, devient par chaque valeur arbitraire, ou, ce qui eſt la même choſe, à chaque conſtruction partiale, un ſimple Problême déterminé du premier dégré. Pareillement, des Problêmes indéterminez d'un degré plus haut peuvent devenir à chaque conſtruction partiale des Problêmes déterminez du ſecond, du troiſiéme, ou du quatriéme dégré, & tant qu'ils ne montent pas plus haut, ils ſe reſolvent par les methodes qui ont été expliquées, c'eſt-à-dire que les conſtructions partiales ſe font, ou, ce qui eſt le même, que les points des Courbes ſe trouvent les uns après les autres par des interſections de lignes droites, ou de Sections Coniques.

Mais ſi après qu'on a choiſi une inconnue pour lui donner les valeurs arbitraires, celle qui reſte monte ſi haut, que les Problêmes déterminez où elle entre neceſſairement, paſſent le quatriéme degré, alors ils ne ſe peuvent plus reſoudre que par des interſections de deux lignes

gnes dont au moins l'une eſt d'un dégré plus élevé que les Sections Coniques. Entre ces Courbes élevées au-delà du ſecond dégré, la Parabole cubique eſt d'un grand uſage, parce qu'elle donne les cubes des inconnues. En général les Courbes qui paſſent le ſecond dégré ſe décrivent par des points que donnent des interſections de Courbes d'un dégré inferieur, & par-là on peut concevoir les Courbes comme s'élevant à l'infini les unes au deſſus des autres, les ſuperieures toûjours appuyées ſur les inferieures.

Cette Théorie n'eſt que générale, & il n'en faut pas conclurre qu'une Courbe ſuperieure ne puiſſe être décrite ſans le ſecours de quelqu'une des inferieures. Au contraire, il eſt rare, comme le remarque M. *Guiſnée*, que ce ſecours ſoit neceſſaire, & ordinairement on trouve par la nature particuliere de chaque Courbe quelque moyen de la décrire plus ſimple & plus facile, que cet appareil, &, pour ainſi dire, cet échaffaudage de Courbes inferieures. M. *Guiſnée* propoſe pour exemples la Ciſſoïde, la Conchoïde, &c. qui ſe décrivent par des points que donnent de ſimples lignes droites, ou tout au plus droites & circulaires. Cela dépend de l'art & de l'habileté du Géometre, qui doit toûjours tendre à ce qui eſt le plus ſimple, mais ſi les expedients particuliers manquent, on a au beſoin la methode générale.

Tout ce que nous avons dit juſqu'ici de la Deſcription des Courbes qui reſolvent les Problêmes, ne doit s'entendre que des Courbes géometriques, & non des mechaniques. Toute Courbe géometrique étant ou pouvant être repréſentée par une équation indéterminée qui

donne le rapport des Ordonnées & des Abſciſſes, il eſt bien ſûr qu'une Abſciſſe quelconque déterminée arbitrairement déterminera l'Ordonnée correſpondante, ou reciproquement, & en cela conſiſte toute la Methode générale de la Deſcription de ces Courbes. Mais une Courbe méchanique ne peut être repréſentée que par une équation qui donne, non pas le rapport des Abſciſſes aux Ordonnées, mais celui des infiniment petits de ces deux eſpeces de grandeurs, ou même celui des infiniment petits de ces infiniment petits, ce qui peut aller à l'infini; or la valeur d'un infiniment petit eſt indéterminable, & par conſéquent la Methode générale de la Deſcription des Courbes géometriques ne peut abſolument avoir lieu pour les méchaniques, & il en faut une autre toute differente.

M. *Guiſnée* en donne une, ſeulement pour les Courbes méchaniques du *premier genre*, c'eſt-à-dire, pour celles dont les équations ne renferment que des Infiniment petits du premier ordre, & par ce moyen on trouve les lignes droites, ou les Courbes géometriques neceſſaires pour la Deſcription de la Courbe méchanique dont il s'agit. Dans les occaſions particulieres, il peut y avoir des chemins plus courts, ou plus faciles, qu'il faut préferer à cette Methode.

Nous ne la rapporterons point ici, parce qu'elle appartient à une autre eſpece de Géometrie que celle dont nous avons parlé juſqu'à préſent.

M. *Guiſnée* lui-même ne fait que laiſſer entrevoir quelque raion de la Théorie des Infiniment petits, abſolument neceſſaire pour les Cour-

Courbes méchaniques, & c'eſt par-là qu'il finit ſon Ouvrage. En effet la Géometrie ordinaire n'eſt que l'entrée & en quelque ſorte le Veſtibule de la Géometrie de l'Infini.

ASTRONOMIE.

SUR LES SATELLITES DE SATURNE.

* LE Ciel des Anciens, du moins le Ciel de leurs Aſtronomes, n'a pas été ſi magnifique que le nôtre. Dans nôtre Monde ſeul, ou dans ce qu'on appelle le Tourbillon du Soleil, nous avons neuf Planetes qui leur ont été inconnues, ſans compter l'Anneau de Saturne qui n'eſt peut-être qu'une ſuite d'un grand nombre de Planetes. Ces neuf Planetes nouvelles ſont les quatre Satellites de Jupiter, & les cinq de Saturne.

Perſonne n'ignore que les Satellites de Jupiter ont été découverts par *Galilée*. Des cinq de Saturne, l'un a été découvert par M. *Huygens*, les quatre autres par M. *Caſſini*.

Le Premier Satellite de Saturne, c'eſt-à-dire, le plus proche de cet Aſtre, fait ſa révolution

* Voyez les Memoires, pag. 17.

lution autour de Saturne en un 1 jour 21 heures; on neglige ici les minutes. Le ſecond en 2 jours 17^{h}. le troiſiéme en 4 jours 13^{h}. le quatriéme en 15 jours 22^{h}. le cinquiéme en 79 jours 22^{h}. C'eſt le quatriéme qui a été découvert par M. *Huygens*.

Le Diamêtre de l'Anneau qui environne Saturne étant aſſez connu, on l'a pris pour meſure des diſtances des Satellites au centre de Saturne, & on a trouvé que le premier en étoit éloigné d'un Diamêtre de cet Anneau à peu près, le ſecond de 1 $\frac{1}{4}$, le troiſiéme de 1 $\frac{1}{4}$, le quatriéme de 4, le cinquiéme de 12.

On ſait combien les Satellites de Jupiter ſont utiles pour les Longitudes, & par conſéquent pour la Géographie & pour la Navigation, ceux de Saturne ne le ſeront pas moins, ſur tout les plus élevez par rapport à Saturne, car les deux premiers en ſont ſi proches, & ſi proches l'un de l'autre, qu'il eſt rare qu'on les puiſſe diſtinguer ou d'avec Saturne, ou l'un d'avec l'autre, & M. *Caſſini* aſſûre qu'il n'eſt pas plus difficile de trouver Mercure dégagé des rayons du Soleil. Quand Jupiter ne ſera pas ſur l'horiſon pendant la nuit, Saturne y pourra être, & ſes Satellites ſuperieurs tiendront lieu de ceux de Jupiter; quand on les verra tous deux enſemble, on comparera les obſervations faites ſur les deux, & les conſéquences qui en ſeront tirées, & on verifiera les unes par les autres. Enfin on ne ſauroit avoir trop de moyens pour arriver à une connoiſſance auſſi neceſſaire que celle des Longitudes.

Outre cette utilité ſenſible, &, pour ainſi dire, groſſiere, les Satellites en ont d'autres plus élevées, & qui ne vont qu'à perfectionner la

la connoiſſance que nous pouvons avoir du Syſtême de l'Univers.

1°. Ils ont fait voir d'abord combien le mouvement de la Lune autour de la Terre, à laquelle ſeule il ſe rapporte, avoit été heureuſement imaginé par *Copernic*. Le Ciel mieux connu n'a fait qu'expoſer à nos yeux ce qu'avoit deviné ce grand Homme.

2°. *Kepler* a établi une regle fameuſe parmi les Aſtronomes, c'eſt la proportion qui eſt entre les diſtances des Planetes au Soleil, & leurs révolutions. Il a trouvé que ces diſtances ſont entre elles comme les racines cubiques des quarrez des révolutions, ou reciproquement que les révolutions ſont entre elles comme les racines quarrées des Cubes des diſtances. Par exemple, les révolutions de la Terre & de Jupiter autour du Soleil étant 1 & 12, les racines cubiques de 1 & de 144, quarrez de 1 & de 12, ſont 1 & un peu plus de 5, diſtances de la Terre & de Jupiter au Soleil. *Kepler* n'a pas démontré la neceſſité de cette proportion *à priori*, & par les Loix du Mouvement, il a ſeulement établi la proportion ſur le fait, & il l'a ingenieuſement découverte par la comparaiſon des révolutions & des diſtances de toutes les Planetes connues. Mais il faut remarquer, que le fait ſur lequel *Kepler* s'eſt fondé auroit été encore plus certain, ſi les diſtances de toutes les Planetes au Soleil, avoient été connues par obſervation, & immédiatement, auſſi bien que leurs révolutions. Il n'y a que Mercure & Venus dont on voye en même temps & les diſtances au Soleil, & les révolutions autour de ce centre commun. Pour les autres Planetes, on ne voit point leurs diſtan-

ces au Soleil, on les conclut ſeulement avec beaucoup de peine de leur *ſeconde inégalité*, c'eſt-à-dire, ainſi que nous l'avons expliqué dans l'Hiſtoire de 1704,* de la parallaxe, ou difference optique qui eſt entre une même Planete vûe du Soleil, ou vûe de la Terre. Mais en fait d'Aſtronomie, il vaut toûjours mieux voir, que calculer. Heureuſement on vint à connoître les Satellites de Jupiter, on eut par obſervation & leurs diſtances à Jupiter, & leurs révolutions autour de ce centre commun, & la regle de *Kepler* fut confirmée par cet exemple. Elle l'a été depuis auſſi par celui des Satellites de Saturne, & M. *Caſſini* la crut ſi ſûre, qu'ayant obſervé le cinquiéme Satellite ſeulement pendant 12 jours, & ayant découvert ſa plus grande diſtance à l'égard de Saturne, il oſa déterminer en le comparant au quatriéme dont la révolution & la diſtance étoient déja connues, que ſa révolution étoit à peu près de 80 jours, ce qu'un grand nombre d'Obſervations ſuivantes a juſtifié. Voilà donc la regle de *Kepler* verifiée immédiatement par Mercure, par Venus, par les 4 Satellites de Jupiter, & par les 5 de Saturne, c'eſt-à-dire, par 11 Planetes dont les révolutions autour d'un centre commun, & les diſtances à l'égard de ce centre ſont viſibles, & on ne peut plus ſe défier du calcul ni des principes par leſquels on l'a appliquée aux 4 Planetes qui reſtent c'eſt-à-dire, à la Terre, à Mars, à Jupiter, & à Saturne, dont les diſtances au centre commun de leurs révolutions ſont inviſibles. Il eſt clair que c'eſt-là un des fruits de la découverte

* Pag. 86. & 87.

verte des Satellites, tant de Jupiter, que de Saturne.

3°. Ce qui confirme la regle de *Kepler*, confirme auſſi le mouvement que *Copernic* attribue à la Terre. Si ſon Syſtême n'eſt pas vrai, le ſeul qui reſte à prendre eſt celui de *Tycho*. Or ſelon *Tycho*, le Soleil, auſſi bien que la Lune, tourne autour de la Terre, la Lune en un mois, le Soleil en douze. Les Racines cubiques des quarrez de 1 & de 12, ſont 1 & un peu plus de 5. Donc les diſtances de la Lune & du Soleil à la Terre ſeroient dans cette proportion, ſelon la regle de *Kepler*. Or il eſt certain que ces diſtances ſont dans une proportion incomparablement plus grande. Donc ou la regle de *Kepler* eſt fauſſe, ou le Syſtême de *Tycho-Braché* l'eſt. Il paroît impoſſible que la regle de *Kepler* ſoit fauſſe, prouvée, comme elle l'eſt, par l'exemple de toutes celles d'entre les Planetes, qui inconteſtablement tournent autour d'un centre commun; donc c'eſt le *Syſtême* de *Tycho* qui n'eſt pas vrai, & en effet en remettant la Terre à la place qu'elle tient dans celui de *Copernic*, on voit que tout rentre dans l'ordre, & s'accommode à la regle de *Kepler*.

4°. La Lune nous préſente toûjours la même face, & par cette raiſon l'on n'a pas cru d'abord qu'elle pût tourner ſur ſon axe. Cependant il eſt difficile que les mêmes cauſes qui font tourner les autres Planetes ſur leur axe n'y faſſent auſſi tourner la Lune. Pour ſauver cet inconvenient, on a imaginé que la Lune pouvoit tourner ſur ſon axe dans un temps à peu près égal à celui qu'elle employe à tourner autour de la Terre, mais l'égalité ou plûtôt

le peu d'inégalité de ces deux mouvements, qui ne ſe trouvoit point ailleurs, & ne ſe ſoûtenoit par aucun autre exemple, pouvoit encore avoir beſoin de preuves, quoi qu'au fond, ce ſoit une ſuite fort naturelle, & par conſéquent une aſſez forte preuve de ce peu d'inégalité, que la *Libration* de la Lune, c'eſt-à-dire, ce mouvement periodique & reglé, par lequel elle cache quelquefois une partie de l'hemiſphere viſible, & découvre une partie égale de l'hemiſphere caché. Le ſcrupule qu'on pouvoit avoir ſur ce Syſtême peut devenir préſentement moins conſiderable, depuis ce que M. *Caſſini* a découvert du cinquiéme Satellite de Saturne. Il diſparoît réglément pendant environ la moitié de ſa révolution, lorſqu'il eſt à l'Orient de Saturne, quoiqu'il ne ſoit point alors plus éloigné de la Terre, & que quelquefois même il en ſoit plus proche que quand on le voit dans ſon demi cercle Occidental. On ne peut guere expliquer plus naturellement ce Phenoméne ſi ſingulier, qu'en ſuppoſant dans ce Satellite deux Hemiſpheres dont l'un eſt entierement ou preſque entierement formé par des terres, & l'autre par des mers, ou plûtôt par quelque choſe d'analogue à des terres & à des mers, deſorte que l'un de ces Hemiſpheres reflechiſſe juſqu'à nous aſſez de lumiere pour ſe rendre viſible, & que l'autre en reflechiſſe trop peu. Suppoſé que le Phenomene demeure toûjours le même, il faut auſſi que l'Hemiſphere le plus lumineux ſoit toûjours tourné vers nous lorſque le Satellite eſt dans ſon demi cercle occidental, & au contraire, que dans le demi cercle oriental l'Hemiſphere obſcur ſoit tourné de nôtre côté. Or c'eſt ce

qui

qui ne ſe peut, à moins que le Satellite ne tourne ſur ſon axe dans un temps à peu près égal à celui de ſa révolution autour de Saturne, & cela verifieroit d'autant plus heureuſement le mouvement de la Lune ſur ſon axe, que ces deux Planetes ſont de la même eſpece, & que la Lune n'eſt que le Satellite de la Terre, comme les Satellites de Jupiter ou de Saturne n'en ſont que les Lunes. Peut-être ſe trouvera-t-il à la fin que c'eſt une proprieté des Planetes *ſubalternes*, d'avoir des mouvements ſur leur axe à peu près égaux en durée à leurs révolutions autour de leurs Planetes *principales*. Enfin plus on obſervera, plus on découvrira de rapports, qui ſeront autant de veritez, ou autant de degrez pour arriver à des veritez plus importantes.

SUR UNE NOUVELLE METHODE POUR LES LONGITUDES.

* NOUS venons de le dire. Il ne peut y avoir trop de Methodes qui conduiſent à une connoiſſance auſſi neceſſaire que celle des Longitudes. Les Eclipſes de Lune ont été longtemps la ſeule Methode que l'on y employât, & c'eſt en effet celle qui ſe préſente le plus naturellement. M. *Caſſini*, comme on l'a pu

* Voyez les Memoires, pag. 255.

pu voir dans l'Hiſtoire de 1700 * a été le premier qui ait trouvé moyen de faire uſage des Eclipſes de Soleil, que l'on avoit crues juſque-là inutiles pour les Longitudes, & le tour qu'il a été obligé de prendre pour cela, eſt ſi ingenieux qu'il juſtifie ſuffiſamment les Aſtronomes qui ne s'en étoient pas aviſez. Maintenant M. *Caſſini* le fils prend ce même tour pour appliquer à la recherche des Longitudes les Eclipſes des Fixes ou des Planetes cauſées par l'interpoſition de la Lune.

Le peu de diſtance de la Lune à la Terre, ou, ce qui eſt la même choſe, ſa parallaxe qui eſt ſi grande qu'elle peut exceder un degré, eſt cauſe que cette Planete n'eſt pas rapportée au même lieu du Ciel par deux Obſervateurs éloignez qui la voyent en même temps. Ainſi l'un voit qu'elle touche au bord du Soleil, & l'autre ne le voit pas encore, ou peut-être ne le verra point du tout, & par conſéquent il n'y a dans une Eclipſe de Soleil aucun moment qui donne un ſpectacle commun à deux Obſervateurs éloignez, ce qui ſeroit cependant neceſſaire pour les Longitudes. Il en va de même lorſque la Lune paſſe ſous une Planete plus élevée qu'elle par rapport à nous, ou ſous une Etoile fixe, ſa parallaxe cauſe la même diverſité de ſpectacle.

Si l'on ſe ſouvient de ce qui a été dit à l'endroit de l'Hiſtoire de 1700. qui vient d'être cité, on ſait comment M. *Caſſini* a ſauvé cet inconvenient à l'égard des Eclipſes de Soleil. Une Projection de l'Hemiſphere de la Terre éclairé par le Soleil, faite dans l'Orbe de la Lune conçû comme une ſurface ſphérique, eſt une eſpece

* Pag. 131. & ſuiv.

pece de Tableau où ſe vient peindre tout ce qui ſe paſſe dans une Eclipſe de Soleil. Là, une Phaſe quelconque de l'Eclipſe vûe à *Rome*, par exemple, à une certaine heure, me donne le point où la Lune étoit alors réellement ſur ſon Orbite, ou dans cette Projection. D'ailleurs je ſai quelle heure il devoit être à *Paris*, lorſque la Lune étoit à ce même point, & par conſéquent voilà un même moment où l'on ſait quelle heure il étoit à *Paris* & à *Rome*, ce qui eſt la même choſe que leur difference de longitude.

On verra dans le Memoire de M. *Caſſini* le fils, & on peut déja entrevoir comment il étend cette Methode aux Eclipſes des Fixes ou des Planetes par la Lune. Cette extenſion demande quelques changements qui quelquefois rendent la Methode plus facile, quelquefois plus difficile.

Par exemple, dans les Eclipſes de Soleil, quand on veut faire paſſer ſon image dans la projection, il faut avoir égard à ſon diamêtre apparent, tel qu'il eſt alors, à ſon mouvement propre, tel qu'il eſt auſſi, & même à ſa parallaxe, quoique très-petite, au lieu que ſi c'eſt une Etoile fixe qui doive être éclipſée, elle n'a ni parallaxe, ni diamêtre apparent qui change d'un temps à un autre, ni mouvement propre dont on doive jamais tenir compte. Que ſi c'eſt une Planete qui doive être éclipſée, les difficultez du Soleil reviennent, horſmis la parallaxe, qui n'a lieu que pour peu de Planetes, encore faut-il qu'elles ſoient vers leur Perigée.

La Projection de l'Hemiſphere de la Terre ſur l'Orbe de la Lune eſt plus facile à décrire pour une Eclipſe d'Etoile fixe. Car cette Etoile

étant ſans parallaxe, & par conſéquent dans un éloignement qui peut paſſer pour infini, les deux rayons qui partent du centre de l'Etoile, & qui ſe terminent aux deux extrémitez du diamêtre de la terre, ſont paralleles, & par conſéquent le diamêtre de la projection eſt égal à celui de la terre, ce qui eſt fort ſimple, & ne ſe trouve pas dans les Eclipſes de Soleil, où le diamêtre de la projection doit être plus petit que celui de la terre d'une quantité déterminée par la parallaxe du Soleil.

D'un autre côté, le mouvement de la Lune eſt plus ſimple dans les conjonctions & dans les oppoſitions que dans les autres endroits de ſon cours. Nous avons expliqué dans l'Hiſtoire de 1702 * en quoi conſiſte cette plus grande ſimplicité. Il eſt donc plus aiſé de decrire la Trace de ſon mouvement pour une Eclipſe de Soleil où elle eſt toûjours en conjonction, que pour d'autres temps de ſon cours où elle éclipſera quelque Fixe ou quelque Planete.

On ſera peut-être ſurpris qu'une Methode qui paroît délicate & aſſez compliquée, & qui demande la figure d'une Projection aſſez difficile à bien décrire, donne les differences des Meridiens, ou les Longitudes preſque avec autant de juſteſſe & de préciſion que les Eclipſes des Satellites de Jupiter qui ſont beaucoup plus ſimples. C'eſt cependant ce que l'experience a fait voir à M. *Caſſini* le fils, & ce ſuccès ne peut être dû qu'à l'extrême exactitude avec laquelle il a travaillé, pour ainſi dire, chaque piece de tout l'aſſemblage.

Cette Methode peut même avoir dans la pratique

* pag. 102.

tique quelque avantage ſur celle des Satellites de Jupiter. Suppoſons qu'un Satellite ſoit près d'entrer dans l'ombre de Jupiter, & qu'un Obſervateur en attende le moment. Plus la Lunette dont il ſe ſervira ſera longue & plus tard il verra le Satellite éclipſé. Car ce Satellite a un diamêtre ſenſible, dont par conſéquent une partie n'entre dans l'ombre qu'après l'autre, or une partie qui n'eſt pas encore éclipſée paroît à une plus longue Lunette, tandis qu'elle ne paroîtroit plus à une plus petite, qui n'auroit pas la force de l'augmenter ſuffiſamment. De-là vient que quand on compare deux obſervations de la même Eclipſe d'un Satellite de Jupiter faites par differents Obſervateurs, il faut ſavoir ſi leurs Lunettes ont été de differente grandeur, & avoir égard à cette difference pour déterminer un moment, qui ait été préciſément le même. Or cette reduction n'eſt pas neceſſaire pour les Eclipſes des Fixes par la Lune, pourvû que la Lune n'ait point alors été pleine, & qu'elle ait joint par la partie obſcure l'Etoile qu'elle a rencontré. Car les diamêtres des Fixes n'étant pas plus augmentez, du moins ſenſiblement, par de plus longues Lunettes, & l'accident rapporté dans l'Hiſtoire de 1699 * n'étant pas à craindre pour la partie obſcure de la Lune, on voit la jonction de cette Planete & de la Fixe dans le même moment avec des Lunettes fort differentes, ainſi que Mrs. *Caſſini* l'ont éprouvé pluſieurs fois. Du même raiſonnement, il faut conclure que dans la pratique de cette nouvelle Methode les meilleures Obſervations ſont celles où la Lune a touché par ſa partie obſcure une Etoile qui étoit ſur ſon chemin. Le mou-

* pag. 96. & 97.

vement propre de la Lune, qui eſt celui par lequel elle rencontre les Fixes, eſt ſi ſenſible qu'il ne peut y avoir d'incertitude dans le moment de la jonction, ce qui eſt encore à compter.

C'eſt auſſi une commodité de pouvoir obſerver les Fixes de la premiere, ſeconde, & troiſiéme grandeur avec des Lunettes de 2 pieds, au lieu que pour les Satellites de Jupiter, il en faut qui ayent au moins 10 ou 12 pieds.

M. *Caſſini* le fils perſuadé des avantages qu'on pourroit tirer de cette pratique, calcula toutes les Eclipſes des Fixes par la Lune qui devoient arriver depuis le mois de Juillet 1705 juſqu'à la fin de l'année, & envoya ce calcul à ſes Correſpondants en Aſtronomie, afin qu'étant avertis de ces Eclipſes, ils les obſervaſſent, & que leurs obſervations comparées à celles de *Paris* produiſiſſent de nouvelles découvertes ſur les Longitudes, ou confirmaſſent les anciennes.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

LE Soleil a continué d'avoir des Taches, ainſi que les années précedentes, & pour épargner le détail des Obſervations qui en ont été faites par Mrs. *Caſſini*, Mrs. *de la Hire*, & M. *Maraldi*, nous n'en donnerons ici que les reſultats. Les Methodes que ces Aſtronomes employent ou pour l'obſervation de ces Phenomenes ou pour les concluſions qu'ils en tirent, ſont aſſez connues par les Volumes précédents.

Seu-

Seulement avant que d'en venir aux reſultats auſquels nous nous bornons ici, il ſera bon de donner quelques connoiſſances générales, qui doivent ſe répandre ſur toute cette matiere.

Ce qu'on appelle une Tache, n'eſt point ordinairement une Tache unique, mais un amas de pluſieurs Taches particulieres, diſpoſées irrégulierement entre-elles. On choiſit une des plus groſſes de cet amas, pour en obſerver le mouvement.

Communément chaque Tache particuliere eſt environnée d'une eſpece de nuage moins noir & moins obſcur qu'elle, & qui fait le même effet que feroit l'Atmoſphére autour du Globe de la Terre vû de loin. Mais chaque amas de Taches eſt environné d'une *facule* ou eſpace plus clair que le reſte du diſque du Soleil.

Quand un amas de Taches a diſparu, ſouvent la facule qui l'envelopoit ſe diſtingue encore du reſte du diſque par un plus grand éclat.

Le Soleil tourne ſur ſon axe d'Orient en Occident. Ainſi les Taches qui ſuivent ſa révolution commencent à paroître ſur le bord Oriental, & diſparoiſſent ſur l'Occidental.

Le Soleil tourne en 27 jours & 9 ou 10 heures.

Le ſeul effet de la Perſpective doit faire paroître une même Tache plus grande & plus ronde, quand elle eſt vers le centre du Soleil, & plus petite & plus étroite quand elle eſt vers les bords.

Cela ſuppoſé, voici l'Hiſtoire des Taches de cette année.

Après pluſieurs jours de temps couvert, on vît

vît le 15 Janvier à midi deux amas de Taches dans la partie Orientale du diſque du Soleil. Selon l'hypotheſe de la revolution du Soleil en 27 jours & demi, & par la ſituation de ces Taches ſur le diſque, on voyoit qu'il y avoit plus de 4 jours qu'elles pouvoient avoir paſſé de l'Hemiſphere caché dans l'apparent. Et en effet M. *de Plantade* les vit à *Montpellier* le 12. Après le 16 on ne revit plus le Soleil juſqu'au 25, mais alors elles devoient avoir paſſé dans l'Hemiſphere caché, ſi elles ſubſiſtoient encore. Au mois de Février, lorſqu'elles devoient être revenues dans l'Hemiſphere apparent, on ne les revit plus, & par conſéquent elles s'étoient diſſipées, quoiqu'elles fuſſent fort groſſes.

Le 7 Avril il parut une Tache qu'on ne put obſerver que juſqu'au 17, à cauſe du mauvais temps qui ſurvint.

Le 17 Mai, on en vit une à peu près de la même grandeur, & qui cependant, ſelon l'hypotheſe de la revolution du Soleil, ne pouvoit pas être la même. Elle n'avoit pas été amenée ſur l'hemiſphere apparent du Soleil par la révolution de ſon globe, car on n'avoit rien vû les jours précédents, & tout d'un coup elle parut, éloignée du centre de moins de deux minutes. On ſait que le demidiamêtre du Soleil en a 16. Cette même Tache diſparut dès le lendemain, indépendamment auſſi de la révolution du Globe.

Le 4 Juillet, on vit une petite Tache, qui le jour ſuivant parut plus groſſe, & compoſée de pluſieurs autres. Cet amas de Taches étoit déja aſſez avancé ſur le diſque, lorſqu'il ſe montra, & il étoit encore aſſez éloigné du bord Occidental, lorſqu'il diſparut le 13 Juillet.

Deux

Deux Taches principales de cet amas changeoient un peu de ſituation entr'elles, & de grandeur, mais les petites qui les accompagnoient changeoient beaucoup davantage. Leur nombre même étoit fort different en differents jours.

Le 3 Août, on apperçut deux Taches, déja fort avancées ſur le diſque. Selon l'hypotheſe des 27 jours & demi, il s'en faloit plus de deux jours que ce ne puſſent être les mêmes du mois de Juillet. Le lendemain il n'en paroiſſoit plus aucune trace.

Le 4 Octobre, on vit vers le bord Oriental des Taches, qui apparemment venoient de l'hemiſphere caché. Quelques jours après elles parurent fort augmentées en nombre, ſoit qu'elles le fuſſent réellement, ſoit par l'effet de la Perſpective. Elles avançoient toûjours vers le bord Occidental, mais le 12 Octobre, 4 jours avant qu'elles euſſent pu l'atteindre, on vit de nouvelles Taches dans la partie Orientale du diſque, & peu éloignées du centre. Depuis les obſervations de *Scheiner*, faites il a 60 ans, on n'avoit guere vû en même temps deux differents amas de Taches. Nous avions remarqué dans l'Hiſtoire de 1700 * combien ce Phenomene étoit rare, cependant ce fut alors pour la ſeconde fois qu'il parut depuis deux ans.

Ces nouvelles Taches changerent beaucoup de figure, & même on ſoupçonna qu'elles pouvoient avoir quelque mouvement propre fort irrégulier. Le 20 Octobre on les vit encore près du bord Occidental, mais fort diminuées, & fort changées de figure.

Le

* pag. 150.

Le 4 Novembre, il parut une nouvelle Tache près du bord Oriental, & elle fut encore obſervée le 15 près du bord Occidental, ſur lequel elle diſparut le 17. Ni ſa figure, ni l'hypotheſe des 27 jours, ne permettoient qu'on la prît pour une des Taches précedentes, à moins qu'on ne lui eût ſuppoſé un grand changement de figure, & un mouvement particulier fort conſiderable. Pendant le temps qu'elle parut, elle n'eut point d'autres changements ſenſibles, que ceux de la Perſpective.

GEOGRAPHIE.

UNE aſſez grande partie des Etats qui compoſent aujourd'hui le Monde connu, ſe ſont formez des débris de l'Empire Romain démembré & déchiré par les Barbares. Comme c'eſt de-là que nos Hiſtoires modernes prennent leur origine, & que ce ſont auſſi celles qui nous intereſſent le plus, M. *Deliſle* a dreſſé une Carte qui doit être d'un grand ſecours pour les bien entendre. Elle comprend non ſeulement l'Empire Romain, mais tous les Pays barbares dont il étoit environné, peu de temps avant que les peuples de ces pays y euſſent encore fait aucunes breches par leurs invaſions. Son Epoque eſt l'an 400 de J. C.

M. *Sanſon*, célébre Geographe, avoit déja fait une Carte de l'Empire Romain, fort eſtimée en ſon temps, mais il n'y a pas compris les Pays barbares, dont la poſition & la détermination a dû être auſſi penible qu'elle eſt inſtructive.

tructive. M. *Deliſle* a nommé ſa Carte *Theatre Hiſtorique* à cauſe de la grande étendue qu'elle embraſſe au de-là de l'Empire Romain, & de l'utilité dont elle eſt pour nos Hiſtoires.

Deplus, la Terre a bien changé depuis M. *Sanſon*, c'eſt-à-dire que les Obſervations aſtronomiques, & plus exactes & en plus grand nombre, ont produit de grandes reformes dans la Géographie. On s'étoit extrémement trompé ſur les Longitudes, naturellement plus difficiles à déterminer que les Latitudes, on s'étoit ſouvent trompé ſur les Latitudes mêmes, & M. *Deliſle* a été obligé d'être toûjours different de M. *Sanſon* ſur la premiere de ces meſures, & ſouvent ſur la ſeconde, ce qui change entierement la figure des Pays, des Mers &c.

C'eſt une remarque qui n'eſt pas tout à fait nouvelle, que les erreurs des meſures Geographiques ont toûjours juſqu'ici conſiſté dans l'excès. Depuis les *Grecs* juſqu'à nous, la Terre a toûjours diminué à chaque fois qu'on a entrepris d'en découvrir la grandeur. Delà vient que quoique le même Empire Romain ou les mêmes Pays ſoient plus en grand dans la Carte de M. *Sanſon* que dans celle de M. *Deliſle*, & que par conſéquent l'*Echelle* de la Carte de M. *Deliſle* dût être la plus petite, elle eſt cependant plus grande d'un cinquiéme. Ceſt que dans la Carte de M. *Sanſon* l'Empire Romain eſt beaucoup trop grand par rapport au reſte de la ſurface de la Terre. La perfection des Cartes dépend de l'exacte proportion des parties de cette ſurface entre-elles, & on ne peut eſperer de la connoître que par l'Aſtronomie, qui répand de jour en jour ſur la Géographie une plus grande lumiere.

ME-

MECHANIQUE.

SUR LA RESISTANCE DES SOLIDES, ET SUR LA COURBURE DES RESSORTS PLIEZ.

* LA Formule que M. *Varignon* a donnée † sur la Reſiſtance des Solides eſt générale, & laiſſe une entrée libre à toutes les differentes hypotheſes que l'on y voudra introduire. Mais M. *Bernoulli* de *Bâle*, laiſſant cette vaſte généralité, s'attache ſur ce même ſujet à une hypotheſe particuliere, qu'il prétend être la ſeule conforme à la Nature. Les recherches générales, telles que celles de M. *Varignon*, ſont d'une utilité plus éloignée, parce qu'elles attendent une détermination que l'Experience doit fournir; les recherches particulieres, telles que celle de M. *Bernoulli*, n'attendent plus rien, & ſont d'une utilité preſente.

On a vû dans l'Hiſtoire de 1702 que *Galilée* s'étoit mépris, quant à la Phyſique, en ſuppoſant que lorſqu'une poutre ſuſpendue horiſontalement rompt par l'action de ſa peſanteur, toutes

* Voyez les Memoires, p. 230. † Voyez l'Hiſt. de 1702. pag. 135.

toutes ſes fibres caſſent à la fois, & que M. *Mariotte* avoit corrigé cette erreur par l'hypothêſe de l'extenſion inégale des fibres, dont les plus étendues ſont les premieres qui caſſent, & delà vient qu'une poutre pour rompre dans la ſituation horiſontale doit avoir, ſelon *Galilée*, un poids environ plus grand d'un tiers que ſelon M. *Mariotte*. Mais M. *Bernoulli* corrige encore M. *Mariotte*, qui n'avoit ſongé qu'à l'extenſion des fibres d'une pourtre qui rompt dans la ſituation horizontale. Il remarque que ſi elles s'étendent vers le haut de la baſe ſcellée dans le mur, elles ſe compriment vers le bas, deſorte qu'il y a un point moyen qui ne ſouffre ni extenſion ni compreſſion, & que de ce point-là les extenſions & les compreſſions vont toûjours en augmentant de part & d'autre.

De plus, M. *Mariotte* avoit ſuppoſé que les extenſions des fibres ſont proportionnelles aux forces qui les cauſent, c'eſt-à-dire que ſi une certaine force étendoit une fibre d'une certaine quantité, une force double, triple &c. l'étendoit deux fois, trois fois davantage. Mais M. *Bernoulli* n'admet pas cette hypothêſe, parce que comme les forces peuvent augmenter à l'infini, il faudroit donc que les fibres ſe puſſent auſſi étendre à l'infini, ce qui eſt abſurde. Cette abſurdité eſt encore plus ſenſible dans la compreſſion, ainſi qu'il a été dit ci-deſſus*. Or l'extenſion eſt une compreſſion *negative*, & ſi la compreſſion n'eſt pas proportionnelle aux forces, l'extenſion ne le ſera pas non plus.

† Lorſqu'il y a d'un côté une ſuite de Grandeurs, de l'autre une autre ſuite, & que dans tou-

* Pag. 16. † Voyez ci-deſſus p. 129. & 130.

toutes deux les Grandeurs croiſſent ou décroiſſent ſelon la même proportion, elles peuvent être repréſentées les unes par les baſes paralleles d'un Triangle, les autres par les parties de l'un ou de l'autre des côtez déterminez par ces baſes.

Mais quand les deux ſuites ne marchent pas ſelon la même proportion, leurs grandeurs ne peuvent être repréſentées que par les Abſciſſes & les Ordonnées d'une Courbe; par conſéquent c'eſt ainſi qu'il faut repréſenter les extenſions ou compreſſions, & les forces qui les cauſent; & la Courbe de la compreſſion aura une Aſymptote, puiſque la force comprimante, quoiqu'augmentée à l'infini, ne peut réduire l'étendue du corps à être nulle.

M. *Bernoulli* ayant ainſi fait entrer dans ſon hypothêſe toutes les conditions que la plus exacte Phyſique pouvoit deſirer, vient enfin au calcul algebrique. Il conſidere que la force, qui étant ſur le point de rompre la poutre étend une partie de ſes Fibres, & en comprime une autre, eſt la même que celle qui les étendroit toutes, ou les comprimeroit toutes, ſoit de la même quantité, ſoit de deux quantitez differentes, ſelon que le corps ſeroit également ou inégalement capable d'extenſion & de compreſſion. Chacune de ces deux actions auroit ſon point fixe, d'où l'extenſion, ou la compreſſion iroit toûjours en augmentant, & la force qui étendroit ou comprimeroit une Fibre agiroit avec d'autant plus d'avantage qu'elle ſeroit plus éloignée de ce point fixe. Voilà les principes les plus eſſentiels de ce calcul. Cela ſuppoſé, tout ce qui entre dans l'action par laquelle une force tire & étend une Fibre quelconque,

que, c'eſt cette même Fibre ayant une largeur infiniment petite, multipliée tant par la force qui la tire, que par la diſtance de cette force au point fixe ſur lequel ſe fait l'extenſion. Et l'action par laquelle un poids étend inégalement toutes les Fibres d'une poutre, ſituée horiſontalement, & prête à rompre, c'eſt la ſomme de toutes ces actions particulieres. Cette ſomme trouvée par le calcul integral, on la compare ſans peine à l'action par laquelle un poids romproit la poutre ſituée verticalement; car ce poids étendroit de la même quantité toutes les Fibres enſemble, & par conſéquent ſon action n'eſt que ſon produit par la plus grande extenſion poſſible de toutes les Fibres.

Il ſe trouve par-là que la force qui rompt la Poutre dans la ſituation horiſontale, eſt à celle qui la rompt dans la ſituation verticale, comme le tiers de la hauteur de la Poutre eſt à ſa longueur, au lieu que ſelon *Galilée* ces deux forces ſont l'une à l'autre comme la moitié de la hauteur à la longueur. Nous avons déja dit que c'eſt-là le reſultat de l'hypothêſe de M. *Mariotte* comparée à celle de *Galilée*, & il n'eſt pas étonnant que M. *Bernoulli* arrive à la même concluſion que M. *Mariotte*, quoique par une hypothêſe differente, car M. *Bernoulli* établit que la force qui étend & comprime à la fois differentes Fibres dans un même corps, eſt égale à celle qui ſelon M. *Mariotte* les étendroit toutes.

Mais une choſe qui malgré cette conformité eſt particuliere à l'hypothêſe de M. *Bernoulli*, c'eſt que par le rapport qui ſe trouve entre la quantité dont la Fibre la plus étendue eſt étendue, & celle dont la Fibre la plus compri-

mée

mée eſt comprimée, ou, ce qui revient au même, par le rapport du plus ou moins de facilité qu'il y a à étendre un corps qu'à le comprimer, il détermine le point de la baſe de la Poutre, où elle ne ſouffre ni extenſion ni compreſſion, & c'eſt-là un centre d'une nouvelle eſpece, & qui n'a point encore été conſideré.

Cette Théorie de M. *Bernoulli* ſur les corps qui ſouffrent à la fois extenſion & compreſſion l'a conduit à déterminer la courbure d'une Lame à reſſort, qui étant poſée & attachée perpendiculairement ſur un plan par une de ſes extrémitez, eſt enſuite pliée par un poids que l'on ſuſpend à l'autre extrémité. Cette Lame eſt en même temps étendue par le poids dans ſa ſurface exterieure, & comprimée dans l'interieure, & par conſéquent elle eſt à cet égard dans le même cas que la poutre. *Galilée* a cru que la Lame ſe courboit en Parabole, mais M. *Bernoulli* trouve au lieu de la Parabole une Courbe méchanique, d'une conſtruction aſſez difficile. Il l'appelle *Elaſtique*. Ce Problême n'avoit point été tenté depuis *Galilée*, peut-être parce qu'on en avoit ſenti la difficulté.

Quand M. *Bernoulli* a travaillé ſur les Courbes *Iſoperimetres*, c'eſt-à-dire, ſur celles qui ayant la même *perimetrie* ou longueur devoient produire d'une certaine maniere déterminée des eſpaces plus grands, ou plus petits, il a trouvé que comme le Cercle eſt de toutes les Courbes poſſibles celle qui ſous une même perimetrie ou circonference renferme le plus grand eſpace, & que la Courbe appellée *Chainette* eſt celle qui en tournant autour de ſon axe produit la plus grande ſurface, de même la Courbe Elaſtique eſt celle qui par cette même

me

me révolution produit le plus grand ſolide, ce qui fait une proprieté très-remarquable de l'Elaſtique. Reciproquement de toutes les Courbes qui renferment des eſpaces égaux, ou produiſent par leur révolution autour de leur axe des ſurfaces égales, ou des ſolides égaux, le Cercle, la Chainette, & l'Elaſtique ſont celles qui ont la moindre perimetrie. Cette proprieté a été connue dans le Cercle par les Anciens Géometres, mais dans les deux autres Courbes, elle n'a pu être découverte que par la plus profonde Géometrie moderne, & par un calcul très-délicat des Infiniment petits.

SUR LES PROPORTIONS NECESSAIRES AUX DIAMETRES DES TUYAUX,

Pour donner préciſément certaines quantitez d'eau déterminées.

* LA vîteſſe de l'eau qui ſort d'un Tuyau, & par conſéquent la quantité d'eau qui en ſort, dépend de la hauteur d'où elle tombe, mais cette hauteur étant ſuppoſée toûjours la même, il ſort une plus grande quantité d'eau par un Tuyau d'une plus grande ouverture, & les ouvertures étant ſuppoſées circulaires, les quan-

* Voyez les Memoires, p. 365.

quantitez d'eau qui ſortent par differentes ouvertures ſont comme les quarrez de leurs diamêtres, puiſque c'eſt-là la proportion des Cercles.

Mais en raiſonnant ainſi, on ne conſidere point le frotement de l'eau contre les parois interieures du tuyau où elle coule, & il eſt ſi ordinaire de ne le point conſiderer, qu'il n'eſt pas entré dans cette Théorie ſi générale que M. *Varignon* a donné ſur cette matiere, & qui eſt rapportée dans l'Hiſtoire de 1703.* Lorſqu'un veut en tenir compte, on trouve qu'il doit neceſſairement diminuer la vîteſſe, & par conſéquent la quantité de l'eau qui ſort, mais il faut ſavoir ſelon quelle proportion il la diminue en differents Tuyaux.

Le frotement dont il s'agit ne tombe dans aucun des deux Cas, qui font toute la Théorie générale des frotements expliquée dans l'Hiſtoire de 1703.† Il n'y a ici ni poids à ſoulever, ni parties à uſer, ſeulement les gouttes d'eau, lorſqu'elles viennent à heurter les parties du Tuyau avec un mouvement oblique, ce qui doit arriver très-ſouvent, perdent tout ce que ce mouvement oblique avoit de perpendiculaire par rapport à ces parois, & par conſéquent leur vîteſſe eſt diminuée d'autant. De-là il ſuit qu'une même quantité d'eau perd d'autant plus de ſa vîteſſe, qu'elle rencontre une plus grande quantité de parties des parois du Tuyau, ou, ce qui eſt la même choſe, que la ſurface interieure du Tuyau eſt plus grande. Or les Tuyaux étant des Cylindres, les ſurfaces de deux Tuyaux égaux en longueur ſont

* pag. 154. † p. 129. & ſuiv.

ſont comme leurs circonferences ou leurs diamêtres, & leurs ouvertures comme les quarrez de leurs diamêtres, d'où il ſuit que ſi deux Tuyaux ſont également longs, & que l'un ait un diamêtre double de l'autre, le quadruple d'eau qui doit ſortir par le plus gros ne trouvera que deux fois plus de reſiſtance de la part de la ſurface ou du frotement, & par conſéquent en trouvera moins à proportion de ſa quantité que l'eau qui ſort par le petit tuyau, c'eſt-à-dire en un mot, que le plus gros qui à raiſon de ſon diamêtre n'auroit dû donner préciſément que le quadruple de l'eau du petit, en donnera davantage.

Si l'on veut donc qu'il ne donne préciſément que ce quadruple, il faudra diminuer ſon diamêtre, mais de combien le faudra-t-il diminuer, ou en général, un Tuyau quelconque étant donné, quel doit être le diamêtre d'un autre Tuyau que l'on veut qui donne préciſément une certaine quantité d'eau déterminée par rapport à la premiere, en tenant compte des frotements de l'eau dans les Tuyaux? c'eſt là un Problême auquel on n'avoit point encore touché, & que M. *Carré* a reſolu. Il n'a beſoin que de connoître par une experience fondamentale quelle eſt la diminution que le frotement apporte à la vîteſſe de l'eau dans les Tuyaux, après quoi il trouve ſans peine par une Equation du ſecond degré le rapport du diamêtre qu'on cherche au diamêtre donné. Elle roule uniquement ſur ces deux Analogies qui ſuivent de ce qui vient d'être dit. Les diminutions de la vîteſſe de l'eau ſont comme les diamêtres, car on ſuppoſe les Tuyaux égaux en longueur, & les quantitez d'eau qui

ſortent par les Tuyaux ſont comme les quarrez de leurs diamêtres, moins la quantité dont chacune eſt diminuée parce qu'elle a une moindre vîteſſe.

M. *Daleſme* a propoſé à la Compagnie quelques vûes que l'on a cru qui pourroient être utiles & qui meriteroient que l'on fît les frais des experiences en grand.

Il a imaginé que l'on pourroit employer pour une force mouvante le reſſort de la vapeur qui s'éleve de l'eau chaude. Il a fait voir par une Machine où ce reſſort ſeul faiſoit jaillir de l'eau à une grande hauteur, combien il a de puiſſance.

Il a donné un moyen très-ſimple de faciliter & d'augmenter l'action de ceux qui tirent de grands Bateaux ou des Vaiſſeaux.

Il croit qu'afin d'avoir plus aiſément & en plus grand nombre des bois courbes pour la conſtruction des Vaiſſeaux, on pourroit plier de jeunes arbres dans les Forêts.

Il a fait des Obſervations ſur la maniere de forger ſolidement les Ancres, & de bien faire l'alliage des fers doux & aigres dont elles ſont compoſées.

Il a propoſé auſſi quelques autres idées qui ont rapport à des uſages moins importants, & moins nobles, par exemple, une eſpece de Syſtême des cauſes qui font fumer les Cheminées, & quelques moyens pour remedier à cet inconvenient. Mais tout cela attend encore la déciſion ſouveraine de l'experience.

M.

M. *des Billettes* a donné la Deſcription de l'Art de faire la Poudre à canon.

M. *Jaugeon* à l'occaſion des Arts & Métiers qui concernent la ſoye, a donné une Hiſtoire naturelle des Vers qui la produiſent.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVE'ES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCV.

I.

UN Paraſol briſé de M. *Marius*, plus leger que les autres, & qui peut être aiſément porté dans la poche.

II.

Une Tente briſée du même Inventeur, qui peut être perfectionnée de ſorte qu'elle ſera plus legere, de moindre volume, & auſſi ferme que les Tentes ordinaires.

III.

Une Carabine que l'on charge par la culaſſe, ſans la briſer, inventée par M. *de la Chaumette*.

IV.

Un Micrometre inventé par le Sr. *le Févre*, Ingenieur pour les Inſtruments de Mathematique. La diviſion en eſt telle que le mouvement des ſoyes répond toûjours préciſément & ſans

ſans fraction à des minutes & à des ſecondes de degré, quoique le Micrometre ſoit appliqué à des Lunettes de differente grandeur. Cette même diviſion, pourvû qu'on change de *numeration*, diviſe de 20 ſecondes en 20 ſecondes de doit les diamêtres apparents du Soleil & de la Lune, quoiqu'ils varient, & cela, dans le temps même de l'Obſervation.

Le Sr. *le Févre* propoſa en même temps à l'Academie une autre ſorte de diviſion qui rendroit le Micrométre beaucoup plus ſimple, & qui auroit tous les avantages de l'autre, à cela près qu'elle n'iroit pas à de ſi petites parties. Ces inventions ſont nouvelles, & ont paru fort ingenieuſes. On n'en a point encore vû l'uſage.

ELOGE
DE M. BERNOULLI.

JACQUES BERNOULLI nâquit à Bâle le 27 Decembre 1654. Il étoit fils de *Nicolas Bernoulli* encore vivant, qui a des charges conſiderables dans ſa République. Un des freres de celui dont nous parlons, eſt encore plus élevé en dignité que ſon Pere.

M. *Bernoulli* reçût l'éducation ordinaire de ſon temps; on le deſtinoit à être Miniſtre, & on lui apprit du Latin, du Grec, de la Philoſophie Scholaſtique, nulle Géometrie, mais dès qu'il eût vû par haſard des figures géometriques, il en ſentit le charme, ſi peu ſenſible pour la plûpart des Eſprits. A peine avoit-il quel-

quelque Livre de Mathematique, encore n'en pouvoit-il jouïr qu'à la dérobée, à plus forte raiſon il n'avoit pas de Maître, mais ſon goût, joint à un grand talent, fut ſon Précepteur. Il alla même juſqu'à l'Aſtronomie, & comme il avoit toûjours à vaincre l'oppoſition de ſon Pere qui avoit d'autres vûes ſur lui, il exprima ſa ſituation par une Deviſe où il repréſentoit Phaëton conduiſant le Char du Soleil, avec des mots Latins qui ſignifioient, *Je ſuis parmi les Aſtres malgré mon Pere.*

Il n'avoit que 18 ans, & n'étoit preſque encore Mathematicien que par ſa violente inclination pour les Mathematiques, lorſqu'il reſolut ce Problême Chronologique aſſez difficile, où les années du Cycle Solaire, du Nombre d'or, & de l'indiction étant données, il s'agit de trouver l'année de la Periode Julienne.

A 22 ans il ſe mit à voyager. Etant à *Geneve*, il apprit à écrire à une fille qui avoit perdu la vûe deux mois après ſa naiſſance, & il imagina pour cela un moyen nouveau, parce qu'il avoit reconnu & par raiſonnement & par experience l'inutilité de celui que *Cardan* a propoſé. A *Bordeaux*, il fit des Tables Gnomoniques univerſelles, qui ſont préſentement prêtes à imprimer. Après avoir vû la *France*, il revint chez lui en 1680. Là il commença à étudier la Philoſophie de *Deſcartes*. Cette excellente lecture l'éclaira plus qu'elle ne le perſuada, & il tira de ce grand Auteur aſſez de force pour pouvoir enſuite le combattre lui-même.

Heureuſement à la fin de 1680, il parut un Phenomene propre à exercer un Philoſophe naiſſant. C'étoit cette Comete, qui a fait naî-

tre des Ouvrages fameux, & entre autres, le premier que M. *Bernoulli* ait donné au Public. Il l'intitula, *Conamen Novi Syſtematis Cometarum, pro motu eorum ſub calculum revocando, & apparitionibus prædicendis.* Il ſuppoſe que les Cometes ſont des Satellites d'une même Planete, ſi élevée au deſſus de Saturne, quoique placée dans le Tourbillon du Soleil, qu'elle eſt toûjours inviſible à nos yeux, & que ſes Satellites ne deviennent viſibles que quand ils ſont par rapport à nous dans la partie la plus baſſe de leur cercle. De-là il conclut que les Cometes ſont des Corps éternels, & que leurs retours peuvent être prédits, ce qui eſt auſſi la penſée de M. *Caſſini.* La Comete de 1680 doit, ſelon le Syſtême & le calcul de M. *Bernoulli*, reparoître en 1719 le 17 Mai, dans le premier degré 12′ de la Balance. Voilà une prédiction bien hardie par l'exactitude des circonſtances.

Ici, je ne puis m'empêcher de rapporter une objection qui lui fut propoſée très-ſerieuſement, & à laquelle il daigne répondre de même, c'eſt que ſi les Cometes ſont des Aſtres reglez, ce ne ſont donc plus des ſignes extraordinaires de la colere du Ciel. Il eſſaye pluſieurs réponſes differentes, & enfin il en vient juſqu'à dire que la Tête de la Comete qui eſt éternelle n'eſt pas un ſigne, mais que la Queue en peut être un, parce que, ſelon lui, elle n'eſt qu'accidentelle; tant il faloit encore avoir de menagements pour cette opinion populaire, il y a 25 ans. Maintenant on eſt diſpenſé de cet égard, c'eſt-à-dire que le gros du monde eſt gueri ſur le fait des Cometes, & que les fruits de la ſaine Philoſophie ſe ſont répandus de proche

che en proche. Il ſeroit aſſez bon de marquer, quand on le pourroit, l'Epoque de la fin des erreurs qu'elle a détruites.

En 1682 M. *Bernoulli* publia ſa Diſſertation *De gravitate Ætheris*. Il n'y traite pas ſeulement de la peſanteur de l'Air, ſi inconteſtable & ſi ſenſible par le Barometre, mais principalement de celle de l'Ether, ou d'une matiere beaucoup plus ſubtile que l'Air que nous reſpirons. C'eſt à la peſanteur & à la preſſion de cette matiere qu'il rapporte la Dureté des Corps. Il proteſte dans ſa Préface qu'en imaginant ce Syſtême, il ne ſe ſouvenoit point de l'avoir lû dans le célebre Ouvrage de la *Recherche de la Verité*, & il s'applaudit d'être tombé dans la même penſée que le P. *Mallebranche*, &, ce qui eſt encore plus remarquable, d'y être arrivé par le même chemin.

Comme l'alliance de la Géometrie & de la Phyſique fait la plus grande utilité de la Géometrie, & toute la ſolidité de la Phyſique, il forma des Aſſemblées & une eſpece d'Academie, où il faiſoit des Experiences qui étoient ou le fondement, ou la preuve, des calculs géometriques, & il fût le premier qui établit dans la Ville de *Bâle* cette maniere de philoſopher, la ſeule raiſonnable, & qui cependant a tant tardé à paroître.

Il pénétroit déja dans la Géometrie la plus abſtruſe, & la perfectionnoit par ſes découvertes, à meſure qu'il l'étudioit, lorſqu'en 1684 la face de la Géometrie changea preſque tout à coup. L'Illuſtre M. *Leibnits* donna dans les *Actes de Leipſic* quelques eſſais de ſon nouveau Calcul differentiel, ou des Infiniment petits, dont il cachoit l'art & la methode. Auſſitôt

Mrs. *Bernoulli*, car M. *Bernoulli* l'un de ſes freres, & ſon cadet, fameux Géometre, a la même part à cette gloire, ſentirent par le peu qu'ils voyoient de ce calcul quelle en devoit être l'étendue & la beauté, ils s'appliquerent opiniâtrément à en chercher le ſecret, & l'enlever à l'inventeur, ils y reuſſirent, & perfectionnerent cette Methode au point que M. *Leibnits* par une ſincerité digne d'un grand homme a déclaré qu'elle leur appartenoit autant qu'à lui. C'eſt ainſi que le moindre rayon de Verité qui s'échape au travers de la nue éclaire ſuffiſamment les grands Eſprits, tandis que la Verité entierement dévoilée ne frape pas les autres.

La Patrie de M. *Bernoulli* rendit juſtice à un Citoyen qui l'honoroit tant, & en 1687 il fut élu par un conſentement unanime Profeſſeur en Mathematique dans l'Univerſité de Bâle. Alors il fit paroître un nouveau talent, c'eſt celui d'inſtruire. Tel eſt capable d'arriver aux plus hautes connoiſſances qui n'eſt pas capable d'y conduire les autres & il en coûte quelquefois plus à l'Eſprit pour redeſcendre, que pour continuer à s'élever. M. *Bernoulli* par l'extrême netteté de ſes Leçons, & par les grands progrès qu'il faiſoit faire en peu de temps, attira à *Bâle* un grand nombre d'Auditeurs Etrangers.

Les exercices que demandoit ſa place de Profeſſeur produiſirent entre autres fruits tout ce qu'il a donné ſur les *Series* ou Suites infinies de Nombres. Il s'agit de trouver ce que vaut la ſomme d'une infinité de Nombres reglez ſelon quelque ordre ou quelque loi, & ſans doute la Géometrie ne montre jamais plus d'audace que quand

quand elle prétend ſe rendre maîtreſſe de l'infini même, & le traiter comme le fini. Par-là on découvre des Rectifications, ou des Quadratures de Courbes, car toutes les Courbes peuvent paſſer pour des ſuites infinies de lignes droites infiniment petites, & les eſpaces qu'elles comprennent pour une infinité d'eſpaces infiniment petits, tous terminez par les lignes droites. Tantôt on trouve que ces Suites, qui comprenent une infinité de termes, ne valent neanmoins qu'un certain terme fini, & alors les Courbes qu'elles repréſentent ſont ou rectifiables, ou quarrables, tantôt on trouve que ces Suites ſe perdent dans leur infini, & ſe dérobent abſolument au Calcul, & en ce cas-là les longueurs des Courbes ou leurs eſpaces échapent auſſi à nos recherches. *Archimede* paroît avoir été le premier qui ait trouvé la ſomme d'une Progreſſion géometrique infinie décroiſſante, & par-là il découvrit très ingenieuſement la Quadrature de la Parabole; M. *Wallis*, célébre Mathematicien *Anglois*, a compoſé ſur ces ſuites ſon *Arithmetique des Infinis*, & après lui Mrs. *Leibnits* & *Bernoulli* pouſſerent encore cette Théorie beaucoup plus loin.

Mais le travail le plus aſſidu de M. *Bernoulli* eut pour objet le Calcul des Infiniment petits, & les recherches où il étoit neceſſaire. Lui & le petit nombre de ſes pareils avoient découvert comme un nouveau Monde inconnu juſque-là, d'un abord difficile, même dangereux, d'où l'on rapportoit des richeſſes immenſes, que l'on n'eût pas trouvées dans l'Ancien. * Déja en faiſant l'Eloge de feu M. le Marquis de

* Voyez l'Hiſt. 1704. pag. 158.

de l'*Hôpital*, nous avons fait en partie celui de M. *Bernoulli*, parce qu'ils ont ſouvent donné par la Methode qui leur étoit commune la ſolution des mêmes Problêmes, où toute autre Methode n'auroit point eu de priſe. Nous ne repeterons point ici ce qui a été dit, nous y ajouterons ſeulement quelques unes des découvertes particulieres à M. *Bernoulli*.

Le Calcul differentiel étant ſuppoſé, on ſait combien eſt neceſſaire le Calcul Intégral, qui en eſt, pour ainſi dire, le renverſement; car comme le Calcul differentiel deſcend des grandeurs finies à leurs infiniment petits, ainſi le Calcul integral remonte des infiniment petits aux grandeurs finies, mais ce retour eſt difficile, & juſqu'à preſent impoſſible en certains cas. En 1691 M. *Bernoulli* donna deux Eſſais du Calcul Intégral, les premiers qu'on eût encore vûs, & ouvrit cette nouvelle carriere aux Géometres. Ces deux Eſſais regardoient la rectification & la quadrature de deux differentes eſpeces de Spirales; l'une eſt formée par les extrémitez des Ordonnées d'une Parabole ordinaire, dont l'axe ſeroit roulé en cercle, l'autre eſt la Spirale Logarithmique, qui fait toûjours le même angle avec ſes Ordonnées concourantes à ſon centre. Et comme la Courbe appellée Loxodromique, décrite par un Vaiſſeau qui ſuit toûjours le même rhumb de vent, fait auſſi toûjours le même angle avec tous les Meridiens, il s'enſuit que ſi les Meridiens étoient des lignes droites concourantes au Pole, la Loxodromique deviendroit la Spirale Logarithmique. De-là M. *Bernoulli* prit occaſion de paſſer de la Spirale Logarithmique à la Loxodromique, & découvrit beaucoup de choſes nou-

nouvelles, & fort curieuſes par rapport aux Longitudes, & à la Navigation.

En ce temps-là, le Problême de la *Chainette* qu'il avoit propoſé, faiſoit beaucoup de bruit parmi les grands Géometres. C'eſt la courbure que doit prendre une Chaine, attachée fixement par ſes deux extrémitez, également peſante en toutes ſes parties, & dont chaque partie eſt tirée en embas par ſon propre poids, & en même temps retenue par les points fixes. Après que Mrs. *Leibnits*, *Huygens*, & *Bernoulli* ſon frere eurent reſolu le Problême, & déterminé cette courbure, il prouva en 1692 qu'elle étoit la même que celle d'une Voile enflée par le vent. Et comme il commençoit alors ſes recherches & ſes découvertes ſur la courbure que prendroit une Lame à reſſort dont une extrémité ſeroit attachée fixement ſur un plan, & l'autre porteroit un poids, il fit voir que ſi cette même Voile qui enflée par un vent horiſontal ſe courberoit en Chainette, étoit enflée par un liquide qui peſât ſur elle verticalement, elle ſe courberoit comme une Lame à reſſort, ou en *Elaſtique*, * car c'eſt le nom qu'il donne à cette Courbe. Ces déterminations ne ſont pas de ſimples jeux de Géometrie, eſtimables ſeulement par leur difficulté, elles peuvent entrer dans des queſtions délicates de Phyſique ou de Mechanique, quand il faudra connoître avec préciſion l'action des liquides ou des poids.

Pour épargner un plus long détail des recherches géometriques de M. *Bernoulli*, il ſuffira d'ébaucher ici l'idée de ſa Theorie des Courbes qui roulent ſur elles-mêmes. Une Courbe quel-

* Voyez ci-deſſus pag. 168.

quelconque étant propoſée, il la conçoit comme immobile, & en même temps il conçoit qu'une autre Courbe égale & ſemblable, c'eſt-à-dire, la même en eſpece, roule ſur elle, & applique tous ſes points aux ſiens les uns après les autres. En joignant à cette conſideration celle de la Dévelopée qui auroit produit la Courbe propoſée, non-ſeulement il tire du roulement de cette Courbe ſur elle-même une Roulette ou Cycloïdale décrite à la maniére ordinaire par un point fixe de la Courbe mobile, mais encore la Cauſtique par reflexion, & de plus deux Courbes, dont il appelle la premiere *Antidevelopée*, la ſeconde *Pericauſtique*; & pour ſe conduire dans ce Labyrinthe de Courbes differentes, & en déterminer la nature, il n'a beſoin que de connoître la premiere, génératrice de toutes les autres.

Par-là, il arriva à une merveilleuſe proprieté de la Spirale Logarithmique, c'eſt que toutes les Courbes, ou qui la produiſent ou qu'elle produit de la maniere qu'on vient d'expliquer, ſa Dévelopée, ſa Cauſtique, ſa Cycloïdale, ſon Antidevelopée, ſa Pericauſtique, ſont d'autres Spirales Logarithmiques égales & ſemblables en tout à la génératrice. Il eſt facile de juger que de pareilles reſolutions demandent un grand appareil de Geometrie, & doivent être les derniers efforts de l'eſprit Mathematique.

Ces mêmes roulements de Courbes conduiſirent M. *Bernoulli* à la découverte des deux Formules générales des Cauſtiques par reflexion & par refraction qui comprennent deux Sections du Livre de M. de l'*Hôpital*, ou plûtôt toute la Catoprique, & toute la Dioptrique.

que. Mais M. *Bernoulli* avoit ſupprimé l'Analyſe des Formules, & M. de l'*Hôpital* en a revelé le myſtere.

Toutes ces recherches, & quantité d'autres auſſi profondes qu'il faut paſſer ſous ſilence, ont été exécutées par le Calcul des Infiniment petits, & pouvoit-on mieux en prouver l'excellence, & dans le même temps enſeigner l'art de le manier? Auſſi cette Methode eſt-elle devenue celle de tous les grands Géometres ſans exception, & quoiqu'elle ſoit quelquefois épineuſe, il eſt infiniment plus aiſé d'apprendre à s'en ſervir, que d'aller loin ſans ſon ſecours.

Quand l'Academie Royale des Sciences reçût du Roi en 1699. un Reglement qui lui laiſſoit la liberté de choiſir 8 Aſſociez Etrangers, auſſitôt tous les ſuffrages donnerent place aux deux freres *Bernoulli* dans ce petit nombte. M. l'Electeur de *Brandebourg* ayant auſſi établi à *Berlin* une Academie dont le célébre M. *Leibnits* a la direction, ils y furent pareillement aſſociez tous deux en 1701. Quoiqu'abſents ils ont ſatisfait ici à leur devoir d'Academiciens par des pieces excellentes & ſingulieres dont nos Hiſtoires ont été enrichies. On a vû dans celle de 1702 * la Section indéfinie des Arcs circulaires de M. *Bernoulli* de *Bâle*, dans celle de 1703 † ſa Theorie du Theorie du Centre d'Oſcillation, & dans celle de cette année on a vû ‡ ſa nouvelle hypotheſe de la Reſiſtance des ſolides, & l'Analyſe de ſa Courbe Elaſtique. Il avoit déja donné dans les *Actes de Leipſic* quelque idée, mais imparfaite, de la plûpart de ces recherches, & il ne les a envoyées à l'Academie qu'a-

* pag. 76. † pag. 140. ‡ pag. 164.

qu'après les avoir miſes dans un état à le contenter lui-même.

Tandis que le Profeſſeur de *Bâle* ſe faiſoit un ſi grand nom, ſon cadet, Profeſſeur en Mathematique à *Groningue*, ne s'en faiſoit pas un moins éclatant, ils couroient tous deux la même carriere, & d'un pas égal. Les Savans du premier ordre auroient peine à le devenir, s'ils n'étoient paſſionnez pour leur Science, & poſſedez par un goût, ſuperieur à tout. Une émulation vive ſe mit entre les deux freres, fomentée encore par leur éloignement qui les reduiſoit à ne ſe parler preſque que dans des Journaux, & qui étoit propre à entretenir longtemps entr'eux un malentendu, s'il en pouvoit naître quelqu'un. Enfin l'Aîné ramaſſant toute ſa force, lança, pour ainſi dire, un Problême qu'il adreſſoit, non-ſeulement à tous les Géometres, mais auſſi à ſon frere en particulier, lui promettant même publiquement une certaine ſomme, s'il le pouvoit reſoudre. Il le reſolut, & même aſſez promptement, mais il donna ſa ſolution ſans Analyſe. M. *Bernoulli* de *Bâle* qui trouva cette ſolution en partie differente de la ſienne, demanda à voir l'Analyſe, pour découvrir d'où pouvoit naître la difference des ſolutions. Mais ſur les Juges qui devoient examiner cette Analyſe, & ſur quelques autres circonſtances du jugement, il ſurvint des difficultez, qui n'ont pas été terminées. Le détail en ſeroit trop long, il ſuffira que l'on ſache que ce Problême regardoit les figures *Iſoperimetres*. Entre une infinité de Courbes poſſibles qui ont la même *perimetrie* ou la même longueur, il faloit trouver d'une maniere générale celles qui

dans

dans certaines conditions renfermoient les plus grands, ou les plus petits eſpaces, ou en faiſant une revolution autour de leurs axes produiſoient les plus grandes, ou les plus petites ſuperficies, ou les plus grands, ou les plus petits Solides. On peut juger de la difficulté du Problême par l'intention dans laquelle il avoit été choiſi.

C'eſt M. *Bernoulli* qui a pris ſoin de l'Edition, que l'on a faite à *Bâle* de la Géometrie de *Deſcartes*; il étoit ſi rempli de ces matieres que les Epreuves qu'il avoit à corriger, ne pouvoient pas lui paſſer par les mains ſans lui faire naître des penſées, & des reflexions, & il embellit l'Ouvrage du grand *Deſcartes* par des Notes, qui quoique faites à la hâte, *Tumultuariæ* comme il les appelle, ſont très-curieuſes, & très-inſtructives.

Ses travaux continuels, cauſez & par les devoirs de ſa place, & par l'avidité de ſavoir, & par le plaiſir des ſuccès, furent apparemment ce qui le rendit ſujet à la goutte d'aſſez bonne heure, & enfin ils le firent tomber dans une fiévre lente dont il mourut le 16 Août de cette année, âgé de 50 ans & 7 mois. Deux ou trois jours avant ſa mort, dans le temps des ſoins les plus ſerieux, il pria M. *Herman*, ſon compatriote, ſon ami particulier & illuſtre Géometre, de remercier l'Academie des Sciences de la place qu'elle lui avoit donnée dans ſon corps. A l'exemple d'*Archimede* qui voulut orner ſon Tombeau de ſa plus belle découverte géometrique, & ordonna que l'on y mît un Cylindre circonſcrit à une Sphére, M. *Bernoulli* a ordonné que l'on mît ſur le ſien une Spirale Logarithmique, avec ces

ces mots *Eadem mutata resurgo*, alluſion heureuſe à l'eſperance des Chrétiens repréſentée en quelque ſorte par les proprietez de cette Courbe. Il achevoit un grand Ouvrage *De Arte Conjectandi*, & quoiqu'il n'en ait rien paru, nous pouvons en donner une idée ſur la foi de M. *Herman*. Les Regles d'un jeu étant ſuppoſées, & deux Joueurs de la même force, on peut, en quelque état que ſoit une partie, déterminer par l'avantage qu'un des Joueurs a ſur l'autre, combien il y a plus à parier qu'il gagnera. Le pari change ſelon tous les differents états où ſera la partie, & quand on veut conſiderer tous ces changements, on trouve quelquefois des *Series* ou ſuites de Nombres reglées, & même nouvelles & ſingulieres. Si l'on ſuppoſe les Joueurs inégaux, on demande quel avantage le plus fort doit accorder à l'autre, ou reciproquement l'un ayant accordé à l'autre un certain avantage, on demande de combien il eſt plus fort; & il eſt à remarquer que ſouvent les avantages ou les forces ſont incommenſurables, deſorte que les deux Joueurs ne peuvent jamais être parfaitement égalez. Les raiſonnements que ces ſortes de matieres demandent ſont ordinairement plus déliez, plus fins, compoſez d'un plus grand nombre de vûes qui peuvent échaper, & par conſéquent plus ſujets à erreur que les autres raiſonnements mathematiques. Par exemple deux Joueurs égaux jouant en 4 parties liées, ſi l'un en a gagné 3 & l'autre 2, il faut raiſonner aſſez juſte pour déterminer préciſement que l'on peut parier 3 pour celui qui a les 3 parties, & 1 ſeulement pour celui qui en a 2.

Ce

Ce cas eſt des plus ſimples, & on peut juger par-là de ceux qui ſont infiniment plus compliquez. Quelques grands Mathematiciens, & principalement Mrs. *Paſchal* & *Huygens*, ont déja propoſé ou reſolu des Problêmes ſur cette matiere, mais ils n'ont fait que l'effleurer, & M. *Bernoulli* l'embraſſoit dans une plus grande étendue, & l'approfondiſſoit beaucoup davantage. Il la portoit même juſqu'aux choſes Morales & Politiques, & c'eſt là ce que l'Ouvrage doit avoir de plus neuf, & de plus ſurprenant. Cependant ſi l'on conſidere de près les choſes de la vie ſur leſquelles on a tous les jours à deliberer, on verra que la déliberation devroit ſe reduire, comme les Paris que l'on feroit ſur un jeu, à comparer le nombre des cas où arrivera un certain évenement au nombre des cas où il n'arrivera pas. Cela fait, on ſauroit au juſte, & on exprimeroit par des nombres de combien le parti qu'on prendroit ſeroit le meilleur. Toute la difficulté eſt qu'il nous échape beaucoup de cas où l'évenement peut arriver, ou ne pas arriver, & plus il y a de ces cas inconnus, plus la connoiſſance du parti qu'on doit prendre paroît incertaine. La ſuite de ces idées a conduit M. *Bernoulli* à cette queſtion, Si le nombre des cas inconnus diminuant toûjours la probabilité du parti qu'on doit prendre en augmente neceſſairement, deſorte qu'elle vienne à la fin à tel degré de certitude qu'on voudra. Il ſemble qu'il n'y ait pas de difficulté pour l'affirmative de cette Propoſition, cependant M. *Bernoulli* qui poſſedoit fort cette matiere aſſuroit que ce Problême étoit beaucoup plus difficile que celui de la Quadrature du cercle, & certainement il

ſeroit

ſeroit ſans comparaiſon plus utile. Il n'eſt pas ſi glorieux à l'Eſprit de Géometrie de regner dans la Phyſique, que dans les choſes Morales, ſi compliquées, ſi caſuelles, ſi changeantes; plus une matiere lui eſt oppoſée, & rebelle, plus il a d'honneur à la dompter.

M. *Bernoulli* étoit d'un temperament bilieux & melancolique, caractere qui donne plus que tout autre, & l'ardeur, & la conſtance, neceſſaires pour les grandes choſes. Il produit dans un Homme de Lettres une étude aſſidue & opiniâtre, & ſe fortifie inceſſamment par cette étude même. Dans toutes les recherches que faiſoit M. *Bernoulli*, ſa marche étoit lente, mais ſûre, ni ſon genie, ni l'habitude de réuſſir ne lui avoient inſpiré de confiance, il ne donnoit rien qu'il n'eût remanié bien des fois, & il n'avoit jamais ceſſé de craindre ce même Public qui avoit tant de veneration pour lui.

Il s'étoit marié à l'âge de 30 ans, & a laiſſé un fils & une fille.

Sa place d'Aſſocié Etranger a été remplie par M. *Bianchini*, Camerier d'honneur du Pape, Chanoine de Saint *Laurent in Damaſo*.

ELO-

ELOGE
DE M. AMONTONS.

GUILLAUME AMONTONS nâquit l'an 1663 ſur le minuit du dernier jour d'Août. Il étoit fils d'un Avocat qui ayant quitté la *Normandie*, d'où il étoit originaire, étoit venu s'établir à *Paris*. Il étudioit encore en Troiſiéme, lorſqu'il lui reſta d'une maladie une ſurdité aſſez conſiderable, qui le ſequeſtra preſque entierement du commerce des hommes, du moins, de tout commerce inutile. N'étant plus qu'à lui-même, & livré aux penſées qui ſortoient du fond de la nature, il commença à ſonger aux Machines. Il entreprit d'abord la plus difficile de toutes, ou plûtôt la ſeule impoſſible, je veux dire, le Mouvement perpetuel, dont il ne connoiſſoit ni l'impoſſibilité ni la difficulté. En y travaillant il s'apperçût qu'il devoit y avoir des principes dans cette matiere, & qu'à moins que de les ſavoir, on y perdoit ſon temps & ſa peine. Il ſe mit donc dans la Géometrie, quoique ſelon la coûtume de toutes les familles, la ſienne s'y oppoſât, & ſans doute avec aſſez de raiſon, ſi on ne regarde les Sciences que comme des moyens d'arriver à la fortune.

On aſſure qu'il ne voulut jamais faire de remedes pour ſa ſurdité, ſoit qu'il deſeſperât d'en guerir, ſoit qu'il ſe trouvât bien de ce redoublement d'attention & de recueillement qu'el-

qu'elle lui procuroit, ſemblable en quelque choſe à cet Ancien que l'on dit qui ſe creva les yeux pour n'être pas diſtrait dans ſes méditations philoſophiques.

M. *Amontons* apprit le Deſſein, l'Arpentage, l'Architecture, & fut employé dans pluſieurs Ouvrages publics, mais il ne fut pas long-temps ſans s'élever plus haut, & il joignit à cette Méchanique qui produit nos Arts, & n'eſt occupée que de nos beſoins, la connoiſſance de la ſublime Méchanique, qui a diſpoſé l'Univers.

Les Inſtruments, tels que les Barometres, les Thermometres, & les Hygrometres, deſtinez à meſurer des variations phyſiques, qui nous étoient, il y a peu de temps, ou abſolument inconnues, ou connues ſeulement par le rapport confus & incertain de nos ſens, ſont peut-être de toutes les inventions utiles de la Philoſophie moderne, celles où l'application de la Méchanique à la Phyſique eſt la plus délicate; & d'ailleurs comme on s'étoit contenté du premier haſard, ou de la premiere idée qui avoit fait naître ces inventions aſſez heureuſement, elles étoient demeurées ou defectueuſes en elles-mêmes, ou d'un uſage peu commode. M. *Amontons* les étudia avec beaucoup de ſoin, & en 1687 n'ayant encore que 24 ans, il préſenta à l'Academie des Sciences un nouvel Hygrometre qui en fut fort approuvé. Il propoſa auſſi à M. *Hubin*, fameux Emailleur, & fort habile en ces matieres, differentes idées qu'il avoit pour de nouveaux Barometres & Thermometres, mais M. *Hubin* l'avoit prévenu dans quelques-unes de ſes penſées, & il fit peu d'attention aux autres, juſqu'à

ce

ce qu'il eût fait un Voyage en *Angleterre*, où elles lui furent propoſées par quelques-uns des principaux Membres de la Societé Royale.

Peut-être ne prendra-t-on que pour un jeu d'eſprit, mais du moins très-ingenieux, un moyen qu'il inventa de faire ſavoir tout ce qu'on voudroit à une très grande diſtance, par exemple, de *Paris* à *Rome*, en très-peu de temps, comme en 3 ou 4 heures, & même ſans que la nouvelle fût ſûe dans tout l'eſpace d'entre-deux. Cette propoſition ſi paradoxe, & ſi chimerique en apparence fut executée dans une petite étendue de pays, une fois en preſence de Monſeigneur, & une autre, en preſence de Madame; car quoique M. *Amontons* n'entendît nullement l'art de ſe produire dans le monde, il étoit déja connu des plus grands Princes à force de merite. Le ſecret conſiſtoit à diſpoſer dans pluſieurs Poſtes conſecutifs, des gens qui par des Lunettes à longue vûe ayant aperçû certains ſignaux du poſte précedent les tranſmiſſent au ſuivant, & toûjours ainſi de ſuite, & ces differens ſignaux étoient autant de Lettres d'un Alphabet, dont on n'avoit le Chiffre qu'à *Paris* & à *Rome*. La grande portée des Lunettes faiſoit la diſtance des poſtes, dont le nombre devoit être le moindre qu'il fût poſſible, & comme le ſecond poſte faiſoit les ſignaux au troiſiéme, à meſure qu'il les voyoit faire au premier, la nouvelle ſe trouvoit portée de *Paris* à *Rome* preſque en auſſi peu de temps qu'il en faloit pour faire les ſignaux à *Paris*.

En 1695 M. *Amontons* donna le ſeul Livre imprimé qui ait parû de lui, & le dedia à l'Academie des Sciences. Il eſt intitulé *Remarques & Experiences Phyſiques ſur la conſtruction d'une Nou-*

Nouvelle Clepſydre, ſur les Barometres, Thermometres, & Hygrometres. Quoique les Clepſydres, ou Horloges à eau, ſi uſitées chez les Anciens, ayent été entierement abolies parmi nous par les Horloges à roues infiniment plus juſtes, & plus commodes, M. *Amontons* ne laiſſa pas de prendre beaucoup de peine à la conſtruction de ſa Clepſydre, dans l'eſperance qu'elle pourroit ſervir ſur mer; car de la maniere dont elle étoit faite, le mouvement le plus violent que pût avoir un Vaiſſeau ne la deregloit point, au lieu qu'il déregle infailliblement les autres Horloges. On a pû voir dans le Livre de M. *Amontons* avec combien d'art ſa Clepſydre étoit conſtruite; il n'y a guere d'apparence qu'il ſe ſoit rencontré avec aucun des anciens Inventeurs.

Il entra dans l'Academie en 1699, lorſqu'elle reçut ſon nouveau Reglement. Auſſi-tôt il donna dans nos Aſſemblées ſa Théorie des Frottements, qui a tant éclairci une matiere ſi importante dans la Méchanique, & juſque-là ſi obſcure. Son nouveau Thermometre vint enſuite, invention qui n'eſt pas ſeulement utile pour la pratique, mais qui a donné de nouvelles vûes pour la Speculation. „ Nos Hiſ-
„ toires ont parlé à fond de ces découvertes,
„ un Volume nouveau qui va paroître * en con-
„ tiendra encore une autre du même Auteur,
„ c'eſt ſon Barometre rectifié, & le Volume
„ qui viendra encore après contiendra ſon Ba-
„ rometre ſans Mercure à l'uſage de la Mer,
„ &

* *Cela étoit vrai le 14 Novembre 1705 que cet Eloge fut lû dans une Aſſemblée publique, l'Hiſtoire de 1704 n'étant pas encore achevée d'imprimer.*

„ & des Experiences nouvelles & fort curieu-
„ ſes qu'il a faites ſur le Barometre & ſur la
„ nature de l'air, tant le nom & les découver-
„ tes de M. *Amontons* ont de peine, pour ainſi
„ dire, à quitter la place qu'ils tenoient dans
„ nos Hiſtoires.

En effet, celle que cet Academicien rempliſſoit dans la Compagnie étoit preſque unique. Il avoit un don ſingulier pour les Experiences, des idées fines & heureuſes, beaucoup de reſſources pour lever les inconvenients, une grande dexterité pour l'execution, & on croyoit voir revivre en lui M. *Mariotte*, ſi célebre par les mêmes talents. Nous ne craignons point de comparer à un des plus grands ſujets qu'ait eus l'Academie un ſimple Eleve tel qu'étoit M. *Amontons*; le nom d'Eleve n'emporte parmi nous aucune difference de merite, il ſignifie ſeulement moins d'ancienneté, & une eſpece de ſurvivance.

M. *Amontons* jouïſſant d'une ſanté parfaite, qui ſe déclaroit même par toutes les apparences exterieures, n'étant ſujet à aucune infirmité, menant & ayant toûjours mené la vie du monde la plus reglée, fut tout d'un coup attaqué d'une inflammation d'entrailles, la gangrene s'y mit en peu de jours, & il mourut le 11 Octobre âgé de 42 ans & près de deux mois. Il étoit marié & n'a laiſſé qu'une fille âgée de 2 mois.

Le Public perd par ſa mort pluſieurs inventions utiles qu'il méditoit, ſur l'Imprimerie, ſur les Vaiſſeaux, ſur la Charue. Ce qu'on a vû de lui répond que ce qu'il croyoit poſſible devoit l'être à toute épreuve, & le genie de l'invention, naturellement ſubtil, hardi, & quel-

quefois préſomptueux, avoit en lui toute la ſolidité, toute la retenue, & même toute la défiance neceſſaires.

Les qualitez de ſon cœur étoient encore préferables à celles de ſon eſprit, une droiture ſi naïve & ſi peu méditée qu'on y voyoit l'impoſſibilité de ſe démentir, une ſimplicité, une franchiſe & une candeur que le peu de commerce avec les hommes pouvoit conſerver, mais qu'il ne lui avoit pas données, une entiere incapacité de ſe faire valoir autrement que par ſes Ouvrages, ni de faire ſa cour autrement que par ſon merite, & par conſéquent une incapacité preſque entiere de faire fortune.

Fin de l'Hiſtoire de l'année 1705.

MEMOI-

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIREZ DES REGISTRES
de l'Academie Royale des Sciences,

De l'Année MDCCV.

OBSERVATIONS

De la quantité d'eau de pluie qui eſt tombée à l'Obſervatoire Royal pendant l'année derniere 1704, *avec les hauteurs du Barometre & du Thermometre, & des remarques ſur les vents qui ont regné.*

Par M. DE LA HIRE.

* PENDANT l'année 1704 l'eau qui eſt tombée a été diſtribuée aſſez également dans tous les mois, ſi l'on en excepte les deux de Juillet & d'Octobre où il a plu très-peu. La ſéche-

* 10. Janvier 1705.

chereſſe de ce dernier eſt fort utile pour faire commodément les ſemences.

Voici la quantité de l'eau pendant chaque mois.

Janvier.	15 lig.	Mai.	27 ¼	Septembre.	34
Fevrier.	15 ½	Juin.	24 ¼	Octobre.	8 ¼
Mars.	19 ¼	Juillet.	9 ¼	Novembre.	19 ¾
Avril.	16	Août.	27	Decembre.	23

Somme de l'eau de toute l'année 238 ½ lignes, ou bien 19 pouces 10 lignes, ce qui eſt fort proche des 19 pouces que nous avons déterminez pour la quantité moyenne de l'eau qui tombe chaque année.

Sur les Vents.

Dans tout le mois de Janvier le vent a regné vers le Nord, en tirant dans le commencement vers l'Eſt, & à la fin vers l'Oueſt: Il n'a pas plu depuis le 10 juſqu'au 24.

Dans le mois de Fevrier le vent a été preſque toûjours à l'Oueſt, & quelquefois au Sud.

En Mars le vent a été preſque toûjours au Sud: dans le commencement il tiroit à l'Oueſt, & à la fin vers l'Eſt: Il n'a pas plu depuis le 15 juſqu'au 3 du mois ſuivant.

En Avril le vent a été de même, hormis dans les derniers jours où il s'eſt tourné vers le Nord.

En Mai il y a eu beaucoup d'inconſtance dans le vent.

En Juin le vent étoit dans le commencement entre le Nord & l'Eſt, & à la fin vers l'Oueſt.

En

En Juillet le vent d'Oueſt a été le dominant, & il n'a plu que 4 lignes depuis le 27 Juin juſqu'au 28 de ce mois.

En Août le vent a paſſé de l'Eſt au Nord, & enſuite à l'Oueſt.

En Septembre le vent a preſque toûjours été au Sud-Oueſt.

En Octobre le principal vent a été celui du Nord, tirant tantôt à l'Eſt, & tantôt à l'Oueſt. Depuis le 4 de ce mois juſqu'au 27 il n'a plu qu'une ligne.

En Novembre le vent étoit au commencement vers le Nord, & au milieu & juſqu'à la fin vers le Sud-Oueſt.

En Decembre le vent principal & dominant étoit le Sud-Oueſt.

On voit par toutes ces obſervations que le vent qui a le plus regné a été celui de l'Oueſt, comme il arrive preſque toûjours dans ces païs-ci; & c'eſt auſſi de ces ſortes de vents qu'il pleut ordinairement. Mais les pluies qui ont été les plus abondantes, mais qui n'ont pas paſſé un pouce de hauteur, ſont venues avec un vent du côté du Nord. Il n'y a pas eu d'orages conſiderables pendant cette année.

Sur le Barometre.

Ce qu'il y a de plus conſiderable dans le Barometre qui nous marque la peſanteur de l'air, ce ſont les changemens qui lui arrivent en deux ou trois jours, où nous le voyons ſouvent deſcendre & monter de plus d'un pouce; ce qui nous fait connoître les grandes variations qui arrivent en peu de temps à la hauteur de l'atmoſphere. Car pour rendre raiſon de ces

differentes peſanteurs de l'air, il ne me paroît pas vrai-ſemblable de ſuppoſer, comme font quelques Philoſophes, differens liquides & de differente peſanteur ſur la ſurface de la terre, qui ſont tantôt portez d'un côté & tantôt de l'autre; car ils devroient être ordinairement plus legers quand l'air eſt plus chargé de vapeurs, comme les obſervations nous le font connoître.

Il me ſemble qu'on peut fort bien expliquer, comme il ſuit, tont ce que nous obſervons de la peſanteur de l'air ou de l'atmoſphere dans toutes ſes circonſtances. Nous ſavons par des obſervations très-exactes que le Barometre s'éleve en général moins haut entre les Tropiques que dans les païs Septentrionaux; d'où l'on peut conjecturer que la figure de l'atmoſphere eſt un ſpheroïde long dont l'axe eſt joint à celui de la terre, ce qui eſt aſſez facile à expliquer dans le Syſtême de *Copernic*. Mais comme partout où il y a de l'air il peut y avoir des vents, ſi le même vent regne dans toute la maſſe de l'air & qu'il vienne du midi, il abbaiſſera la hauteur de l'atmoſphere dans ces païs-ci; & au contraire s'il vient du Septentrion, il l'élevera. Mais auſſi comme les vents du Midi nous apportent de la pluye, il s'enſuivra qu'il doit pleuvoir quand l'air paroîtra leger: tout le contraire arrivera de l'autre côté.

C'eſt en général ce qui doit ſuivre de cette ſuppoſition; mais ſi le vent de Midi ne regne que ſur la ſurface de la terre, & qu'il y ait un vent de Nord dans la partie ſuperieure, il pourra pleuvoir quoique l'air paroiſſe fort peſant, & par une raiſon contraire il pourra faire un temps fort ſerein avec un vent de Nord & le

Ba-

Barometre étant fort bas ; car nous ne pouvons obſerver que les vents qui ſont fort proche de la terre.

Pendant cette année le Barometre eſt monté aſſez ſouvent au-delà de 28 pouces ; mais il eſt monté au plus haut le 25 Decembre au matin à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{8}$, & le plus bas a été le 25 Novembre à 26 pouces 11 lignes à la hauteur de la grande Salle de l'Obſervatoire où eſt placé mon Barometre. Toute la difference de hauteur entre le plus haut & le plus bas a donc été de 1 pouce 4 lignes $\frac{1}{8}$.

On ne peut rien conclurre des vents qui ont regné dans les plus grandes ou moindres hauteurs du Barometre par les raiſons que j'ai rapportées ci-deſſus, puiſque nous ne pouvons obſerver que les vents qui ſont vers la ſurface de la terre. J'ai ſeulement remarqué qu'il n'a pas plu dans le temps où le Barometre a été au plus haut, & qu'il a plu beaucoup quand il a été au plus bas, & tantôt avec un vent de Nord, & tantôt avec un vent de Sud-Oueſt.

Sur le Thermometre.

Mon Thermometre eſt deſcendu au plus bas le 23 Janvier à 14 degrez $\frac{2}{3}$. Son état moyen tel qu'il eſt dans le fond de la carriere de l'Obſervatoire à 14 toiſes au-deſſous du Rez de chauſſée étant à 48 degrez, & la gelée commençant quand il eſt à 32 degrez ; mais il eſt remonté auſſi-tôt vers les 30 degrez. La chaleur a été la plus grande le 28 Juillet, le Thermometre ayant monté à 66 degrez $\frac{1}{4}$. Ces obſervations du Thermometre ſont toûjours faites vers le lever du Soleil, qui eſt le temps de la journée où l'air eſt le plus froid.

On voit par-là que le froid a été à peu près dans le même degré que la chaleur par rapport à un état moyen, si l'on en excepte le 23 Janvier. Aussi pendant le jour & vers les 2 heures après midi la chaleur est beaucoup plus grande que le matin, & j'ai trouvé le Thermometre à 75 degrez à l'abri du Soleil; & par conséquent il a fait plus chaud que froid cette année en ces païs-ci.

Sur la declinaison de l'Aiguille aimantée.

J'ai observé la declinaison de l'Aiguille aimantée le 30 Octobre de 9 degrez 20 minutes vers le couchant, avec la même Aiguille de 8 pouces de longueur, & dans le même lieu où j'ai accoûtumé de l'observer.

COMPARAISON

Des Observations sur la pluie & sur les vents, faites par M. de Pont-briant *au Château du* Pont-briant *à deux lieues de* S. Malo, *& vers le bord de la mer pendant l'année* 1704; *avec celles qui ont été faites à l'Observatoire au même temps.*

Par M. DE LA HIRE.

* CEs Observations qui ont été faites en *Bretagne* avec beaucoup d'exactitude, ayant

* 25. Fevrier 1705.

ayant été communiquées à l'Academie par M. *du Torar*, à qui M. de *Pont-briant* les avoit envoyées; on a trouvé à propos de les comparer avec celles qui ont été faites à *Paris* au même temps, dont j'ai déja donné le Journal. On ne donne ici que la quantité de pluie qui eſt tombée pendant chaque mois; mais on remarquera qu'il pleut fort ſouvent dans le même temps dans ces deux lieux éloignez d'environ 80 lieues, dont l'un eſt à l'Occident de l'autre, & preſque dans le même parallele: mais il arrive bien plus ſouvent des orages à *S. Malo* qu'à *Paris*.

A Paris.		*A Pont-briant.*
Janvier.	15 lig.	11 lig. $\frac{3}{4}$
Fevrier.	15 $\frac{1}{2}$	22 $\frac{1}{2}$
Mars.	19 $\frac{1}{4}$	25 $\frac{3}{4}$
Avril.	16	21 $\frac{3}{4}$
Mai.	27 $\frac{1}{4}$	17
Juin.	24 $\frac{1}{4}$	2
Juillet.	9 $\frac{1}{4}$	13 $\frac{1}{4}$
Août.	27	27 $\frac{1}{2}$
Septembre.	34	51
Octobre.	8 $\frac{1}{4}$	18 $\frac{1}{4}$
Novembre.	19 $\frac{3}{4}$	57 $\frac{3}{4}$
Decembre.	23	25 $\frac{1}{4}$

Somme de l'eau à *Paris* 238 l. $\frac{1}{2}$ ou bien 19 p. 10 l. $\frac{1}{2}$.
au *Pont-briant* 284 23 8 $\frac{1}{4}$.

On voit par-là que la quantité de la pluie dans chaque mois n'a pas été fort differente, ſi ce n'eſt en Septembre & en Novembre où il a plu beaucoup plus au *Pont-briant* qu'à *Paris*. Auſſi dans le mois de Juin il a plu bien moins au *Pont-briant* qu'à *Paris*; mais l'un ne récompenſe pas l'autre, puiſqu'il eſt tombé près de

4 pouces plus d'eau au *Pont-briant* qu'à *Paris*, quoi qu'à *Paris* la quantité ait été à peu près de même que dans les années moyennes.

Il y a quelques années que M. le Maréchal de *Vauban*, qui eſt à preſent Preſident de l'Academie, fit faire ces mêmes obſervations dans la Citadelle de l'*Iſle* en *Flandre*. J'en fis alors la comparaiſon avec celles de *Paris*, & je trouvai qu'il pleuvoit ordinairement un peu plus en *Flandre* qu'à *Paris*.

Par les obſervations des vents faites à *Paris* & au *Pont-briant*, on remarque que le vent n'eſt pas ordinairement le même dans ces deux endroits, & qu'il tire toûjours plus au Sud à *Paris* qu'en ce lieu-là. Pour les pluies qui accompagnent les vents, il y a beaucoup de varieté dans des temps & dans des années. Ce n'eſt pas qu'en général on trouve dans les obſervations de cette année, qu'au *Pont-briant* les grandes pluies avec orage ont toûjours été accompagnées d'un vent de Nord-Oueſt, & quelquefois de Nord & rarement de Nord-Eſt. A *Paris* elles viennent preſque toûjours du Sud-Oueſt. Le voiſinage de la mer à *S. Malo*, & la diſpoſition de *la Manche* à l'égard de cette côte de *Bretagne* peuvent cauſer cette difference, tant pour la direction des vents, que pour la pluie.

On ne doit pas s'étonner que les vents ſoient differens en des lieux peu éloignez par rapport à toute la ſurface de la terre, puiſque nous voyons aſſez ſouvent que dans le même lieu il y a des vents differens qui regnent dans l'air, & quelquefois entierement oppoſez, ce qu'on obſerve par le mouvement des nuées. Un des vents peut avoir ſon origine dans un endroit & l'autre dans un autre, ou plus ou moins éloi-

éloigné d'un même lieu. Ces vents se mêlent enfin & n'en font qu'un moyen, ou l'un prend le dessus & l'emporte sur l'autre; & il peut arriver que le combat de ces vents contraires, quand ils sont très-violents, causent des orages & des ouragans.

M. de *Pont-briant* remarque dans sa Lettre écrite à M. *du Torar*, qu'il gêle bien moins à *S. Malo* qu'à *Rennes*, mais on n'en doit attribuer la cause qu'à la proximité de la mer: car la grande quantité de vapeurs qui s'élevent de l'eau de la mer, & qui peuvent retenir quelques sels marins, peuvent empêcher la gelée, puisqu'on connoît par experience que l'eau de la mer ne gêle pas si facilement que l'eau douce, & que l'eau dans laquelle on a dissout un peu de sel marin ne se gele pas facilement. J'ai aussi remarqué autrefois à *Brest* qu'on y avoit conservé en pleine terre des Ananas pendant tout l'hyver, quoiqu'ils fussent exposez à l'air.

REFLEXIONS

Sur les Observations de la variation de l'Aiman, faites dans le voyage du Legat du Pape à la Chine *l'an* 1703.

Par M. CASSINI le fils.

* NOUS avons reçû depuis quelques jours une Carte réduite qui nous a été envoyée

* 10. Janvier 1705.

voyée de *Pondichery* par M. *de May* Miſſionnaire, qui eſt allé avec M. *de Tournon* Legat du Pape à la *Chine*.

Il a marqué dans cette Carte par des lignes ponctuées la route que le Vaiſſeau le Maurepas a faite jour par jour depuis les *Canaries*, d'où ils partirent le 1 Mai 1703, juſqu'à *Pondichery* où ils arriverent le 6 de Novembre après une navigation de plus de 6 mois, dans laquelle ils ne s'arrêterent que 18 jours dans l'Iſle de *Maſcaregne* ou de *Bourbon*.

Ils ont obſervé pendant ce voyage en pluſieurs endroits la variation de l'éguille aimantée par le lever & le coucher du Soleil, & ils ont eu ſoin de le marquer ſur la Carte le long de la route au jour que l'obſervation a été faite.

Comme la nouvelle Carte des variations de M. *Halley* dreſſée pour l'année 1700 comprend tous les endroits qui ſont marquez ſur cette route, cela nous a donné occaſion d'examiner ſi elle s'accordoit avec ces nouvelles obſervations, & l'on a placé ſur la Carte de M. *Halley* tous les endroits où M. *de May* marque que l'on a obſervé les variations, ayant égard aux differentes longitudes qui ſont marquées ſur ces deux Cartes; la difference entre les Meridiens de l'Iſle de *Fer* & de *Pondichery* ſuivant M. *Halley* étant de 99 degrez, & ſelon la nouvelle Carte, de 101 $\frac{1}{2}$.

Le 18 Mai 1703 à 358 degrez de longitude, & 5 degrez 40 minutes de latitude Septentrionale, la variation fut obſervée par le coucher du Soleil de $1^{d}\frac{1}{2}$ du Nord vers l'Oueſt.

Le lieu où cette obſervation a été faite étant placé ſur la Carte de M. *Halley*, ſe trouve un peu

peu à l'Occident de la ligne où il marque qu'il n'y a point de variation, du côté que la variation commence à être Orientale; de ſorte que ſuivant la comparaiſon de ces obſervations cette ligne devroit être à l'Occident de l'endroit où elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*, ce qui s'accorde à ce que j'ai déja marqué dans un Memoire du 6 Decembre 1704.

Le 6 Juin à 356d de longitude & 5d 20′ de latitude Meridionale, la variation fut obſervée par le lever du Soleil de 1d Nord-Eſt, ce qui s'accorde aſſez bien à la Carte de M. *Halley*, où ce lieu eſt placé entre un & deux degrez de variation Orientale.

Le 11 Juin à 352d 40′ de longitude & 11d 15′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 1d ½ Nord-Eſt. Elle eſt marquée dans cet endroit ſur la Carte des variations un peu plus de 3 degrez.

Le 19 Juin à 1 degré environ au Sud de l'Iſle la plus meridionale de l'Aſcenſion à 350d de longitude & 21d 0′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 6d ½ Nord-Eſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley* de 7d ½.

Le 3 Juillet à 7d 45′ de longitude & 34d 40′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 3d ¼ Nord-Eſt, à peu près la même que celle de M. *Halley*.

Le 8 Juillet à 24d 10′ de longitude & 36 degrez de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 3d Nord-Oueſt. Elle eſt marquée dans cet endroit ſur la Carte de M. *Halley* entre 3 & 4 degrez.

Suivant ces deux dernieres obſervations dans l'une deſquelles la variation a été trouvée du

Nord vers l'Eſt, & dans l'autre du Nord vers l'Oueſt, & qui s'accordent aſſez bien à celle qui eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*; la ligne où il n'y a point de variation traverſe la route de M. *de May* à peu près dans le même endroit où M. *Halley* fait paſſer cette ligne.

Le 13 Juillet dans le banc des *Aiguilles* un degré au Sud du Cap de *Bonne Eſperance* à 41d de longitude & 36d 20′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 13d Nord-Oueſt. Elle eſt marquée de 11 degrez dans la Carte de M. *Halley*.

Le 19 Juillet à 53d 30′ de longitude & 35d 35′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 19 degrez Nord-Oueſt, de même que celle qui eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*.

Le 25 Juillet à 69d de longitude & 32d 50′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 25d ½ Nord-Oueſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley* entre 24 & 25.

Le 12 Septembre à 98d 30′ de longitude & 28d de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 19 degrez Nord-Oueſt, préciſément de même que celle qui eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*.

Le 17 Septembre à 96d 35′ de longitude & 22d 40′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 15 degrez Nord-Oueſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley* entre 15 & 16.

Le 2 Octobre à 106d 40′ de longitude & 1d 20′ de latitude Meridionale, la variation fut obſervée de 4d Nord-Oueſt. Elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley* entre 5 & 6 degrez.

Enfin

Enfin le 2 Novembre à 105d 20′ de longitude & 14d 40′ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de 4d 45′, preciſément de même qu'elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*.

L'on voit par cette comparaiſon que quelques-unes de ces obſervations s'accordent à déterminer la variation préciſément de même qu'elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*; que la plûpart ne s'en écartent pas d'un degré entier, & que les plus éloignées ne le ſont que de deux degrez. Cet accord avec ſi peu de difference doit paroître conſiderable, ſi l'on fait attention à la difficulté qu'il y a ſur mer d'obſerver avec préciſion la variation de l'aiman, & aux changemens qui peuvent y être arrivez depuis 3 ans qui ſe ſont écoulez entre la conſtruction de la Carte de M. *Halley* & le voyage de M. *de May*.

L'on ne ſait pas ſi M. *Halley* a eu d'autres vûes dans la conſtruction de ſa Carte, que celle de déterminer la variation de l'aiman pour la commodité des Navigateurs : mais il paroît que ſi dans l'examen des obſervations faites dans pluſieurs autres routes l'on trouvoit une conformité pareille à celle que l'on vient de trouver dans celle-ci, l'on pourroit auſſi en faire quelque uſage pour la détermination des longitudes, principalement dans les mers qui ſont au-delà de l'Equateur ; car les lignes qui marquent les variations de degré en degré coupent les paralleles en ces endroits aſſez directement, & elles ſont fort proches les unes des autres, comme il paroît dans cette route depuis la ligne où il n'y a point de variation juſqu'à celle où elle eſt de 25d, qui répondent

ici à 34 degrez de difference de longitude.

L'on peut effectivement placer ſur la Carte de M. *Halley* preſque tous les lieux où M. *de May* a obſervé la variation par l'interſection des paralleles avec les lignes qui marquent la variation obſervée, ſans qu'il y ait d'autres differences que celles que l'on peut attribuer ordinairement à la difficulté qu'il y a de déterminer ſur mer la longitude du lieu où l'on ſe trouve.

Il ſeroit à ſouhaiter que la variation de l'aiman étant une fois bien établie, l'on pût trouver une regle des changemens qui y arrivent dans la ſuite des temps. Il faudroit pour y parvenir avoir un grand nombre d'obſervations faites avec beaucoup de ſoin par des Obſervateurs exacts dans des intervalles de temps conſiderables, & c'eſt un ſecours dont on a été privé juſqu'à preſent ; car quoique le P. *Riccioli* ait fait un grand recueil de ces ſortes d'obſervations, comme il n'a pas marqué dans la plûpart le nom des Obſervateurs, ni le temps que les obſervations ont été faites, on ne peut pas en tirer cet avantage.

On le peut mieux tirer de quelques obſervations qui ont été faites par les PP. Jeſuites dans leur voyage aux *Indes Orientales*, & qui ſont rapportées par le P. *Gouye* dans les Obſervations Phyſiques de 1692, qui pourront ſervir à faire connoître quelques changemens qui ſont arrivez dans la variation de l'aiman.

Le P. *Noël* en allant à la *Chine* en 1684, remarqua qu'à 215 lieues à l'Oueſt du Cap de *Bonne Eſperance* l'éguille n'avoit aucune declinaiſon.

Suivant cette obſervation la ligne où il n'y avoit

avoit point de variation étoit conſiderablement à l'Orient de l'endroit où elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*, & où elle doit être placée ſuivant les obſervations de M. *de May*, puiſqu'il trouva vers cet endroit-là en 1703 la variation de 3^{d} Nord-Oueſt.

Le P. *Noel* obſerva auſſi en 1684 au Cap des *Eguilles* la declinaiſon de 10 degrez Nord-Oueſt, qui dans la Carte de M. *de May* eſt marqué de 13 degrez, ce qui s'accorde à la difference qui a été trouvée par l'obſervation précedente, & donne trois degrez d'augmentation en 19 années, ce qui eſt en raiſon de 10 minutes par an.

Le P. *Riccioli* dans le recueil qu'il a fait des obſervations de la declinaiſon de l'aiman ne donne aucune declinaiſon à ce Cap, & il y a apparence qu'il n'y en avoit point lorſqu'on lui donna le nom de Cap des *Eguilles*. Il rapporte au Livre 8 de ſa Géographie pluſieurs obſervations qui ont été faites aux environs de ce Cap, & entr'autres une de *Gerard* de *Dieppe*, qui obſerva en l'an 1639 à 14 lieues au-delà du Cap de *Bonne Eſperance*, c'eſt-à-dire près du Cap des *Eguilles*, la declinaiſon Occidentale de 1^{d} $\frac{1}{2}$.

En comparant cette declinaiſon à celle qui eſt marquée dans la nouvelle Carte de M. *Halley*, il y a eu en 64 ans 11^{d} $\frac{1}{2}$ de variation du Nord vers l'Oueſt, ce qui eſt en raiſon d'un peu moins de 11 minutes par an, à peu près de même que l'on a trouvé par la comparaiſon des obſervations précedentes.

Le P. *Noel* remarque auſſi que les Pilotes *Portugais* diſent que depuis le Cap des *Eguilles* juſqu'à *Madagaſcar* la declinaiſon au Nord-Oueſt croît de 13 degrez ; enſorte que ſi elle

eſt

eſt de 2 degrez au Cap, elle ſera de 15 degrez à la vûe de *Madagaſcar*. Cela s'accorde auſſi à la variation marquée dans la nouvelle Carte qui eſt de 13 degrez au Cap des *Eguilles*, & de 25 ½ ſous le Meridien de *Madagaſcar*.

Depuis *Madagaſcar* juſqu'à *Pondichery* la declinaiſon de l'aiman va en diminuant, & elle eſt marquée dans la Carte de M. *de May* un peu à l'Orient de *Pondichery* de 4d 45′ Nord-Oueſt. Elle fut obſervée à *Pondichery* par le P. *Richaud* en 1689 de 7d 0′; ainſi ſi l'on ſuppoſe qu'elle ait été à *Pondichery* en 1703, de même qu'on l'obſerva un peu à l'Orient de cette Ville, l'on aura pour 14 ans une diminution de declinaiſon de 2 degrez ¼, ce qui eſt à raiſon de 10 minutes par an, au lieu qu'au Cap des *Eguilles* l'on y a trouvé une augmentation à peu près ſemblable. Le P. *Richaud* trouva à *Louvo* par l'intervalle de deux années une diminution pareille à celle que l'on a trouveé à *Pondichery*, ce qui pourroit faire conjecturer, que dans les *Indes Orientales* depuis le Meridien de l'Iſle de *Madagaſcar* vers l'Orient la declinaiſon Occidentale diminue tous les ans dans la même proportion, qu'elle augmente depuis cette Iſle vers le Cap de *Bonne Eſperance*. Voilà les regles qu'on peut tirer de ces comparaiſons.

RE-

REFLEXIONS

Sur les Obſervations des Satellites de Saturne & de ſon Anneau.

Par M. CASSINI.

* LEs Satellites de Saturne ne ſont pas ſi faciles à être obſervez que ceux de Jupiter. Leur éloignement du Soleil, environ double de l'éloignement de ceux de Jupiter, diminue trop la lumiere qu'ils en reçoivent & qu'ils nous reflechiſſent, & leur plus grand éloignement de la terre diminue beaucoup plus leur grandeur apparente.

Les deux Satellites plus proches de Saturne, dont les révolutions ſont plus courtes, ont leurs cercles ſi preſſez enſemble, qu'il n'eſt pas toûjours facile de diſtinguer l'un de l'autre ; & ils ſont ſi ſouvent joints à Saturne qui occupe une grande partie de ces cercles, qu'à proportion de leurs temps periodiques il eſt plus rare qu'à nôtre égard ils ſortent des rayons de Saturne, qu'il n'eſt rare que Mercure ſorte des rayons du Soleil.

Le Satellite ſuperieur de Saturne, qui eſt le cinquiéme ſuivant l'ordre de la diſtance à cet aſtre, & le premier de ceux que nous avons découvert à l'Obſervatoire Royal, a une proprieté ſurprenante d'augmenter & de diminuer en gran-

14. Janvier, 1705.

grandeur apparente ſans aucun rapport à ſa vraie diſtance de Saturne, à celle du Soleil & à celle de la terre. Il demeure en chaque révolution, qui eſt de 80 jours, long-temps caché vers ſa plus grande digreſſion Orientale, qui eſt comme le Latium de cette Planete Saturnienne, quoique les autres Satellites ne ſe voient jamais plus clairement que dans leurs plus grandes digreſſions.

Juſqu'à preſent on n'a pû trouver une cauſe aſſez évidente d'une proprieté ſi extraordinaire. On conjecture ſeulement que toute la ſurface de ce Satellite n'eſt pas également propre à reflechir la lumiere du Soleil, & que tournant autour de ſon axe par une révolution en longueur peu differente de la periodique autour de Saturne, il tourne à la terre ſon hemiſphere moins lumineux lorſqu'il n'eſt point viſible, & l'hemiſphere plus éclairé lorſqu'on le voit plus diſtinctement.

C'eſt une apparence ſemblable à celle que la Lune pourroit faire à Saturne, d'où elle ſeroit vûe faire une révolution autour de ſon axe auſſi-bien qu'autour de la terre à peu près en un mois, pendant que les grandes taches de la Lune qu'on appelle mers, ou d'autres plus grandes qui pourroient être du côté que nous ne voyons jamais, ſeroient tournées à Saturne.

Nous avons eu l'année précedente 1704 le tems favorable pour obſerver ce cinquiéme Satellite dans ſon demi-cercle Occidental pendant 30 jours, depuis le 12 Août juſqu'au 11 Septembre 1704. Depuis ce temps-là quelques recherches que nous en ayons faites avec M. *Maraldi*, nous ne l'avons pû voir qu'au 19 Octo-

Octobre, onze jours après qu'il eut passé sa digression Orientale, quand il étoit encore d'une petitesse extrême. Il augmenta peu à peu de grandeur apparente, de sorte qu'on pût l'observer commodément le 28 d'Octobre dans sa conjonction avec Saturne dans la partie inferieure de son cercle. Depuis ce tems-là il s'est fait voir avec plus de facilité, quoiqu'il s'éloigne plus du Soleil & de la terre allant vers sa digression Occidentale, où il arriva le 17 du mois de Novembre. Il diminua dans la suite, de sorte qu'il n'a pas été visible pendant tout le mois de Novembre; mais il se voit presentement depuis le 15 de ce mois de Janvier après sa conjonction avec Saturne dans la partie inferieure de son cercle, & il continuera de paroître pendant un mois.

Il est très-difficile d'assigner presentement les termes où il disparoît à la vûe, & où il recommence de paroître. Ces termes s'abregent & se prolongent par diverses causes qui apportent des variations considerables à ces apparences.

Nous avons un grand soin de distinguer les variations veritables qui arrivent à ces astres par leurs constitutions particulieres, des variations apparentes qu'on doit attribuer à la diversité de leurs éloignemens du Soleil & de la terre, & même aux diverses constitutions de l'air & à la qualité des verres au travers desquels on les observe; la lumiere que ces astres reçoivent du Soleil & qu'ils nous reflechissent de si loin, étant plus aisément troublée en passant par ces milieux differens, que celles des autres Planetes proches du Soleil & de la terre.

On

On ſait combien les apparences de Saturne, qui eſt le centre du mouvement de ſes Satellites, ont impoſé à tous les Aſtronomes durant l'eſpace de 40 ans après l'invention de la Lunette. Cet aſtre ſe preſenta d'abord aux Lunettes de *Galilée*, comme diviſé en trois corps deſunis, diſpoſez en ligne droite. On prit les deux parties extrêmes pour deux gros Satellites, qui ne partoient jamais de ſon côté.

M. *Deſcartes* crut que dans ſon Syſtême il étoit aiſé de comprendre pourquoi ces prétendus Satellites ne faiſoient pas une révolution autour de Saturne, comme ceux de Jupiter la font autour de cet aſtre, qui eſt beaucoup plus proche du Soleil.

Mais on fut bien ſurpris quand on vit que d'une année à l'autre le diametre de chacun de ces prétendus Satellites ſembloit augmenter de ſorte qu'en ſept années il ſurpaſſoit le diametre de Saturne, & qu'en même temps ils ſe transformoient en deux croiſſants, dont les pointes émouſſées ſembloient toucher à Saturne, & y former comme deux anſes qui ſe joignoient à ſon globe, & l'envelopoient entierement. On voyoit diminuer ces anſes pendant ſept autres années par les mêmes degrez qu'elles étoient augmentées, & ſe réduire à deux petits globes qui évanouïſſoient la quinziéme année, laiſſant Saturne tout ſeul, & auſſi rond que Jupiter. On avoit beau les chercher autour de Saturne, on ne les trouvoit nulle part, & l'année ſuivante ils paroiſſoient de nouveau dans la même forme qu'ils avoient paru dernierement & quinze ans auparavant, & recommençoient la même viciſſitude d'augmentation, de diminution & de

trans-

transformation qu'aux années précedentes.

Plus de 40 ans s'étoient paſſez dans l'admiration de ce *Protée* celeſte, ſans qu'il y eut un *Ariſtée* qui en pût venir à bout : quand l'illuſtre M. *Huygens* qui fut depuis un des principaux ſujets de cette Academie Royale, par le moyen d'un Teleſcope excellent auquel il avoit travaillé lui-même, & beaucoup plus par la ſubtilité & ſublimité de ſon eſprit en découvrit le myſtere. Il trouva un veritable Satellite qui fait ſa révolution autour de Saturne en 16 jours, qui, comme il témoigne, étoit pris par d'autres pour une de ces étoiles fixes que Saturne rencontre ſouvent dans ſon chemin. Il remarqua que la trace de ſon mouvement journalier imitoit la figure des anſes de Saturne priſes enſemble ; ce qui lui fit comprendre que ce qui forme les anſes pourroit de même enveloper cet aſtre.

Il forma de ces anſes & de ces globes qui avoient été pris pour des Satellites, un anneau plat & mince qui l'environne, comme un horizon environne le globe artificiel, mais à une diſtance à proportion plus grande.

Il lui donna une ſituation preſque parallele à l'Equinoxial, & par conſéquent fort oblique au plan de l'orbite de Saturne, qu'il coupoit dans une ligne qui paſſe par le Soleil deux fois en une révolution de Saturne. Il montra que Saturne ſe trouvant dans cette ligne, le plan de cet anneau n'en pouvoit pas alors être éclairé ſuffiſamment pour pouvoir être vû de la terre ; que quelque temps avant & après le Soleil pouvoit éclairer ſuffiſamment le plan de cet anneau qui n'étoit pas expoſé à la terre, ce qui

qui l'auroit auſſi laiſſé inviſible à la terre ; qu'aux autres temps le Soleil éclairant ſuffiſamment le plan de l'anneau expoſé à la terre, l'anneau lui devoit paroître d'autant plus large qu'il lui ſeroit expoſé plus directement.

Cette hypothêſe fut trouvée admirable, & très-propre pour expliquer les differentes phaſes de Saturne, quoiqu'elle ne fut pas reçûe de tous ceux qui étoient prévenus par d'autres hypothêſes. Nous n'oſâmes pas y comparer une penſée qui nous étoit venue, que cet anneau pourroit être formé comme d'un eſſain de petits Satellites qui pourroient faire à Saturne une apparence analogue à celle que la voie de lait fait à la terre par une infinité de petites étoiles dont elle eſt formée ; mais avec cette difference qu'elle ne fait point de parallaxe à la terre, au lieu que cette trace en fait une très-grande à Saturne.

Il eſt vrai que par les obſervations des années ſuivantes il fallut augmenter d'un tiers l'obliquité qui avoit été aſſignée à l'anneau, & rétrecir de la moitié l'intervalle entre les termes aſſignez à la phaſe ronde.

M. *Huygens* avoit prédit dans ſon Syſtême qu'au mois de Juillet & d'Août de l'année 1671 Saturne perdroit ſes anſes, & qu'on le verroit continuellement rond juſqu'au mois de Juillet & d'Août de l'année 1672, c'eſt-à-dire, pendant une année. Nous obſervâmes que Saturne perdit ſes anſes preſque au temps prédit par M. *Huygens* ; mais nous obſervâmes auſſi que quelques jours après les anſes revinrent, & ne ſe perdirent que le huitiéme de Decembre de la même année, avec quelque variation qui nous fit juger que l'anneau n'eſt pas ſi plat ni ſi continu

tinu qu'on le ſuppoſe. Car avant que Saturne perdit ſes anſes la ſeconde fois au mois de Decembre, nous les vîmes s'émouſſer peu à peu inégalement; de ſorte que quelquefois on en voyoit encore le reſte d'une d'un côté, ſans qu'il en parut rien de l'autre, & la partie qui paroiſſoit n'étoit pas toûjours du même côté, ce qui ſembloit s'accommoder à nôtre premiere hypothêſe, qui étoit que l'apparence de l'anneau eſt cauſée par un amas de très-petits Satellites de differens mouvemens qu'on ne voit point ſeparément, de la maniere qu'on ne voit point diſtinctement à l'œuil les petites étoiles qui compoſent les étoiles nebuleuſes, mais ſe voient toutes enſemble en forme d'un petit nuage clair.

On jugea auſſi que les Satellites, qui peuvent compoſer la partie de l'anneau plus proche de Saturne, ſont en plus grand nombre à proportion de l'eſpace qu'ils occupent, que ceux qui forment la partie la plus éloignée. Cette penſée fut depuis appuiée par les obſervations faites aux années que l'anneau de Saturne paroiſſoit plus large & plus ouvert; car la largeur de l'anneau ſe voyoit diviſée en deux par une ligne elliptique obſcure, dont la partie plus proche du globe étoit plus claire que la plus éloignée. Cette ligne marquoit comme un petit intervalle entre ces deux parties, de la maniere que la diſtance du globe à l'anneau eſt marquée par la grande obſcurité qui eſt entre deux.

M. *Huygens* qui ne cherchoit rien plus que la Verité, voulut bien lui-même communiquer au public les obſervations que nous venions de faire du retour des anſes un peu après qu'elles avoient diſparu, marquant en même temps qu'el-

qu'elles ſe perdroient de nouveau la même année, comme il arriva, & en rendit la raiſon qui ſervit à une plus grande perfection de ſon Syſtême. Nous obſervâmes auſſi l'année ſuivante le retour des anſes au mois d'Avril, pluſieurs mois avant la prédiction qui en avoit été faite.

L'attention continuelle à ces obſervations me fit appercevoir le premier des quatre Satellites que j'ai découverts en divers temps autour de Saturne, qui eſt préſentement le cinquiéme par ordre de leur diſtance à Saturne; je remarquois la configuration de pluſieurs petites étoiles que Saturne rencontroit dans ſa route, d'une maniere à pouvoir reconnoître s'il n'y en avoit point quelqu'une qui changeât de configuration avec les autres.

Pendant les vacances de la même année 1671 j'en obſervai une très-petite, qui le 25 d'Octobre étoit preſque en ligne droite avec les anſes de Saturne à l'Occident vers où alloit cette Planete, qui pour lors étoit retrograde en 13 degrez du ſigne des Poiſſons. Après l'avoir comparée pendant 12 jours à Saturne, à ſon ancien Satellite, & aux étoiles fixes prochaines, je fus entierement convaincu, 1°. Que c'étoit une veritable Planete, ce que je connus par ſon mouvement journalier parmi les étoiles fixes, qui étoit très-évident d'un jour à l'autre. 2°. Qu'elle pouvoit être un Satellite de Saturne, puiſqu'elle ſe trouva pendant tout ce temps preſque dans la ligne de ſes anſes comme l'autre Satellite avec un peu de declinaiſon, & que ſon mouvement à l'égard de Saturne étoit moins ſenſible qu'en le comparant aux étoiles fixes, comme il arrive le plus ſouvent

aux

aux autres Satellites. 3°. Qu'elle fut dans ſa plus grande digreſſion de Saturne à la fin d'Octobre & au commencement de Novembre de la même année 1671, ce que je trouvai en comparant les premieres obſervations avec les dernieres. 4°. Que ſa plus grande digreſſion à l'égard de Saturne étoit environ triple de la plus grande digreſſion de l'ancien Satellite. 5°. Que la periode de ſa révolution autour de Saturne étoit environ quintuple de la periode du ſecond, ce qui réſultoit de la regle des proportions ordinaires des diſtances aux révolutions des Planetes autour du Soleil trouvées par *Kepler*, & appliquées à ces deux Satellites à l'égard de Saturne, qui s'accordent aſſez bien aux obſervations; ainſi puiſque la periode de l'ancien Satellite, après en avoir obſervé un aſſez grand nombre, avoit été déterminée environ de 16 jours, il s'enſuivoit que celle du nouveau Satellite devoit être environ de 80 jours. Voilà ce que nous pûmes pour lors tirer des obſervations de 12 jours, & qui pouvoit ſuffire pour nous préparer aux obſervations ſuivantes.

Mais nous fûmes fort ſurpris, quand après pluſieurs jours de mauvais temps, nous ne trouvâmes aucun veſtige de cette Planete. Nous ne pouvions pas nous imaginer qu'elle eût cette proprieté admirable que nous découvrîmes long-temps après, d'être inviſible pendant environ la moitié de ſa révolution vers ſa plus grande digreſſion Orientale. Nous doutâmes fort qu'elle ne fût de la nature des Cometes, qui ſuivant la theorie que nous en avions donnée l'an 1664, ne ſe voient non-plus que pendant une partie de leurs révolutions.

Cette proprieté admirable qui s'eſt toûjours verifiée en 151 révolutions que cette étoile a faites depuis juſqu'à préſent autour de Saturne, étant comparée à la proprieté de quelques étoiles fixes qui ceſſent de paroître pendant quelque temps, quoique leur place ſoit expoſée à nôtre vûe, nous avertit à ne pas ſuppoſer qu'un Phenomene qui ceſſe de paroître dans le ciel après avoir paru quelque temps, ſoit diſſipé de ſorte qu'il ne puiſſe encore paroître en d'autres temps; Et qu'il ſoit inutile d'obſerver ſi un Phenomene qui ſe voit après quelque temps au même endroit du ciel, n'a pas le même mouvement que celui qu'on y a obſervé, pour pouvoir juger s'il ne ſeroit pas le même qui a paru autrefois au même endroit; comme nous jugeons que ce Satellite eſt le même quand il paroît de nouveau autour de Saturne avec les mêmes degrez de vîteſſe apparente à pareille diſtance de cet aſtre.

Nous donnâmes part à la premiere Aſſemblée qui ſe tint après les vacances de la découverte que nous venions de faire, & de la perte de nôtre objet. On jugea qu'il en falloit ſuivre la trace par des Lunetes d'une plus grande portée. Celle qui nous avoit ſervi tant à la découverte de la nouvelle Phaſe de Saturne qu'à celle de ce Satellite étoit de 17 pieds, & nous avoit été donnée comme très-excellente par M. *Campani*. C'étoit la même Lunete qui nous avoit ſervi à découvrir les révolutions de Jupiter & de Mars autour de leurs axes, & les Eclipſes du Soleil dans Jupiter faites par l'interpoſition des Satellites.

On jugea que par des Lunetes d'une plus grande portée on auroit pû voir cette Planete, quand

quand on ceſſoit de la voir par celle dont nous nous étions ſervis. C'eſt-pourquoi M *Colbert* donna ordre à M. *Campani* d'envoyer au plûtôt la plus grande & la plus excellente qu'il eût, & de travailler en même temps à perfectionner ſon Art, pour en pouvoir faire d'une plus longue portée. Il envoya celle de 34 pieds qui eſt préſentement expoſée dans la terraſſe de l'Obſervatoire, où elle fut placée au mois de Decembre 1672. Elle ne fut pas plûtôt dreſſée à Saturne le 13 Decembre, que je vis la nouvelle Planete que j'avois perdue de vûe l'année précedente. Je reconnus qu'elle étoit la même, parce qu'elle étoit à peu près à la même diſtance de Saturne du côté d'Occident, qu'elle devoit être après 5 révolutions de 80 jours que j'avois attribuez à cette Planete après ſa premiere découverte. Cette hypothêſe ſe verifia le 17 Decembre, lorſque nous trouvâmes cette étoile plus proche de Saturne que le 13, comme il falloit ſuivant la théorie que j'en avois ébauchée. J'ai depuis obſervé des inégalitez dans ces révolutions ſemblables à celles qui s'obſervent dans les autres Planetes, & j'ai déterminé la moyenne entre les plus longues & les plus courtes de 79 jours 22 heures & 4 minutes, ce que j'ai confirmé par les obſervations de 1704 & de cette année 1705 comparées avec les plus certaines des premieres obſervations.

Les Mathematiciens de l'Academie Royale, auſquels je fis auſſi-tôt part de ces obſervations, venoient à l'Obſervatoire aux jours de beau temps pour prendre part à cette découverte; mais le ciel ne fut favorable que le 23 Decembre, & alors nous vîmes une étoile entre l'an-

cien Satellite & Saturne du côté d'Occident où j'avois fait eſperer que l'on trouveroit le nouveau Satellite. Tous ces Meſſieurs en furent plus ſatisfaits que moi, qui m'attendois à voir ce Satellite plus près de Saturne que n'étoit cette étoile. Ceux qui comparerent ſa ſituation à celle que j'avois marquée les jours précedens, jugerent ſon mouvement beaucoup plus lent qu'il n'eſt, & l'on donna même un billet cacheté à l'Academie, où l'on y attribuoit une révolution fort approchante de l'annuelle. Pour moi je doutois que le Satellite vû depuis peu ne fut ſi près de Saturne qu'il l'empêchât de le voir, & que cette étoile ne fut un nouveau Phenomene. La verité eſt que le Satellite que nous pourſuivions éluda cette grande & excellente Lunete pendant plus d'un mois, ce qu'il a depuis fait en toutes ſes révolutions, & que l'étoile qui avoit pris ſa place le 23 Decembre étoit un autre Satellite qui fait ſa révolution autour de Saturne en 4 jours & demi, que pour lors nous appellâmes le premier, & qui eſt préſentement le troiſiéme. Après que nous en eûmes ébauché la théorie, celui que nous avions découvert le premier ſe montra pendant 15 jours, comme pour nous donner le temps de travailler à le ſuivre avant que Saturne entrât dans les rayons du Soleil.

Nous donnâmes la même année au public un abregé fort ſuccint de la découverte & de la théorie de ces Satellites, pour pouvoir ſervir de guide & de préparation aux Obſervateurs qui en voudroient faire des obſervations.

Cependant M. *Campani* nous ayant envoyé à eſſayer quatre Objectifs de 80, de 90, de 100 &

& de 136 pieds, que M. *Colbert* prévenu de la mort n'eût pas le temps d'eſſayer au ciel ; l'année ſuivante nous découvrîmes encore autour de Saturne deux autres Satellites qui en ſont plus proches que les autres, & font leurs révolutions beaucoup plus courtes. Nous nous ſervions de ces verres ſans tuyau, les plaçant à la fente Septentrionale de la Tour Orientale de l'Obſervatoire, que nous y avions fait laiſſer dans ſa conſtruction pour des obſervations ſemblables. Ce ſont les premieres obſervations qui ayent été faites au ciel par de ſi grands verres ſans tuyau, quoiqu'on eût propoſé quelque maniere beaucoup plus pénible & plus compoſée. La découverte de ces deux Satellites avoit été faite de cette maniere, quand M. *Huygens* publia ſon Aſtroſcopie, où il propoſe une methode bien plus difficile à pratiquer que la nôtre, dont il n'avoit point encore entendu parler.

Mais comme les verres d'une portée plus longue que de 100 pieds placez ſur l'Obſervatoire ne pouvoient plus ſervir commodément à toutes les hauteurs apparentes des Aſtres, M. de *Louvois* obtint du Roi de faire tranſporter la Tour de bois qui étoit à *Marly*, & d'y faire des fondemens ſolides qui l'élevent encore plus ſur la terraſſe de l'Obſervatoire. Les obſervations que nous fîmes par de grands verres placez ſur cette Tour préparez à cet effet, nous ſervirent à ébaucher la théorie de ces Satellites, dont nous donnâmes l'abregé dans le Journal du 22 Avril 1686. Les obſervations que nous avons continué de faire depuis ce temps-là, nous ont obligé d'y faire quelque changement que nous avons obſervé dans la conſtruction

des Tables proviſionnelles des cinq Satellites que nous avons achevées.

On ne s'étonnera pas de la longueur du temps qu'il a fallu emploier à trouver les regles des mouvemens de ces nouvelles Planetes, ſi l'on fait reflexion aux peines que les anciens ont eues & ont encore laiſſé aux modernes, de trouver les regles des Planetes obſervées depuis le commencement du monde. Nous n'avons pas encore emploié autant d'années à regler les mouvemens des Planetes que nous avons découvertes, que les anciens ont emploié de ſiecles à regler ceux du Soleil. A proportion du temps que nous avons eu d'y travailler, nous ſommes allez par des degrez de corrections ſemblables à celles qui ont été pratiquées en divers ſiecles par les anciens.

Dans la premiere publication de leurs découvertes l'an 1673, nous nous contentâmes de déterminer la periode de la révolution du Satellite ſuperieur autour de Saturne en 80 jours, ſans déterminer les heures & ſans diſtinguer les révolutions moyennes des veritables.

Dans la ſeconde de l'an 1683, nous réduiſimes ſa révolution moyenne à 79 jours 22 heures.

Préſentement après les obſervations de 150 révolutions, nous avons limité cette révolution moyenne à 79 jours 22 heures & 4 minutes.

Nous laiſſerons à la poſterité les obſervations les plus exactes qu'il nous a été permis de faire juſqu'à préſent, qu'elle pourra comparer à celles qu'il lui ſera facile de faire par le moyen des periodes moyennes que nous avons ébauchées, & des Tables que nous avons conſtruites,

tes, qui montrent le temps propre pour obſerver ces Satellites, afin de parvenir à une plus grande préciſion dans la détermination de leurs mouvemens.

DE L'INVERSE DES TANGENTES.

PAR M. ROLLE.

* POUR former toutes les methodes des Tangentes, il faudroit avoir une définition exacte & poſitive de toutes les Courbes; & comme l'on n'a point cette définition, l'on ne peut pas dire que l'on ait toutes ces methodes, ni aſſurer par conſéquent que l'on ait toutes les Inverſes des Tangentes. Mais de ſavans Géometres ont donné le moyen de former ou de concevoir des Courbes de differens ordres par des équations d'Algebre, par la projection des corps, par des mouvemens compoſez, & en bien d'autres manieres. Ils ont auſſi donné des methodes pour déterminer des Tangentes de ces Courbes; & il ſuffit d'en avoir bien conçû une ou deux pour voir juſqu'où les autres methodes ſe peuvent étendre.

Comme la même Analyſe & le même eſprit doivent regner dans toutes ces methodes, il eſt vrai de dire auſſi que l'on doit ſuivre le même eſprit & la même Analyſe dans leurs Inverſes. C'eſt

* 21. & 24. Janvier. 1705.

C'eſt en cela que l'on reconnoît les voyes générales dans les recherches de la Géometrie; & c'eſt auſſi ce caractere d'univerſalité que l'on peut voir dans les quatre Memoires que je donnai à l'Academie l'année derniere 1704 ſur l'Inverſe des Tangentes, & qui ont été imprimez la même année chez le Sieur *Boudot* Libraire de la Compagnie. Mais on le verra encore d'une autre maniere ici par l'application que j'en ferai à des methodes, qui ſont differentes de celle que j'avois priſe pour exemple dans ces quatre Memoires.

Comme les operations varient dans les methodes des Tangentes à meſure que l'on fait varier les conditions qui déterminent les Courbes, il faut auſſi que les operations varient dans une Inverſe, ſelon les changemens que l'on fait dans les methodes dont elle eſt l'Inverſe, & l'on verra qu'en cela il ne ſe trouve point de difficulté conſidérable, ſi l'on compare ce que j'ai dit dans ces quatre Memoires à l'application que j'en vais faire ici.

Déja l'on ſait que pour déterminer les Tangentes d'une Courbe, il faut que le nombre des formules qui ſervent à les déterminer ſoit proportionné au nombre des conditions qui conſtituent la Courbe; de maniere que l'Inverſe d'une methode de Tangentes eſt ſouvent le retour de pluſieurs formules à une égalité génératrice. Mais parmi ces formules il y en a une que l'on conſidere comme la principale, & qui l'eſt en effet. C'eſt la formule dont les conditions changent toûjours à meſure que l'on fait varier les conditions de l'égalité génératrice, & cette formule eſt encore capable d'une infinité de changemens dans ſa forme. Les autres formules

mules peuvent varier dans leur forme, mais elles ſont comme immuables pour les conditions: & ce n'eſt point dans ces formules auſſi où ſe trouvent les difficultez de l'Inverſe. Il arrive neanmoins que ces formules entrent dans cette Inverſe, & que quelques-unes y entrent neceſſairement, comme on le va voir ici.

ARTICLE I. Soit pour le premier exemple d'une methode de Tangentes dont on veut faire le retour, celle qu'on a donnée dans la ſeconde Section de l'*Analyſe des Infiniment petits*, Propoſition 4. page 18. & que la formule principale propoſée ſoit celle que l'on voit ici en *A*.

$$A \ldots \; xxdz + yydx = 2xydy.$$

Pour trouver l'égalité génératrice de cette formule & ſe ſervir des Regles que j'ai données pour cette recherche dans les Memoires dont j'ai parlé ici, il faut ſuppoſer une égalité indéterminée; & ſi l'on conſulte ſur cela les Memoires que je donnai à l'Academie le 1 & le 8 Mars 1704, on trouvera parmi les égalitez qu'ils fourniſſent, celle qui eſt marquée ici en *B*.

$$B \ldots \; hyy = lxz.$$

Suivant le ſecond Memoire & ce que j'avois dit ſur ce ſujet dans le Journal du 28 Mai 1694, on trouvera que la premiere formule de cette égalité *B* eſt celle qu'on voit ici en *C*.

$$C \ldots \; 2hydy = lxdz + lzdx.$$

Comme il y a trois inconnues relatives, & qu'en pareil cas elles gardent toûjours entr'elles la loi des homogenes, il faut autant d'égalitez qu'il y a de ces inconnues pour les faire évanouïr. Mais l'on n'a que les égalitez *A* & *C* pour les trois relatives *dy*, *dz*, *dx*. Ainſi il

faut une troiſiéme égalité ou une troiſiéme Analogie, & cette Analogie ou cette égalité doit être priſe parmi celles de la methode dont on veut faire le retour, que j'ai nommées *égalitez immuables*. La plus commode eſt celle qu'on voit ici en *D*.

D. $tx:zs::dx:dz$. Donc $txdz=zsdx$.

Ayant fait évanouïr les trois inconnues relatives dz, dx, dy par le moyen des trois égalitez *A*, *C*, *D*, on aura la réduite marquée *E*.

E. $hyy-xtlz+hzsx-xzls=0$.

Diviſant cette réduite par la ſuppoſée *B*, comme je l'ai dit dans la Regle du 8 Mars 1704; & prenant l'inconnue y pour la directrice de la diviſion, le reſte donnera l'égalité auxiliaire marquée *F*.

F... $xzsl-xzsh=0$.

Ainſi l'on aura $h=l$ pour la réſolution de cette égalité; & comme elle eſt ſeule dans le Problême auxiliaire que preſcrit la methode Inverſe, il reſte ſeulement à ſubſtituer l au lieu de h, ou h au lieu de l dans l'égalité ſuppoſée en *B*, & l'on aura la réſultante *G*.

G... $yy=xz$.

De maniere que ſelon cette methode Inverſe, l'égalité *G* eſt l'égalité génératrice dont on s'étoit propoſé la recherche.

Obſervation. Quoiqu'au lieu de $-dz$ de l'*Analyſe des Infiniment petits* j'aie mis ici $+dz$, cela ne change rien pour les effets dans cette occaſion, & je n'ai fait ce changement de ſigne que pour me conformer aux principes dont je me ſers. Ce qui ſera plus amplement expliqué dans un autre Memoire, quand on fera l'Inverſe des ſecondes formules, & des formules d'un ordre plus élevé.

AR-

ARTICLE II. Comme l'expreſſion de la ſoûtangente ne ſe trouve point dans l'exemple de l'article précedent, & qu'il n'y a dans cet exemple que trois inconnues relatives; j'ai crû qu'il étoit bon de propoſer un autre exemple où ſe trouve cette expreſſion de ſoûtangente, & dans lequel il y ait auſſi un plus grand nombre de ces inconnues relatives.

Pour cela je prendrai la 12e propoſition, ou la methode des Tangentes qu'on a donnée dans l'*Analyſe des Infiniment petits* article 37. page 34. Mais je me ſervirai des expreſſions ordinaires dans le détail du calcul, pour des raiſons que je marquerai dans la ſuite.

Dans cette 12e propoſition toutes les inconnues qui peuvent entrer dans l'égalité génératrice ſont celles que l'on voit ici dans la colomne *P*, & leurs relatives ſont dans la colomne *R*, à côté de laquelle ſe trouve auſſi une autre colomne où je marque ces relatives à la maniere de M. de *Leibnitz*, & c'eſt auſſi de la même maniere qu'on les a marquées dans l'*Analyſe des Infiniment petits*.

P	*R*		
s	*m*	ou	*ds.*
z	*e*	ou	*dz.*
t	*p*	ou	*dt.*
v	*l*	ou	—*dv.*
x	*h*	ou	*dx.*
y	*r*	ou	—*dy.*

L'expreſſion de la ſoûtangente eſt marquée par *PT* dans cette *Analyſe*, mais cette expreſſion ſeroit très-incommode pour l'Inverſe. Ce qui m'a obligé de marquer cette ſoûtangente par une autre lettre. Cette lettre eſt *f*.

Cela posé, les formules immuables de la proposition dont on demande l'Inverse, se peuvent concevoir sous la forme que l'on voit ici dans la colomne *S*.

S.

$m = \frac{hyz}{f}$ . . . ou . . $mf = hyz$.

$e = \frac{hyz}{bf}$ . . . ou . . $ebf = hyz$.

$p = hv$.

$l = \frac{hv}{a}$ . . . . ou . . $al = hv$.

$h = h$. . . . . ou . . $h =$ à soi-même.

$r = \frac{hy}{f}$ . . . ou . . $fr = hy$.

Pour la formule principale dont il faut trouver l'égalité génératrice, je prends celle qui est marquée ici en *A*.

A. $2ezv + vm - pv + sl + zzl - vvb - lt = 0$.

Les Regles que j'ai proposées à l'Academie dans les Memoires du premier & du 8e Mars 1704, fournissent une suite de génératrices supposées entre des limites; parmi lesquelles génératrices on trouvera celle qui est marquée ici en *B*.

B . . . $cs + dzz = gt + qvx$.

Si l'on prend la premiere formule de cette génératrice *B* selon le Memoire du 8e Mars 1704, on trouvera cette formule comme elle est ici en *C*.

C . . . $cm + 2dze = pg + qvb - qxl$.

Comparant les deux formules *A* & *C* avec les autres formules qui sont en *S* pour faire évanouïr les inconnues relatives, suivant ce que j'ai dit dans ce Memoire du 8e Mars, il ne reste-

ra plus qu'à faire évanouïr l'expreſſion de la ſoûtangente, & cela eſt aiſé ; parceque le calcul conduit aux deux égalitez marquées *D*.

$$D.\begin{cases} f = \dfrac{cabyz + 2adzzy}{gabv - qbxv + qabv}. \\ f = \dfrac{abyz + 2ayzz}{bt - bzz - bs + 2abv}. \end{cases}$$

Comparant ces deux valeurs de *f* pour la faire évanouïr on trouvera, en délivrant de fractions, que la réduite eſt comme on la voit ici en *E*. Où il faut obſerver que j'ai ſuppoſé $q + g = n$, pour abreger le calcul.

$$E.\quad \left.\begin{array}{l} +2dzzt - 2dz^4 - 2dszz + bqxvz \\ +cbzt - cbz^3 + 2qxvzz - nabvz \\ \quad + 4advzz + 2abcvz \\ \quad - 2anvzz - bcsz \end{array}\right\} = 0.$$

Suivant le Memoire du 8e Mars 1704, il faut diviſer cette réduite par la ſuppoſée *B* ; & ſi l'on prend *t* pour l'inconnue directrice, on trouvera le reſte marqué *F*.

$$\begin{array}{l} F.\ +2ddz^4 + bcdz^3 - 2qdvxzz - bcqvxz. \\ \quad - 2gdz^4 - bcgz^3 + 2qgvxzz - ganbvz. \\ \quad\quad + 2cdszz + 2abcgvz. \\ \quad\quad - 2gdszz + ccbsz. \\ \quad\quad - 2gannvzz - bcgsz. \\ \quad\quad + 4adgvzz + qbgvxz. \end{array}$$

Par la même Regle du 8e Mars 1704, il faut diſtribuer ce reſte pour en tirer un Problême auxiliaire, & il faut encore ſelon cette regle diſtinguer en *F* tous les termes que marquent les monomes qui ſont ici en *G*.

$$G \ldots z^4.\ z^3.\ vxzz.\ szz.\ vzz.\ xxz.\ vz.\ sz.$$

De maniere que le Problême auxiliaire ſera compoſé de huit égalitez fort ſimples qu'il faut réſoudre. Mais avant que d'operer, ou bien dans l'operation, on ſe ſouviendra de ſubſtituer n au lieu de $q + g$, ſelon la ſuppoſition abregeante dont il a été parlé ci-deſſus, & l'on trouvera pour la réſolution de ce Problême, $d = c$. $g = c$. $q = c$.

Ces valeurs étant ſubſtituées dans la ſuppoſée B, on aura la réſultante H.

$H \ldots s + z\,z = t + v\,x$.

Enſorte que cette égalité H eſt la génératrice de la formule propoſée A. *Ce qu'il falloit trouver.*

Remarque. Lorſque d'habiles Géometres ſe ſont propoſez l'Inverſe des Tangentes, ils n'ont d'abord enviſagé que les lignes Géometriques qui ſe forment ſur un axe, & c'eſt auſſi ce qu'il y a de plus conſiderable dans ce projet. Mais ils ne croyoient peut-être pas qu'une même formule pût avoir pluſieurs génératrices, ou qu'une même égalité differentielle eût differentes integrales. Cependant l'on a pû voir dans le Memoire que je donnai à l'Academie le 8e Mars, qu'une même formule convient à une parabole & à une hyperbole, à un cercle & à une ellipſe, & que l'ellipſe & l'hyperbole peuvent varier en une infinité de manieres. Voici un autre exemple des Courbes formées ſur un axe, où l'on verra qu'une même égalité differentielle peut avoir des integrales de differens genres.

ARTICLE III. Il y a des égalitez differentielles qui ont des integrales de divers genres. J'en ai averti dans le quatriéme Memoire que je donnai à l'Academie en 1704 ſur l'inverſe

verſe des Tangentes page 19, & l'on peut auſſi s'en aſſurer aiſément par les regles abregeantes que j'ai propoſées dans ce quatriéme Memoire.

Soit pour exemple l'égalité differentielle qui eſt marquée ici en *A*.

$$A \ldots 2x^3dy - 2axydy + yxxdy - ayydz = 0.$$

Et que la ſuppoſée ſoit $sy = hx^c$. Alors ſa difference ſera $dy = \frac{chx^{c-1}dx}{s}$. Et comparant ces trois égalitez pour faire évanoüir y & dy, on aura la reduite *D*.

$$D \ldots 2csx^{c+2} - 2cahx^{2c} + sx^{c+2} - ahx^{2c} = 0.$$

Cette reduite ſe diſtribue en deux manieres, ſelon ce qui a été dit dans le quatriéme Memoire pages 18 & 19.

Pour la premiere diſtribution je compare le premier terme au ſecond, & le troiſiéme au quatriéme. Ce qui donne les deux Problêmes auxiliaires *F* & *G*.

$$F \begin{cases} c+2 = 2c. \\ 2cs = 2cah. \\ sy = hx^c. \end{cases} \qquad G \begin{cases} c+2 = 2c. \\ s - ah = 0. \\ sy = hx^c. \end{cases}$$

Chacun de ces Problêmes donne $c = 2$, $s = ah$; & ſubſtituant ces deux valeurs dans la ſuppoſée $sy = hx^c$, on aura $ay = xx$ pour une des integrales de la differentielle propoſée *A*.

Dans la ſeconde diſtribution de la réduite *D*, je prends le premier terme avec le troiſiéme, & le ſecond avec le quatriéme. Ce qui donne les deux Problêmes auxiliaires *K* & *M*.

$K\begin{cases} c+2=c+2. \\ 2cs+1s=0. \\ sy=hx^c. \end{cases}$ $M\begin{cases} 2c=2c. \\ -2ach-2ah=0. \\ sy=hx^c. \end{cases}$

L'un & l'autre donne $c=-\frac{1}{2}$, & cette valeur ſubſtituée dans l'égalité ſuppoſée, on trouve $sy=hx^{-\frac{1}{2}}$. Donc $ssyy=hhx^{-1}$. Donc $ssyyx=hh$, qui eſt la ſeconde integrale Géometrique de la propoſée. Et comme cette integrale eſt une hyperbole du ſecond genre dont le parametre eſt indéterminé, on voit qu'elle peut varier en une infinité de manieres. Ainſi l'on peut voir de ce qui a été dit dans ce troiſiéme Article, que non-ſeulement il ſe trouve deux integrales de differens genres pour l'égalité differentielle A; mais auſſi qu'une de ces integrales eſt indeterminée. Ce qui peut donner occaſion de faire des remarques fort conſiderables ſur l'uſage du calcul integral.

OBSERVATIONS SUR DES PLAYES DE VENTRE.

PAR M. LITTRE.

* UN homme âgé de 34 ans, d'une bonne conſtitution, mais foible d'eſprit depuis cinq

4. Fevrier 1705.

cinq ans, tomba dans un violent accès de folie, pendant lequel étant au lit couché ſur le dos, il ſe donna dix-huit coups de coûteau dans le ventre, ſans ſentir, à ce qu'il me dit, aucune douleur, s'imaginant ſeulement qu'il enfonçoit le coûteau dans une motte de beurre. La lame de ce coûteau étoit longue de cinq pouces, & avoit ſept lignes de largeur près du manche; elle alloit toûjours en diminuant juſqu'à la pointe.

Dix de ces plaies n'intereſſoient que quelques-uns des tegumens du ventre. Les huit autres pénétroient dans la capacité avec leſion de quelques-unes des parties qui y ſont contenues. La ſonde m'aſſura de la pénétration de ces plaies, les accidens qui y ſurvinrent me firent comprendre que quelques-unes des parties contenues étoient bleſſées. Ces accidens furent la fiévre, la tenſion du ventre, la reſpiration difficile & douloureuſe, des nauſées, le vomiſſement, le cours de ventre, &c.

Parmi les matieres que le malade rendoit par la bouche en vomiſſant, il y avoit des filets de ſang, dont les uns étoient noirs, & les autres d'un rouge foncé. On remarquoit dans les matieres qui ſortoient par le ſiege, de petits caillots & des filets de ſang. Les caillots étoient noirs, & les filets d'un rouge clair. La diverſité de ces couleurs de ſang venoit vrai-ſemblablement du plus ou du moins de ſéjour qu'il avoit fait dans la cavité de l'eſtomac & des inteſtins.

Quoique cette maladie parut incurable par le grand nombre des plaies, par la nature & la ſituation des parties bleſſées, & par les accidens dont elles furent ſuivies, le malade ne laiſſa pas

pas d'en guerir dans l'eſpace de deux mois, de la maniere qui ſuit.

Cet homme fut ſaigné ſept fois des bras les quatre premiers jours ; ſavoir, trois le premier jour, deux le ſecond, & une fois ſeulement le troiſiéme & le quatriéme. On lui tira à chaque ſaignée quatre palettes de ſang. Il obſerva durant le cours de la maladie un regime de vivre très-tenu & très-exact. Son bouillon étoit fait avec le veau, la volaille & les écreviſſes, & on y ajoûtoit de temps en temps de la laitue, du pourpier & de la chicorée douce. On faiſoit ſa tiſanne avec les fleurs de pas-d'âne, la racine de grande conſoude, les capillaires & les feuilles de coquelicoc. Il prenoit quelquefois le ſoir des émulſions, du ſyrop de pavot blanc, ou du laudanum.

Je me propoſois par tous ces moyens de calmer l'agitation des eſprits, de donner de la conſiſtance au ſang, de faire ceſſer les nauſées, le vomiſſement & le cours de ventre, de prévenir le hoquet & la toux, & d'arrêter l'écoulement du ſang des plaies pénétrantes dans la capacité, dont l'épanchement pouvoit avoir de fâcheuſes ſuites.

Je fis tenir le malade couché ſur le dos, parce qu'étant dans cette ſituation lorsqu'il ſe bleſſa, j'eſperois qu'il s'épancheroit dans la capacité du ventre moins des matieres contenues dans la cavité des inteſtins, que je conjecturois être percez, par la ſituation des plaies & par le ſang, qu'il rendoit par la bouche & par le fondement.

On penſoit le malade une fois le jour au commencement de la maladie, & dans la ſuite de

de deux, trois, ou quatre jours l'un ſeulement. On mit les ſix premiers jours, dans la plaie la plus grande & la plus baſſe de celles qui pénétroient dans la capacité, une tente de charpie, mollette, mouſſe par le petit bout, & chargée de baume d'Arceus, pour conſerver une iſſue aux matieres qui pouvoient être épanchées ou s'épancher dans la capacité du ventre. Mais voyant qu'il en ſortoit peu de choſe, & que la tente empêchoit la réunion de cette plaie, je la fis ſupprimer, me contentant d'y faire mettre, comme aux autres, un ſimple plumaceau chargé du même baume.

Au milieu du traitement, on ſe ſervit de baume verd à la place de celui d'Arceus. Sur la fin on trempa les plumaceaux dans l'eau vulneraire. Enfin dans tous les penſemens, on eſſuia peu & tres-doucement les plaies, & on les laiſſa expoſées à l'air le moins qu'il fut poſſible.

Le malade, étant ainſi gueri de ſes bleſſures, ſe porta mieux qu'il n'avoit encore fait: ſon eſprit reprit ſon aſſiette naturelle, & ſa conduite fut plus reguliere qu'auparavant. Je préſumois que ce nouvel état ſeroit de longue durée, fondé ſur les bons effets de quantité de remedes qu'on lui avoit faits, & ſur la diete exacte qu'il avoit obſervée durant le cours de la maladie, & qu'il promettoit de continuer à l'avenir. Ma conjecture par malheur ſe trouva fauſſe, car dix ſept mois après, cet homme étant tombé dans un nouvel accès de folie, ſe jetta dans la rue par une fenêtre d'un troiſiéme étage, & mourut ſur le champ.

Je viſitai le cadavre; mais avant que d'en ouvrir le ventre, j'examinai plus exactement que

je

je n'avois fait les cicatrices des dix-huit plaies, dont il a été parlé. Je remarquai, que toutes ces cicatrices étoient fermes & à peu près de niveau à la ſurface du reſte de la peau, à la réſerve d'une, où la peau étoit enfoncée d'environ deux lignes, & qui cedoit au doigt, quand je la preſſois un peu fortement.

En ouvrant le ventre, je pris toutes les précautions, dont je me pûs aviſer, pour ne couper, ni déranger aucune des parties renfermées dans la capacité, afin de voir exactement celles qui avoient été bleſſées, & de quelle maniere la réunion s'en étoit faite. Voici ce que j'y obſervai.

Premiere Obſervation. Le lobe moien du foie, au-deſſous du muſcle droit de l'épigaſtre du côté droit, tenoit fortement au peritoine par un petit endroit. Cette adherance étoit formée par une cicatrice commune à ces deux parties: Il y avoit une autre cicatrice à la peau qui répondoit à celle-là. Ces deux cicatrices avoient chacune trois lignes de longueur ſur une demie de largeur.

Seconde Obſervation. Deux parties de l'inteſtin jejunum, ſituées au-deſſous de l'eſtomach à un pouce du muſcle droit, étoient colées enſemble par le côté où elles ſe touchoient. Ayant ſeparé ces deux parties, j'obſervai dans celle qui étoit placée du côté gauche une cicatrice de trois lignes & demie de longueur ſur deux tiers de ligne de largeur, & dont la direction étoit tranſverſe par rapport à la longueur du corps, de même que celle de la cicatrice de la peau qui étoit vis à vis. Je ne trouvai point de cicatrice à la partie droite de ce boyau à laquelle celle du côté gauche étoit adherante; ainſi

ainſi il y avoit eu une plaie à la premiere partie, & il n'y en avoit pas eu à la ſeconde.

Troiſiéme Obſervation. Je remarquai à la partie anterieure du colon près du rein droit, une cicatrice fort oblique de cinq lignes de longueur, & d'une & demie de largeur. Il s'élevoit le long de cette cicatrice dix-huit à vingt filets, dont les uns étoient blancs & auſſi déliez que des cheveux fort fins, & les autres avoient une legere teinture de rouge & étoient plus gros que les blancs. Tous ces filets ſortoient dans le même ordre de la capacité du ventre par une fente qui répondoit à la cicatrice, longue de ſix lignes & large de deux & demie, & qui étoit reſtée au peritoine, aux muſcles tranſverſes & obliques de la plaie que le malade s'étoit faite en cet endroit, & ils s'alloient attacher à une cicatrice qui étoit commune à la graiſſe & à la peau, & dont la direction étoit la même que celle de la fente & de la cicatrice du boyau.

Les filets élevez de la cicatrice du colon n'étoient vraiſemblablement que quelques-unes des fibres coupées des tuniques de cet inteſtin; ſavoir, les rouges de la tunique charnue, & les blanches de la membraneuſe. Les unes & les autres avoient inſenſiblement crû, & s'étoient avancées juſqu'à la graiſſe, n'ayant trouvé dans leur chemin aucun obſtacle ni aucune partie où elles euſſent pû ſe coler, parceque les levres de la plaie du peritoine & des muſcles s'étoient cicatriſées ſéparément, & ne s'étoient pas jointes enſemble par une même cicatrice comme dans les autres plaies.

Quatre choſes pouvoient avoir donné lieu à cette fente; ſavoir, la tente, la longueur de la plaie,

plaie, ſa grande obliquité & ſa ſituation. La tente, en tenant écartées les levres de la plaie; la longueur de la plaie, par l'inciſion de quantité de fibres des muſcles du ventre; la grande obliquité, en coupant dans ſon trajet les fibres de tous les muſcles, quoiqu'elles ayent dans chacun des directions fort differentes; enfin la ſituation de la plaie pouvoit avoir donné lieu à la fente, parcequ'elle étoit toute entiere dans la partie charnue des muſcles, dont il a été parlé.

Or, de ce que les fibres charnues de tous ces muſcles ont été coupées à l'endroit de la plaie, il s'enſuit, 1°. Que chaque portion des fibres coupées a dû ſe retirer de ſon côté, comme l'experience le fait voir. 2°. Que les deux levres de la plaie ont dû ſe cicatriſer ſéparément & former une fente; parceque le muſcle tranſverſe étant fortement attaché au peritoine, ſes fibres charnues n'ont pû ſe retirer ſans entraîner avec elles de part & d'autre les parties coupées de cette membrane. La même choſe n'eſt pas arrivée à la graiſſe & au muſcle oblique deſcendant de l'épigaſtre, parceque la graiſſe n'eſt pas ſi adherante à ce muſcle, que le peritoine l'eſt au muſcle tranſverſe, & qu'elle eſt fort étroitement unie à la peau.

Enfin les deux levres de cette plaie ſe ſont réunies dans la graiſſe & dans la peau par une ſeule & même cicatrice, parcequ'il y a naturellement une liaiſon très-étroite entre ces deux tegumens, comme je viens de dire, & que d'ailleurs n'ayant ni l'un ni l'autre des fibres charnues, ils n'ont pû, quoique coupez, ſe retirer de part & d'autre, ni ſe cicatriſer ſéparément comme les muſcles.

Voi-

Voici à préſent quelques obſervations que je fis dans la tête de cet homme, dont on pourra peut-être tirer quelques conjectures ſur ſa folie.

1°. Les os, qui compoſoient le crane, étoient fort durs & fort épais; il y avoit très-peu de pores entre leurs deux tables, & les ſtructures en étoient preſque effacées, quoique cet homme n'eût encore que trente-quatre ans.

2°. La dure & la pie-meres étoient fort dures, & d'un tiſſu très-ſerré.

3°. La ſubſtance du cerveau avoit beaucoup de conſiſtance, celle du cervelet avoit à peu près ſa molleſſe naturelle.

4°. Le plexus choroïde qui eſt dans le cerveau, étoit ſec & mince; on y obſervoit peu de vaiſſeaux ſanguins & qui étoient fort déliez; ſes glandes étoient imperceptibles.

5°. Je ne trouvai point de lymphe dans la cavité des ventricules du cerveau, ni dans celle du ventricule du cervelet.

Enfin la glande pituitaire étoit fort petite & extrémement dure.

DU CAMPHRE.

Par M. LEMERY.

* LE ſoin que prennent les *Hollandois* de ſe faire apporter le Camphre brut pour le rafiner, eſt cauſe que nous en voyons aſſez rarement

* 7. Fevrier 1705.

rement en *France*. Il m'en eſt tombé entre les mains quelque quantité, qui m'a donné occaſion de faire des experiences, dont je vais parler après que j'aurai dit quelque choſe de l'Hiſtoire de ce mixte.

Le Camphre eſt appellé en Latin *Camphora* & *Caphura*, noms qui viennent apparemment des mots Arabes *Capur* & *Caphur*, qui ſignifient la même choſe. C'eſt une eſpece de réſine legere, blanche, fort volatile, & ſi combuſtible qu'elle brûle & conſerve ſa flamme même ſur l'eau où elle nage, ſe conſumant tout à fait, d'une odeur forte & pénétrante, d'un goût acre tirant ſur l'amer, & échauffant beaucoup la bouche; ce qui fait croire que ce n'eſt qu'un mélange naturel d'un ſoufre & d'un ſel volatile unis & liez étroitement enſemble. Cette réſine découle du tronc & des groſſes branches d'un arbre qu'on dit reſſembler au noyer, & qui croît dans l'Iſle de *Borneo* en *Aſie* & en la *Chine*. On la trouve au pied de l'arbre, où elle eſt figée en petits grains de differentes groſſeurs & figures, ſecs, friables, legers, blancs, tranſparens, de l'odeur & du goût qui a été dit. Ces petits grains tombant les uns ſur les autres s'aglutinent legerement, & font des maſſes plus ou moins groſſes, leſquelles étant un peu preſſées entre les doigts ſe ſéparent & s'égrainent en forme à peu près de grains de ſel, ou de gros grains de ſable. C'eſt cette matiere qu'on appelle Camphre brut. On la ramaſſe doucement, prenant garde autant qu'on peut qu'il ne s'y mêle de la terre, du ſable, ou quelqu'autre ordure; car elle eſt plus ou moins eſtimée ſuivant qu'elle eſt plus ou moins pure. On en rencontre en *Hollande*

de

de fort ſale: celle qui vient de la *Chine* n'eſt pas ſi bonne que celle qui naît en l'Iſle de *Borneo*.

On tire par inciſion de la racine de l'arbre qui porte la canelle, une liqueur qui a une forte odeur de Camphre; ce qui a fait croire autrefois à quelques Naturaliſtes mal informez, que tout le Camphre venoit de cet arbre: mais une connoiſſance plus exacte de l'origine du Camphre a fait rejetter cette opinion.

On trouve une odeur de Camphre dans pluſieurs plantes, comme dans celle qui à cauſe de cette odeur eſt appellée Camphorata, dans l'Abrotanum, dans l'Aſpic ou grande Lavande, dans le Romarin.

Les *Hollandois* pour rafiner le Camphre brut, le mettent ſublimer par un petit feu dans des pots ſublimatoires; il ne s'en éleve que la partie pure, la terre & les autres impuretez demeurent au fond, enſuite ils le liquefient par une douce chaleur & le jettent dans des moules pour lui donner la forme qu'ils veulent. On nous l'apporte en pains plats & orbiculaires, ayant à peu près la figure d'un couvercle de pot. C'eſt celui dont nous nous ſervons en Medecine; il doit être choiſi blanc, tranſparent, net, leger. Les Marchands l'envelopent ordinairement dans de la graine de lin, afin que cette ſemence par ſa viſcoſité retienne les parties du Camphre, & les empêche de ſe diſſiper ſi aiſément; car ils s'apperçoivent que cette drogue diminue étant gardée.

Il ſeroit inutile que je rapportaſſe ici les uſages du Camphre pour la Medecine, ils ne ſont ignorez d'aucun Medecin, & les Livres en parlent aſſez. Je remarquerai ſeulement que les

Indiens aux *Indes Orientales* le font entrer dans une eſpece de trochiſques qu'ils compoſent avec le Chofool ou fruit de l'Areca, la feuille de Betle, les Huitres calcinées, les Girofles, le bois d'Aloës, & quelques autres drogues dont ils s'aviſent. Ils machent ces trochiſques quand ils veulent ſe faire cracher & décharger le cerveau.

Le Camphre eſt auſſi employé dans la matiere des feux d'artifice, & dans les vernis.

C'eſt-là ce que j'avois à dire du Camphre en général. Je paſſerai préſentement aux experiences. Je les ai faites avec le Camphre brut; & il eſt bon d'avertir que celui que j'ai employé étoit du plus net & du plus beau qu'on puiſſe trouver.

J'ai mis deux onces de Camphre brut dans une cucurbite de verre; je l'ai couverte d'un chapiteau aveugle, & j'ai lutté exactement les jointures. J'en ai mis deux autres onces dans un matras, que j'ai bouché d'un ſimple papier; j'ai placé mes deux vaiſſeaux ſur le ſable, & j'ai donné deſſous un petit feu que j'ai continué pendant une heure & demie. Le Camphre s'eſt fondu en liqueur fort claire, & il s'en eſt élevé beaucoup de fleurs. J'ai laiſſé refroidir les vaiſſeaux, & j'ai caſſé le matras pour en ſéparer plus commodément ces fleurs; j'en ai tiré une once trois dragmes: elles ſont belles, blanches comme de la neige, argentines, & reſſemblant beaucoup au plus beau Spermaceti, d'une odeur qui a du rapport avec celle du Romarin, mais plus forte & plus pénétrante. Ces fleurs étoient attachées à toutes les parois internes du matras, & même au coû: celles d'embas qui avoient le plus chauffé s'étoient ren-

rendurcies & rendues tranſparentes comme le Camphre ordinaire. J'ai trouvé au fond du matras une petite maſſe reſſemblant beaucoup à de la cire, plus legere, un peu moins jaune, mais auſſi dure, d'une odeur & d'un goût de Camphre, ſe fondant aiſément ſur le feu: cette petite maſſe peſe demi-once & dix-huit grains. Il s'eſt donc diſſipé dans l'operation cinquante-quatre grains des deux onces de Camphre que j'avois employées dans le matras.

Quant à la cucurbite il n'a pas été beſoin que je l'aye caſſée pour en retirer les fleurs, je les ai détachées facilement de ſes parois & de celles du chapiteau: elles ont été toutes ſemblables à celles du matras & en pareille quantité. J'ai trouvé auſſi au fond de la cucurbite une maſſe dure ſemblable à l'autre, fort adherante au verre; je l'en aurois détachée facilement en la chauffant un peu, mais j'ai trouvé plus à propos d'eſſayer ſi j'en tirerois encore quelques fleurs. J'ai donc readapté le chapiteau à la cucurbite, & je l'ai miſe ſur un petit feu comme devant; il s'en eſt élevé trois dragmes & demie de fleurs pareilles aux premieres, & il n'eſt reſté au fond qu'environ une dragme de matiere dure, graſſe, terreſtre, de couleur rouge brune, d'une odeur de Camphre, ayant très-peu de goût. Je l'ai mis tremper dans de l'eſprit de vin; il s'en eſt diſſout une portion, & l'autre eſt demeurée en ſable gris: c'eſt tout ce que les deux onces de Camphre avoient pris de ſaleté au pied de l'arbre.

Toutes ces fleurs, par les experiences que j'en ai faites, m'ont paru ne differer que dans la forme du Camphre rafiné qu'on nous envoye de *Hollande*: ſi on les liquefie par un peu

de feu, on les réduira en morceaux blancs & transparens comme lui.

On voit par ce que je viens de rapporter, que rien n'eſt plus aiſé que de purifier le Camphre en tous pays, & qu'il n'eſt pas neceſſaire d'envoyer le Camphre brut en *Hollande* pour le rafiner, comme font nos Marchands de *France* quand ils en ont. On ſe prévient aiſément en faveur des *Hollandois* pour la perfection de certains ouvrages, & faute d'experience on s'imagine qu'il eſt trop difficile d'y atteindre auſſi-bien qu'eux.

Des diſſolvans du Camphre.

Les liqueurs aqueuſes ou phlegmatiques ne diſſolvent point le Camphre. Il eſt bien vrai qu'en plongeant un morceau de Camphre allumé pluſieurs fois dans de l'eau, l'on fait recevoir à la liqueur une legere impreſſion & une odeur du Camphre : mais cette odeur vient principalement d'une pellicule qui ſe fait à la ſurface de l'eau, & qui a été produite par une petite portion du Camphre même liquefiée par le feu, & condenſée par la fraîcheur de l'eau. On fait avaler de cette eau camphrée aux femmes hyſteriques pour calmer leurs vapeurs. L'eſprit de vin, les huiles & les graiſſes diſſolvent facilement & promptement le Camphre. On fait ordinairement l'eſprit de vin camphré, en mêlant dans chaque once d'eſprit de vin demie dragme de Camphre : mais j'ai voulu voir combien l'eſprit de vin en pourroit recevoir pour en être entierement ſaoulé. J'en ai donc diſſout juſqu'à ce qu'il n'en prît plus ; j'ai trouvé qu'il étoit entré dans chaque once d'eſ-

d'eſprit de vin demie once de Camphre. Cette diſſolution a une odeur forte de Camphre, & un goût âcre & brûlant, mais paſſant vîte.

J'ai mis le feu à une cuillerée de la même diſſolution de Camphre: l'eſprit de vin a brûlé le premier, rendant une flamme bleuâtre à ſon ordinaire, & à meſure qu'il s'eſt conſommé, le Camphre a paru comme en maſſe, la flamme n'a pourtant pas diſcontinué; mais dès qu'il n'y a plus eu d'eſprit de vin, elle eſt devenue blanche, & tout le Camphre a brûlé en ſa maniere ordinaire.

J'ai verſé dans de l'eau une portion de la même diſſolution, le Camphre s'eſt revivifié en une maniere de beurre liquide très-blanc; je l'ai ſéparé de l'eau, il a pris la ſolidité du Camphre. J'ai mêlé une autre portion de la diſſolution avec autant d'eſprit de Nitre, il s'eſt fait d'abord une très-petite chaleur, mais ſans ébulition ſenſible. J'ai laiſſé la liqueur trois jours en digeſtion, la remuant ſouvent, puis je l'ai miſe circuler dans un vaiſſeau de rencontre par le moyen d'une douce chaleur, il ne s'y eſt fait aucune efferveſcence, il faut que le Camphre ait empêché la fermentation; car on ſait que les eſprits de vin & de nitre mêlez enſemble bouillonnent & s'échauffent violemment. J'ai verſé ſur une partie de la liqueur circulée un peu d'huile de tartre faite par défaillance, il s'eſt fait ébulition avec chaleur, & incontinent après coagulation de preſque toute la liqueur en une maniere de beurre très-blanc.

J'ai verſé ſur une autre partie de la même liqueur un peu d'eſprit volatile de ſel armoniac, il s'eſt fait pareille ébulition & congela-

tion; mais il y a eu moins de matiere butireuſe, & il s'eſt ſéparé beaucoup de ſerum.

J'ai verſé ſur une autre portion de la même liqueur un peu d'eſprit de ſel, le mêlange a jetté une legere fumée, & eſt devenu blanchâtre d'abord, puis il s'eſt éclairci.

J'ai verſé beaucoup d'eau ſur une autre partie de la même liqueur, il s'eſt fait un coagulum très-blanc qui a nagé deſſus.

Je reviens à ma diſſolution de Camphre faite dans l'eſprit de vin; j'en ai mêlé une portion avec un peu d'eſprit volatile de ſel armoniac fait avec le ſel de tartre, il s'eſt fait à l'inſtant un caillé fort blanc & d'une odeur très-forte: ce caillé étoit le Camphre qui avoit quitté l'eſprit de vin; il s'en étoit ſéparé auſſi un ſerum.

J'ai verſé ſur une autre partie de la diſſolution de l'huile de tartre faite par défaillance, il ne s'eſt point fait de coagulum ni d'autre changement apparent dans la liqueur. Il ſemble étonnant que deux alcali agiſſent ſi differemment ſur la diſſolution de Camphre: la raiſon que j'en puis apporter eſt que l'eſprit de vin & l'eſprit de ſel armoniac mêlangez enſemble ſe coagulent naturellement, comme tout le monde le ſait. Or le Camphre y étant ajoûté ne peut qu'augmenter la coagulation, au lieu que l'huile de tartre ne ſe co gule jamais avec l'eſprit de vin: mais comme l'eſprit de ſel armoniac fait avec la chaux ne ſe coagule point avec l'eſprit de vin, j'ai voulu voir s'il feroit quelque coagulation ſur nôtre diſſolution de Camphre; j'ai donc mêlé enſemble parties égales des deux liqueurs, le mêlange ne s'eſt point congelé; mais il s'eſt fait d'abord pré-

précipitation des parties du Camphre en maniere de nuages blancs : ce précipité s'eſt en peu de temps diſſout, enſorte qu'il n'a plus paru, & la liqueur eſt devenue claire.

J'ai voulu voir ſi par la diſtillation le Camphre monteroit en liqueur avec l'eſprit de vin, ou lequel des deux ſeroit le plus leger. J'ai mis en diſtillation par un alembic de verre environ une livre d'eſprit de vin camphré ordinaire : l'eſprit de vin a diſtillé pur, & l'on a vû le Camphre coagulé au fond de la cucurbite : j'ai continué un petit feu, ce Camphre s'eſt entierement ſublimé ſans avoir été alteré en aucune maniere ; je n'ai même pas reconnu que l'eſprit de vin eût retenu une odeur conſiderable du Camphre. Cette operation montre donc que le Camphre diſſout dans de l'eſprit de vin ne paſſe point en liqueur par la diſtillation, & que l'eſprit de vin eſt plus leger que le Camphre.

J'ai mis en diſſolution du Camphre dans de l'eſprit ou huile étherée de terebentine bien claire : ce diſſolvant n'en a pû recevoir que le quart de ſon poids ; car à peine une once d'eſprit de terebentine a-t-il diſſout deux dragmes de Camphre, quoique je les aye laiſſez enſemble en digeſtion chaudement pendant quelques heures. J'ai verſé beaucoup d'eau ſur une partie de la diſſolution : elle s'eſt toute élevée ſur l'eau ſans aucun changement, & le Camphre ne s'en eſt point ſéparé.

J'ai mis en diſtillation par un petit feu dix dragmes de la diſſolution de Camphre faite dans l'eſprit de terebentine : elles ont tout à fait diſtillé en une liqueur un peu trouble, d'un blanchâtre tirant ſur le jaune, d'une odeur

beaucoup plus forte & plus puante que celle de l'eſprit de terebentine ; j'ai peſé cette liqueur diſtillée , il y en a eu dix dragmes , ce qui eſt juſtement le même poids de la diſſolution que j'avois employée, il ne s'étoit ſéparé ni ſublimé dans la cornuë aucune partie du Camphre. On voit donc par cette operation que le Camphre diſſout dans une huile étherée telle qu'eſt l'eſprit de terebentine, peut être diſtillé en liqueur ; ce que je n'ai point vû arriver quand il a été diſſout avec les huiles communes, il faut que le Camphre & l'eſprit de terebentine ſoient de même peſanteur. J'ai eſſayé de faire ſéparer le Camphre de la liqueur diſtillée, j'en ai verſé une partie dans beaucoup d'eau bien froide, il s'eſt élevé à la ſurface de l'eau une huile blanchâtre , qui n'eſt autre choſe que la diſſolution de Camphre un peu plus condenſée qu'elle n'étoit avant la diſtillation , mais il ne s'eſt fait aucune ſéparation.

J'ai mis en diſſolution du Camphre dans de l'huile d'olive : une once d'huile n'a pû diſſoudre que deux dragmes de Camphre. J'ai mis diſtiller la diſſolution : mais le Camphre s'eſt ſublimé tout à fait avant que l'huile ait diſtillé, ce qui montre que le Camphre eſt plus leger que l'huile commune.

Après avoir fait des diſſolutions du Camphre dans des liqueurs ſulfureuſes , j'ai examiné celles qu'on pouvoit faire avec des eſprits acides.

J'ai mis dans un petit matras une once de Camphre brut & deux onces d'eſprit de Nitre, le Camphre s'eſt réſout en huile en moins de demie-heure ſans aucune chaleur, & plus aiſé-

ément que n'a coûtume de faire le Camphre ordinaire : mais l'huile a été jaune au lieu que celle qui ſe fait avec du Camphre rafiné n'a point de couleur. Cette huile jaune a peſé une once trois dragmes & demie : elle contient donc trois dragmes & demie d'eſprit de Nitre. C'eſt ce diſſolvant qui ayant pénétré ſes parties les a réſoutes en liqueur : le Camphre ordinaire qu'on réſout en huile de la même maniere, reçoit moins d'eſprit de Nitre ; car d'une once de ce Camphre je n'ai tiré qu'une once deux dragmes & demie d'huile. Cette circonſtance fait que l'huile de Camphre brut eſt plus acre que l'huile de Camphre rafiné.

Il s'eſt trouvé une très-petite quantité de craſſe brune au fond de l'huile du Camphre brut nageant ſur l'eſprit de Nitre, au lieu qu'il ne s'en trouve point ſur celle du Camphre rafiné.

De toutes les réſines je n'en connois point d'autre que le Camphre qui puiſſe être diſſoute par l'eſprit de Nitre. Ce diſſolvant a laiſſé dans le Camphre ſes pointes les plus actives, car il a perdu après la diſſolution beaucoup de ſa force. J'ai voulu voir combien celui qui eſt reſté des deux onces que j'avois employées pourroit diſſoudre encore de nouveau Camphre, j'y en ai mis peu à peu en digeſtion chaudement, j'ai trouvé qu'il n'en avoit diſſout qu'une dragme, le reſte de l'eſprit de Nitre a été bien foible ; j'y ai mis de nouveau Camphre, mais il ne s'eſt fait aucune diſſolution ; je croi que les acides de l'eſprit de Nitre, s'ils étoient ſeuls, ne réduiroient pas le Camphre en huile, mais que les parties de feu dont ils ſont accompagnez leur ſervent de vehicule, & contribuent le plus

à la diſſolution. Quoiqu'il en ſoit, je n'ai point vû que les autres acides liquefiaſſent le Camphre comme fait l'eſprit de Nitre.

L'uſage ordinaire de l'huile de Camphre eſt pour la carie des os, pour déterger les plaies, pour réſiſter à la gangrene, & pour la douleur des dents. On ne s'en ſert point à l'ordinaire interieurement a cauſe de ſon âcreté un peu coroſive. J'ai neanmoins eſſayé il y a long-tems d'en faire prendre quelques goutes par la bouche dans les vapeurs hyſteriques & dans les obſtructions, je n'en ai vû que de bons effets; il eſt vrai que je l'ai preſque toûjours donnée mêlée avec autant d'huile de Karabé.

J'ai jetté dans de l'eau commune un peu d'huile de Camphre, il s'eſt précipité au fond du vaiſſeau un coagulum blanc qui eſt un Camphre revivifié; car l'eau ayant affoibli l'eſprit de Nitre qui faiſoit ſa conſiſtance liquide, les parties du Camphre ſe ſont rapprochées, agglutinées & précipitées par leur peſanteur. Il s'eſt fait auſſi à la ſurface de l'eau une pellicule blanche, qui a été la partie du Camphre la plus détachée de l'eſprit de Nitre. Il faut que le précipité du Camphre ait retenu des pointes de l'eſprit de Nitre qui lui ayent donné de la peſanteur, car le Camphre pur nage ſur l'eau.

J'ai mêlé de l'huile de Camphre avec autant d'eſprit volatile de ſel armoniac; il s'eſt fait en même tems une ébulition conſiderable, avec une petite fumée & un peu de chaleur, puis une coagulation d'une partie de la liqueur en une matiere aſſez ferme, legere, blanche, très-rarefiée, nageant ſur du ſerum, d'une odeur forte & pénétrante.

J'ai mêlé une autre portion d'huile de Camphre

phre avec une pareille quantité d'huile de tartre; il s'eſt fait les mêmes choſes, mais l'ébulition a été un peu moins violente, & la matiere coagulée moins rarefiée. Ces deux coagulations ſont encore des portions de Camphre que les alcali ont revivifiez en rompant les pointes de l'eſprit de Nitre.

J'ai mis dans une cornue de verre une autre portion de la même huile de Camphre, & je l'ai fait diſtiller par un feu mediocre; il en eſt ſorti premierement un eſprit de Nitre clair, d'une odeur deſagreable très-pénétrante, puis il s'eſt ſublimé au haut de la cornue un Camphre blanc & jaune, d'une odeur très-puante, d'un goût de Camphre : j'ai continué le feu juſqu'à ce qu'il ne s'élevât plus rien.

J'ai caſſé la cornue après qu'elle a été refroidie; j'ai trouvé dans ſon fond une matiere reſineuſe ou gommeuſe, dure & noire comme de la poix ; j'ai mis le Camphre ſublimé dans ſon eſprit de Nitre diſtillé, il s'eſt diſſout derechef ſans feu en peu de temps, & il s'eſt refait une huile de Camphre plus belle que la premiere, parceque la partie groſſiere en a été ſéparée. Cette huile s'eſt trouvée toute pareille à celle qu'on a faite avec le Camphre rafiné, excepté qu'elle a ſenti bien plus mauvais, car elle a acquis par la diſtillation une odeur d'empyreume très-deſagreable.

J'ai voulu voir ſi les autres acides diſſoudroient le Camphre comme fait l'eſprit de Nitre; j'en ai mis en digeſtion chaudement dans le double de ſon poids d'eau regale, il s'en eſt diſſout la plus grande partie en huile, mais il en eſt demeuré une portion qui n'a point été réduite en liqueur: j'y ai ajoûté encore un peu

d'eau regale, tout s'eſt diſſout. On pourroit donc faire de l'huile de Camphre par le moyen de l'eau regale ; mais au lieu que par la methode ordinaire on n'employe que deux parties d'eſprit de Nitre ſur une partie de Camphre, il faudroit par celle-ci emploier trois parties d'eau regale ſur une partie de Camphre : la raiſon de cette augmentation du diſſolvant, eſt que le ſel armoniac ni l'eſprit de ſel qui entrent l'un ou l'autre dans la compoſition de l'eau regale ne font pas un grand effet ſur le Camphre, il n'y a que l'eſprit de Nitre qui ſoit capable de le bien rarefier en huile. Or il ne s'en rencontre pas aſſez en deux parties d'eau regale, il en faut encore une troiſiéme.

J'ai mis en digeſtion chaudement dans un matras une portion de Camphre avec trois fois autant peſant de bon eſprit de ſel, une partie de la matiere s'eſt à demi diſſoute en une maniere d'huile congelée blanche, & l'autre s'eſt ſublimée en Camphre entier : j'y ai ajoûté encore autant d'eſprit de ſel, & je l'ai remiſe en digeſtion ſur le feu ; mais il ne s'eſt point fait davantage de diſſolution.

J'ai mis en digeſtion une autre portion de Camphre dans quatre fois autant d'eſprit de vitriol ordinaire, il ne s'eſt fait aucune diſſolution, le Camphre s'eſt ſublimé au cou du matras.

J'ai mis en digeſtion une autre portion de Camphre dans quatre fois autant d'huile de vitriol noire ou la plus cauſtique, le Camphre s'y eſt diſſout, de maniere qu'il n'a plus paru ni en ſubſtance ni en huile, mais ſans ébulition. J'attribue cette diſſolution à un ſouffre qui eſt dans l'huile de vitriol, le mêlange avoit une odeur d'huile de ſuccin ; j'ai jetté de l'eau

dans

dans la diſſolution, elle eſt devenue blanchâtre, & il s'en eſt ſéparé un peu de Camphre.

J'ai mis en digeſtion une autre portion de Camphre avec quatre fois autant peſant d'eſprit d'alun très-fort, il ne s'eſt fait aucune diſſolution, le Camphre s'eſt ſublimé au haut du matras.

J'ai mis dans un matras deux dragmes de Camphre, j'ai verſé deſſus quatre onces de vinaigre diſtillé, j'ai fait digerer & bouillir le mêlange au feu de ſable, il ne s'eſt fait aucune diſſolution, & le Camphre s'eſt ſublimé.

Après avoir eſſaié les diſſolutions du Camphre par des liqueurs acides, j'en ai eſſaié auſſi par des liqueurs alcalines.

J'ai mis en digeſtion à froid une portion de Camphre dans ſix fois autant d'eſprit volatile de ſel armoniac, il ne s'eſt point fait de diſſolution.

J'ai mis en digeſtion chaudement une autre portion du même Camphre dans huit fois autant d'huile de tartre faite par défaillance, il ne s'eſt point fait de diſſolution, & le Camphre s'eſt ſublimé en ſubſtance.

J'ai donc reconnu par ces deux dernieres experiences, que le Camphre ne pouvoit être diſſout par les ſels alcali.

J'ai eſſaié pluſieurs fois de ſéparer les principes du Camphre ſans addition, ſoit par les diſtillations ordinaires, ſoit par les methodes dont on ſe ſert pour tirer l'eſprit de ſouffre, mais je n'ai pû y réuſſir: ce mixte s'eſt toûjours ſublimé entier ſans aucune ſéparation de ſel volatile ni d'huile, ces principes y ſont trop bien liez pour ſe deſunir. Au reſte ce n'eſt pas un grand malheur que cette deſunion ne ſe faſſe

point, le Camphre eſt aſſez volatile & actif en ſon état naturel pour n'avoir pas beſoin d'être développé ou analyſé.

BAROMETRES SANS MERCURE A L'USAGE DE LA MER.

fig. 1.

Par M. AMONTONS.

* S'Il y a de l'air enfermé dans une boule de verre *D*, jointe à un tube auſſi de verre *E*,*C*,*B*,*A*, recourbé en *C*, ouvert en *A*, & contenant une liqueur depuis l'entrée *E* de la boule, juſqu'en quelque endroit de ſa partie *AB*; on ſait il y a déja long-tems que cet air enfermé en *D* augmente ou diminue ſon volume, non-ſeulement à meſure que l'air exterieur change de chaleur, mais encore à meſure qu'il change de peſanteur. Je ne ſache pas cependant que perſonne ait encore diſtingué & déterminé la quantité de ces deux effets, je veux dire, de combien la chaleur & la peſanteur de l'air ex-

* 11. Fevrier 1705. FIGURE I.

exterieur, en agiſſant conjointement ſur celui qui eſt enfermé en *D*, feroient chacune en leur particulier diminuer ou augmenter ce même volume d'air enfermé ; en un mot, quel ſeroit le mouvement de la liqueur dans le tube *A B*. Ces deux effets ont toûjours paru difficiles à ſéparer l'un de l'autre, à cauſe de la combinaiſon de pluſieurs circonſtances qui les font varier preſqu'en une infinité de manieres.

Quant à l'effet que la chaleur produit ſur cet air, je croi l'avoir ſuffiſamment expliqué dans les Memoires des années 1702 & 1703 : ainſi je n'en dirai preſentement rien davantage.

Pour ce qui eſt de l'effet de la peſanteur de l'atmoſphere ſur ce même air ; à la verité M. *Mariotte* nous a déja donné quelques experiences & quelques regles là-deſſus : mais il ne paroît nulle part que ſon deſſein fût de meſurer par ce moyen les viciſſitudes du poids de l'atmoſphere, en empêchant que nous n'attribuions l'effet de la peſanteur à celui de la chaleur, & réciproquement celui de la chaleur à l'effet de la peſanteur. Comme cela peut neanmoins avoir ſon utilité, je vais tâcher de le faire du mieux qu'il me ſera poſſible, en continuant de me ſervir de ce que M. *Mariotte* a déja établi là-deſſus. Or par ces mêmes experiences il eſt clair que plus les volumes d'air en *D* ſeront conſiderables, plus la liqueur baiſſera ou hauſſera dans le tube *A*, *B*, par une même ſurcharge, ou par une même diminution du poids de l'atmoſphere ; & que ſi cette liqueur en *A B* n'avoit aucune peſanteur, les volumes d'air enfermez ſuivroient dans leurs chan-

changemens les proportions des poids dont ils ſeroient chargez, enſorte que ces volumes ſeroient en raiſon inverſe de ces poids.

* Ainſi donc ſuppoſant la boule *D* allongée en un long cylindre fort menu de la même groſſeur que le tube *A C*, & le tout dans une ſituation horizontale pour éviter le poids de la liqueur; ſi cette boule ainſi allongée avoit

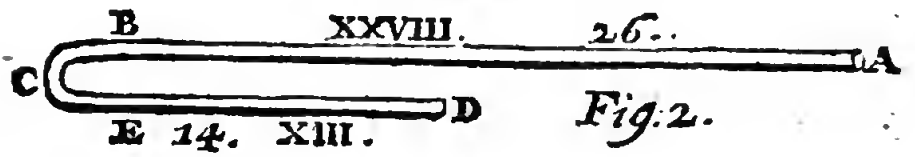


Fig. 2.

par exemple 14 pieds de long, & que la liqueur en *E* fût au commencement de ces 14 pieds lorſque le poids de l'atmoſphere égale 26 pouces de mercure; cette liqueur avanceroit d'un pied lorſque le poids de l'atmoſphere ſeroit de 28 pouces, ces volumes 14 & XIII étant en raiſon inverſe des poids 26 & XXVIII; & le même changement du poids de l'atmoſphere auroit fait avancer differemment la liqueur ſuivant que la boule allongée auroit eu plus ou moins de capacité ou de longueur: ainſi elle auroit avancé de deux pieds, ſi la longueur de la boule allongée avoit été de 28 pieds au lieu de 14; de 4 pieds ſi cet allongement eût été de 56 pieds; & ainſi du reſte. Où l'on voit que l'effet du poids de l'atmoſphere ſur l'air de la boule *D*, devient toûjours de plus grand en plus grand, ſuivant que la grandeur de cette boule augmente; ce que l'on

l'on ne peut pas dire de l'effet de la chaleur qui, comme je l'ai déja fait voir ailleurs, ſeroit toûjours égal nonobſtant l'augmentation de ces volumes.

On pourroit donc ſuppoſer la boule *D* ſi prodigieuſement groſſe, que l'effet des changemens de chaleur de l'atmoſphere ne ſeroit plus rien de ſenſible en comparaiſon de l'effet des changemens de ſa peſanteur ; ce qui ſuppoſe toûjours que le tube *AB* ſoit dans une ſituation horizontale. Mais comme dans l'uſage une pareille ſituation eſt incommode, & qu'il eſt plus à propos qu'elle ſoit verticale ; dans cette ſituation la liqueur ne peut paſſer du tube *AC* dans celui *CD*, ou de celui-ci dans l'autre, ſans diminuer l'impreſſion du poids de l'atmoſphere contre l'air enfermé en *D*, ou de celui-ci contre l'atmoſphere ; & cela d'autant plus que la liqueur dont on ſe ſervira ſera plus peſante. Ainſi, par exemple, ſi le poids de cette liqueur eſt à celui du mercure comme 1 à 14, & qu'une quantité de cette liqueur contenue en *AB* dans l'étendue de 28 pouces paſſe dans la boule *D* vers *E* ; il eſt clair que cet abaiſſement de 28 pouces de liqueur égaleroit l'effet de l'atmoſphere, dont le poids ſeroit augmenté d'une quantité égale à deux pouces en hauteur de mercure : & comme nous ſavons par experience que le mouvement du Barometre ſimple cauſé par le plus ou le moins de peſanteur de l'atmoſphere, ne paſſe pas ici cette étendue de deux pouces ; il eſt clair auſſi que la marche de la liqueur dans le tube *AB* ſitué verticalement, ne ſauroit par le changement du poids de l'atmoſphere exceder avec une pareille liqueur 28 pouces, quelque groſſe que ſoit

ſoit la boule *D* : elle ne ſauroit même, à le bien prendre, aller juſques là ; parce que le reſſort de l'air en *D* fait toûjours quelque réſiſtance à la diminution de ſon volume, pour petite que ſoit cette diminution ; & que quelque menu que ſoit le tube *AB* & par conſéquent quelque petite que ſoit la quantité de la liqueur contenue dans l'étendue de 28 pouces de ce tube, il eſt impoſſible que cette quantité de liqueur étant paſſée de *AB* en *E* ne diminue le volume de l'air en *D* de quelque choſe. L'étendue de cette marche de la liqueur dans le tube *AB* ſera même conſiderablement moindre de 28 pouces, lorſque la boule *D* ne ſera que d'une mediocre groſſeur : & l'experience m'a fait connoître qu'avec une liqueur dont la peſanteur eſt à celle du mercure environ comme 1 à 14, l'étendue de cette marche ne peut gueres être que de 20 pouces avec des boules de 2 pouces de diametre ; & ſeulement de 16 pouces avec des boules d'un pouce $\frac{3}{4}$; ce qui diminueroit encore ſi la liqueur étoit plus peſante. Mais comme au contraire on peut fort bien y en emploier qui ſoit plus legere, & que déja cette marche de 20 pouces eſt au moins auſſi conſiderable que celle du Barometre double de M. *Huygens* ; rien n'empêche qu'on ne puiſſe utilement ſe ſervir des tubes *ACD*, dans leſquels il y aura de la liqueur depuis le milieu de la partie *AB* juſqu'en *E*, pour connoître par le mouvement de la liqueur en *AB* les changemens de l'atmoſphere, de la même maniere qu'on le fait avec les Barometres ordinaires ; d'autant plus qu'ils ſont plus portatifs, & que n'étant pas à beaucoup près ſi ſuſceptibles de mouvement, on peut fort bien

bien s'en ſervir ſur mer, où le branle du Vaiſſeau n'empêcheroit point d'y remarquer exactement les differens changemens; ce qui ne ſe peut faire avec les ordinaires.

Après avoir reconnu que l'étendue de la marche de la liqueur dans ces tubes par les ſeuls changemens du poids de l'atmoſphere étoit aſſez conſiderable pour s'en ſervir en Barometre, & après avoir partagé en 24 parties égales cette étendue pour en faire une graduation qui marquât les quantitez de mercure qui égalent le poids de l'atmoſphere dans tous ſes changemens; il me reſtoit à appliquer cette graduation à ces nouveaux Barometres. Cela ne me parut pas d'abord fort aiſé, à cauſe de l'action de la chaleur, qui changeant continuellement, ne me permettoit pas de pouvoir aſſigner ſur ces tubes aucun endroit fixe à cette graduation. Mais ayant conſideré que cela même qui me paroiſſoit un obſtacle, pouvoit me ſervir de regle en ce que cette graduation devoit toûjours ſuivre le mouvement que la chaleur cauſeroit à la liqueur, & que lorſque la chaleur ne lui cauſoit aucun mouvement, cette graduation devoit de même reſter au même endroit; je pris le parti de la faire mobile, de la maniere que je vais dire.

Je mis pendant un temps aſſez conſiderable un de ces tubes auprès d'un de mes Thermometres, & j'obſervai la marche de l'un & de l'autre dans des temps où j'étois aſſuré par l'obſervation du Barometre que le poids de l'atmoſphere n'eût point changé: ce qui me donna le moyen de faire à côté de ce tube une graduation ſemblable à celles de mes Thermometres, quoique plus grande. Cette graduation mar-

marquoit les changemens que la chaleur cauſoit à la hauteur de la liqueur de ce tube. Après cela j'appliquai à côté de cette graduation de l'effet de la chaleur, la graduation que j'avois premierement faite de l'effet de la peſanteur de l'atmoſphere ; de ſorte que je la pouvois hauſſer & baiſſer à ma volonté, & en amener le milieu à tel degré de celle de la chaleur qu'il me plaiſoit : & lorſque je voulois connoître le poids de l'atmoſphere, je regardois premierement le degré où mon Thermometre ſe trouvoit, j'amenois enſuite le milieu de la graduation du Barometre ſur le même degré de celle que j'avois fait à côté du tube, pour marquer les changemens cauſez par la chaleur à la liqueur du tube, qui me marquoit alors ſur la graduation mobile le poids de l'atmoſphere que je cherchois.

Ayant enſuite verifié ces obſervations pendant un temps conſiderable ſur mon Barometre rectifié, je puis aſſurer que j'ai toûjours trouvé les unes & les autres préciſément les mêmes. On aura d'autant moins de peine à le croire, ſi l'on conſidere qu'il n'entre point de mercure dans la conſtruction de ces nouveaux Barometres, & que la chaleur n'agit que très-foiblement ſur la liqueur qu'ils contiennent, qui d'ailleurs eſt en très-petite quantité ; ce qui fait que ces Barometres doivent être exemts des défauts que j'ai remarquez dans les ordinaires où l'on emploie du mercure. Il eſt vrai que la graduation de ces nouveaux Barometres, qui doit comprendre l'effet de la chaleur & celui de la peſanteur de l'atmoſphere, oblige de les faire d'une hauteur qui excede l'ordinaire : mais enfin cela ne ſauroit aller juſqu'à les rendre

dre inutiles ; ceux dont les boules auroient 2 pouces de diamêtre pouvant n'avoir que 5 pieds de long, & les autres ſeulement 4 pieds, ce qui n'eſt qu'environ dix pouces plus que les ordinaires lorſqu'ils ſont montez ; & cela ne doit pas empêcher que par les obſervations qu'on en pourra faire ſur mer, on ne tente d'en retirer quelque choſe d'utile pour la Navigation.

OBSERVATION DES TACHES

Qui ont paru au mois de Janvier de l'année 1705.

Par M. CASSINI le fils.

* NOUS apperçûmes le 15 de ce mois de Janvier 1705 deux amas de Taches dans la partie Orientale du diſque du Soleil. Les ayant obſervées avec une Lunete de 17 pieds, chacun de ces amas nous parût compoſé de diverſes Taches entourées d'une atmoſphere, telles que nous les avons repréſentées dans la Figure ci-jointe.

Nous obſervâmes à midi la hauteur du bord ſuperieur du Soleil de $20^d\ 22'\ 5''$, celle de la Tache la plus Orientale de $20^d\ 5'\ 40''$, & la hauteur de la plus Occidentale de $20^d\ 5'\ 40''$.

Le

* 28. Fevrier 1705.

Le paſſage de la plus groſſe des Taches Orientales précedoit celui du bord Oriental du Soleil de $36''\frac{1}{2}$, & le paſſage de la Tache la plus Occidentale précedoit celui du même bord de $42''\frac{1}{2}$.

Ayant décrit dans une Figure qui repréſente le diſque du Soleil, l'Ecliptique & l'Equinoxial des Taches pour ce temps-là, j'ai placé par le moyen de ces obſervations les Taches dans leur ſituation, & j'ai trouvé la longitude de la Tache Orientale priſe du bord Oriental du Soleil de 61 degrez & demi, & ſa latitude Meridionale de 10 à 11^{d}.

La longitude de la Tache Occidentale étoit de $66^{d}\frac{1}{2}$, & ſa latitude de 7 à 8 ; de ſorte que ces Taches ſont ſur deux paralleles qui different ſenſiblement l'un de l'autre, au lieu qu'elles ſont pour l'ordinaire diſpoſées à peu près ſur le même parallele.

Suppoſant le mouvement journalier des Taches en longitude d'environ 13 degrez, comme on l'a déterminé par un grand nombre d'obſervations, l'on voit qu'il y avoit plus de 4 jours qu'elles étoient entrées dans le diſque du Soleil, & qu'on les auroit pû appercevoir dès le 11 ou le 12, ſi le ciel qui avoit été couvert depuis ce temps-là nous eût permis de les obſerver. En effet M. de *Plantade* nous écrit de *Montpellier* qu'il les avoit découvert le 12 de ce mois, qu'il en paroiſſoit 5 ou 6 noires, ce qui lui faiſoit conjecturer qu'elles paroîtroient encore long-temps, & qu'on pourroit peut-être les appercevoir dans la révolution ſuivante.

Suivant nos obſervations la Tache la plus Occidentale ſera paſſée par le centre le 17 quelques heures avant midi, & la Tache Orientale quel-

quelques heures après le midi du même jour; & on l'auroit apperçûe juſqu'au 23 de ce mois, en cas qu'elle ne ſe fût pas diſſipée avant ce temps-là; c'eſt ce qu'on n'a pas pû ſavoir, le temps n'ayant pas été favorable pour les obſerver.

EXAMEN D'UNE COURBE FORMÉE PAR LE MOYEN DU CERCLE.

Par M. CARRÉ.

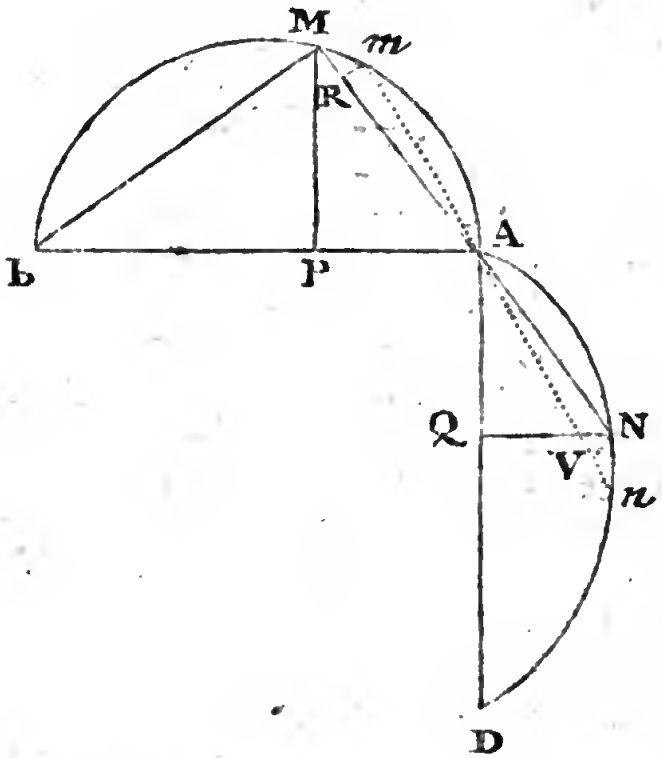
* QUOIQUE la conſideration des lignes Courbes ne paroiſſe pas d'un grand uſage, & que le public ignorant ait coûtume de regarder ces ſortes de ſpeculations comme des rêveries de gens oiſifs, il eſt bon de lui repeter qu'il y en a nombre dont on a tiré de grandes utilitez †, comme la Parabole pour le jet des Bombes, la Cycloïde pour regler les Pendules, & pluſieurs autres dont il eſt inutile de faire ici le détail. Si les premiers qui ont penſé à ces Courbes les avoient negligées par cette raiſon qu'ils n'en connoiſſoient pas les uſages, ils nous auroient privé de ces avantages qu'on en retire. L'on ne doit donc pas regar-

* 28. Fevrier 1704. † *Voyez la Preface de M. de* Fontenelle, *Hiſtoire de l'Acad.* 1699.

garder ces recherches comme de ſimples curioſitez : & même quand c'en ſeroit, on ne doit pas les negliger. Les perſonnes qui compoſent l'Academie des Sciences, pour répondre à ce nom, doivent être veritablement ſavans, & ſans doute que les Mathematiciens n'y tiennent pas le dernier rang par l'application qu'ils donnent à ces hautes & ſublimes veritez dont peu de gens ſont capables C'eſt même à ceux qui ont excellé dans ces Sciences, que l'on eſt redevable de la plûpart des découvertes de la Phyſique; l'étendue que cette étude des Mathematiques donne à l'eſprit, rendant faciles les queſtions les plus embarraſſées, & où il y a un plus grand nombre de rapports à comparer. Et c'eſt avec grande raiſon que *Platon* avoit fait mettre au-deſſus de ſa Claſſe ces paroles de *Pythagore* : Οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. L'on a crû devoir faire ce petit raiſonnement pour fermer la bouche, ſi cela ſe peut, à ceux dont l'ignorance fait toûjours demander à quoi cela ſert-il, comme ſi l'on ne devoit jamais s'appliquer qu'à ce qui eſt utile actuellement ; & ſans doute qu'on s'appliqueroit à bien peu de choſes. Ce n'eſt pas d'aujourd'hui que l'on fait ces ſortes de demandes : car je me ſouviens d'avoir lû dans un des Ouvrages de *Galilée*, qu'on lui demanda un jour à quoi ſervoit la Géometrie : Et voici ce qu'il répondit : *Dalle dimoſtrazioni della Geometria attenenti alle Miſure, a i Peſi, & a Numeri, s'impara a miſurare i Goffi, a peſar gli Ignoranti, & a numerar gli uni e gli altri.*

La Courbe dont on va expliquer la nature & quelques proprietez en attendant ſes uſages, ſi elle en a, étant inconnue aux Mathematiciens de l'Academie, pouvoit être regardée comme nou-

nouvelle : mais j'ai appris qu'un Géometre nommé M. *Koërſma* en a parlé ; il détermine même ſa plus grande largeur ſans en donner aucune autre proprieté. L'on va donner ici ſa génération, ſa principale proprieté, ſa tangente, ſa plus grande ordonnée, ſa rectification, & la meſure de l'eſpace qu'elle renferme, en ſe ſervant du Calcul des differences ; calcul qu'on ne ſauroit trop admirer, puiſqu'il conduit par des routes ſûres, ſimples & faciles aux veritez les plus profondes, les plus générales & les plus compoſées, & dont il ſeroit très-long & très-difficile, pour ne pas dire impoſſible, de venir à bout par toute autre methode.



Soit décrit le demi-cercle *AMB* ; ſi l'on ſup-

poſe que ſon diamêtre AB ſe meuve ſur le point A, tandis que l'extrémité B parcourt la demi-circonference BMA, il eſt viſible que l'autre extrémité de ce diamêtre décrira dans ce mouvement une Courbe AND qui a pour axe la ligne $AD = AB$. L'on demande les proprietez de cette Courbe.

Soit le diamêtre BA dans une ſituation quelconque MN; l'on menera du point M l'ordonnée MP, & la corde MB, & du point N la ligne NQ perpendiculaire ſur AD, ce qui formera les deux triangles AMB, ANQ qui ſeront ſemblables. Nommant donc AB, $2r$; AP, x; on aura $PM = \sqrt{2rx - xx}$; $BM = \sqrt{4rr - 2rx}$; $AM = \sqrt{2rx}$; & $AN = 2r - \sqrt{2rx}$. Et faiſant AB $(2r)$. AM $(\sqrt{2rx})$ :: AN $(2r - \sqrt{2rx})$. $QN = \sqrt{2rx} - x$; puis AB $(2r)$. BM $(\sqrt{4rr - 2rx})$ :: AN $(2r - \sqrt{2rx})$. $AQ = \sqrt{4rr - 2rx} - \sqrt{2rx - xx}$. D'où l'on peut conclurre que la proprieté de cette Courbe eſt telle, que de même que la corde AN de la Courbe eſt la difference du diamêtre AB & de la corde AM du cercle, ainſi l'ordonnée QN de la Courbe eſt la difference de la corde AM & de la partie AP du diamêtre; & la partie AQ de ſon axe eſt la difference de la corde BM & de l'ordonnée MP. Ainſi pour avoir facilement tous les points de cette Courbe, l'on prendra toûjours $QN = AM - AP$; & nommant QN, z; l'équation ſera $z = \sqrt{2rx} - x$.

Ce Problême auroit été aſſez difficile à réſoudre, ſi on l'avoit propoſé en cette ſorte. Un demi-cercle étant donné avec un triangle rectangle inſcrit dedans, & une de ſes ordonnées qui part du ſommet de ce triangle, trouver une Courbe telle que les trois côtez d'un trian-

triangle rectangle fait par ſon ordonnée, ſa corde & la partie de l'axe priſe entre ſon origine & l'ordonnée, ſoient toûjours les differences des lignes tirées dans le demi-cercle; ſavoir, que l'hypothenuſe ſoit la difference du diamêtre & de la corde, la baſe la difference de l'autre corde & de l'ordonnée, & la perpendiculaire la difference de la corde & de la partie du diamêtre déterminée par l'ordonnée.

Pour avoir la tangente de cette Courbe, on aura pour l'expreſſion de la ſoûtangente, en nommant AQ, v; $\frac{z\,dv}{dz}$. Mais $dv = \frac{-r\,dx}{\sqrt{4rr-2rx}} - \frac{r\,dx+x\,dx}{\sqrt{2rx-xx}}$, & $dz = \frac{r\,dx-dx\sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx}}$; ſubſtituant donc ces valeurs, on trouvera que $\frac{z\,dv}{dz} = \frac{3rx-2rx-xx\sqrt{2rx}}{r-\sqrt{2rx}\times\sqrt{2rx-xx}}$.

Pour trouver la plus grande appliquée QN, ou la plus grande largeur de la Courbe, l'on prendra la difference de l'équation $z = \sqrt{2rx}-x$, ce qui donnera $dz = \frac{r\,dx}{\sqrt{2rx}} - dx = 0$; d'où l'on tire $x = \frac{1}{2}r$; donc $AQ = \frac{r\sqrt{3}}{2}$, & $QN = \frac{1}{2}r$; c'eſt-à-dire que ſi l'on prend $AP = \frac{1}{2}r$, que l'on mene PM, & que l'on poſe le diamêtre dans la ſituation MN, le point N ſera celui de la plus grande largeur de la Courbe, ou ce qui revient au même lorſque $AN = AM$: ce qui eſt évident par la génération de la Courbe.

Si $AP = r$, on aura $AM = r\sqrt{2}$, $AN =$

$= 2r - r\sqrt{2}$, $QN = r\sqrt{2} - r$, & $AQ = r\sqrt{2} - r$; donc en ce cas AQ & QN ſont égales.

Si $AP = 2r$, alors AQ & QN ſont égales à zero; mais ſi $AP = o$, $QN = o$, & $AQ = 2r$. Tout cela eſt évident par la génération.

Pour trouver la longueur de cette Courbe, on le peut faire en pluſieurs manieres; voici celle dont on ſe ſert. L'on ſuppoſe que le diamêtre ſoit mis dans une autre ſituation mn infiniment proche de MN, & du point A décrivant les petits arcs Rm, VN, cela formera deux ſecteurs ſemblables: faiſant donc AM $(\sqrt{2rx})$. $AN(2r - \sqrt{2rx}) :: Rm \left(\frac{rxdx}{\sqrt{2rx} \times \sqrt{2rx - xx}}\right)$.

$NV = \frac{rdx\sqrt{2rx} - rxdx}{\sqrt{2rx} \times \sqrt{2rx - xx}}$. Mais $\overline{Nn}^2 = \overline{Vn}^2 + \overline{NV}^2$

$= \frac{rrdx^2}{2rx} + \frac{rrdx^2 \times 2rx - 2rrxdx^2 \times \sqrt{2rx} + rrxxdx^2}{2rx \times 2rx - xx}$

$= \frac{2rrdx^2 - rdx^2\sqrt{2rx}}{2rx - xx}$, donc $Nn = \frac{dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - xx}}$

qui eſt la differentielle de la Courbe. Pour en prendre facilement l'integrale, je ſuppoſe $\sqrt{2rx} = y$, donc $x = \frac{yy}{2r}$, & $dx = \frac{ydy}{r}$; l'on aura donc $dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}} = \frac{ydy\sqrt{2r - y}}{\sqrt{r}}$, &

$\sqrt{2rx - xx} = \frac{y\sqrt{4rr - yy}}{2r}$, donc $\frac{dx\sqrt{2rr - r\sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - xx}} =$

$= \frac{2dy\sqrt{r} \times \sqrt{2r - y}}{\sqrt{4rr - yy}}$, & diviſant haut & bas

par

par $\sqrt{2r-y}$, il viendra enfin $Nn = \frac{2dy\sqrt{r}}{\sqrt{2r+y}}$, donc l'integrale $= 4\sqrt{r} \times \sqrt{2r+y}$, & remettant pour y sa valeur $\sqrt{2rx}$, on aura enfin pour la portion indéterminée de la Courbe $4\sqrt{2rr+r\sqrt{2rx}}$. Mais AP devenant AB, $x = 2r$, donc la Courbe entiere $= 8r - 4r\sqrt{2}$.

Maintenant pour trouver l'espace borné par cette Courbe & son axe, l'on multipliera $AN\,(2r-\sqrt{2rx})$ par $\frac{1}{2}\,NV\left(\frac{rdx}{2\sqrt{2rx-xx}} - \frac{rxdx}{2\sqrt{2rx}\times\sqrt{2rx-xx}}\right)$, ce qui donnera $\frac{rrdx}{\sqrt{2rx-xx}} - \frac{rdx\sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx-xx}} + \frac{rxdx}{2\sqrt{2rx-xx}}$ pour la differentielle de l'espace. Mais le premier membre est double d'un secteur circulaire infiniment petit, le second est égal à un petit parallelogramme fait de la corde AM & de l'arc Mm, & le troisiéme est égal au petit segment MAm qui est la differentielle du cercle ; d'où l'on doit conclure que la quadrature de cet espace suppose celle du cercle.

REFLEXIONS SUR LES REGLES DE LA CONDENSATION DE L'AIR.

Par M. CASSINI le fils.

NOUS avons déterminé dans le voyage fait pour la prolongation de la Meridienne de *Paris*, la hauteur de pluſieurs montagnes ſur la ſurface de la mer, & entr'autres celle du *Puy de Dome*, où M. *Perier* fit des obſervations de la hauteur du Mercure, rapportées dans le *Traité de l'Equilibre des liqueurs* de M. *Paſcal*.

Comme ces obſervations ont ſervi à M. *Mariotte* pour confirmer ſes regles de la condenſation de l'air, cela m'a donné occaſion de comparer ſes regles à nos obſervations.

M. *Mariotte* dans ſon Ouvrage intitulé *Second Eſſai de la nature de l'air*, rapporte quelques experiences qu'il a faites pour déterminer la condenſation de l'air, deſquelles il conclut (*pag.* 27.) *qu'on peut prendre pour une regle certaine ou loi de la nature, que l'air ſe condenſe à proportion des poids dont il eſt chargé.*

Sur ce principe il détermine dans la ſuite, d'une maniere très-ingenieuſe, la hauteur de l'atmoſphere d'environ 15 lieues de 2000 toiſes chacune.

Il

* 24. Mars 1705.

Il ſuppoſe que le Mercure dans ſon état naturel au niveau de la mer, ſe tient dans un Barometre à la hauteur de 28 pouces, qui font équilibre avec toute la colomne de l'atmoſphere, & qu'alors une ligne de vif argent ſoûtient 60 pieds d'air, & la 12e partie de la ligne 5 pieds.

Si l'on ſuppoſe que le Mercure ſoit tranſporté dans un lieu élevé, enſorte qu'il ne ſe tienne ſuſpendu qu'à la hauteur de 14 pouces, il ne ſoûtient plus que la moitié du poids de l'atmoſphere, & par conſéquent l'air, qui ſelon M. *Mariotte* ſe condenſe à proportion des poids dont il eſt chargé, y doit être deux fois plus rarefié; & une ligne de vif-argent qui dans l'état naturel au bord de la mer ſoûtient 60 pieds d'air, ſoûtiendra dans cet endroit-là 120 pieds, & un douziéme de ligne 10 pieds.

On pourra, ajoûte M. Mariotte, *ſavoir l'augmentation de chaque* 12e *de ligne par les regles dont on ſe ſert pour trouver les logarithmes; mais parceque la ſomme des progreſſions Géometriques ne differe guere de la ſomme qu'on trouveroit en prenant ces progreſſions ſelon la proportion Arithmetique, je fais ici le calcul ſuivant cette derniere proportion, & pour avoir la ſomme je prends* 7 *& demi moyen Arithmetique entre* 5 *&* 10, *que je multiplie par* 2016 douziémes de lignes, c'eſt-à dire 14 pouces, *le produit* 15120 ou 2520 toiſes *ſera toute l'étendue de l'air depuis le lieu de l'obſervation faite au bord de la mer juſqu'à la moitié de l'air en peſanteur*, c'eſt-à-dire juſqu'à l'endroit où le Mercure ſe tient ſuſpendu à la hauteur de 14 pouces.

M. *Mariotte* détermine enſuite par la même methode le reſte de la hauteur de l'atmoſphere; & *pour confirmer la bonté de ce calcul de la*

hauteur de l'air, il l'applique à deux célébres obſervations, dont l'une eſt rapportée dans le Livre de M. Paſcal *de l'*Equilibre des liqueurs, *& l'autre a été faite depuis quelques années par M.* Caſſini. *Celle de M.* Caſſini *eſt telle.*

Il prit la hauteur d'une montagne de Provence *qui eſt ſur le bord de la mer, & il la trouva de* 1070 *pieds. Le Mercure du Barometre dont il ſe ſervoit étoit à* 28 *pouces au plus bas lieu, & au ſommet de la montagne il ſe trouva deſcendu de* 16 *lignes un tiers.*

M. *Mariotte* ſe ſert dans l'examen de cette obſervation d'une progreſſion Arithmetique, ſuivant laquelle ſuppoſant qu'au niveau de la mer 63 pieds de hauteur d'air répondent à une ligne de vif-argent, il trouve que la hauteur où le Mercure a dû diminuer de 16 lig. ½ eſt de 1080 pieds, *ce qui approche de fort près les* 1070 *pieds obſervez par M.* Caſſini.

Comme les proportions Arithmetiques dont ſe ſert M. *Mariotte* dans l'examen de l'obſervation de mon Pere & de celle de M. *Paſcal*, ne ſont pas entierement conformes aux progreſſions Géometriques qui réſultent de la regle de la condenſation de l'air qu'il a établie, ce qui, quoique peu ſenſible dans les petites hauteurs, peut cauſer des differences plus conſiderables dans les plus grandes; j'ai crû devoir dreſſer une Table ſuivant les principes de M. *Mariotte*, où j'ai marqué la hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de diminution de hauteur du Mercure depuis le niveau de la mer. J'ai ſuppoſé dans cette Table, de même que M. *Mariotte*, que le Mercure ſe tient ſuſpendu à 28 pouces au niveau de la mer, & qu'alors 63 pieds de hauteur d'air répondent à une ligne de Mercure.

L'on

L'on voit par cette Table que lorſque le Mercure a diminué de 16 lig. $\frac{1}{3}$, la hauteur de l'air qui convient à la derniere ligne eſt de 66 pieds 1 pouce 9 lignes, & que la hauteur du lieu où l'on a fait l'obſervation ſur le niveau de la mer doit être de 176 toiſes 5 pouces & 7 lignes, c'eſt-à-dire de 1056 pieds 5 pouces 7 lignes, plus petite de 23 pieds que celle que M. *Mariotte* a déterminé par ſa Progreſſion Arithmetique; ce qui fait voir que la maniere dont il s'eſt ſervi pour examiner cette obſervation, differe conſiderablement des principes qu'il a établi. Cela paroîtra encore plus viſiblement dans les obſervations que je rapporterai dans la ſuite, qui ont été faites à des hauteurs plus conſiderables.

Si au lieu de prendre 63 pieds pour la hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au niveau de la mer, on la ſuppoſoit de 60 pieds, telle que M. *Mariotte* s'en ſert pour déterminer la hauteur de l'atmoſphere, l'on auroit pour 16 lignes $\frac{1}{3}$ de diminution de Mercure, la hauteur de l'air de 1005 pieds beaucoup plus petite qu'on ne l'a trouvée par la ſuppoſition précedente. Mais parcequ'il ſeroit facile d'accorder l'obſervation de mon Pere avec la regle de M. *Mariotte* en ſuppoſant la hauteur de l'air au niveau de la mer un peu plus grande que celle qu'il a établie, il eſt à propos d'examiner la ſeconde obſervation qui eſt rapportée dans le *Traité de l'Equilibre des liqueurs* de M. *Paſcal*, & qu'il tâche d'accorder avec ſes principes.

* *La ſeconde obſervation*, dit-il, *a été faite en nn:*

* Pag. 196.

une haute montagne proche la ville de Clermont *en* Auvergne, *dont voici les principales circonſtances.*

Le Mercure du Barometre au plus bas lieu étoit à 26 pouces 3 lignes & demi. Ayant été porté à 27 toiſes de hauteur, il deſcendit à 26 pouces 1 ligne; à 150 toiſes il deſcendit à 25 pouces, & enfin vers le deſſus de la montagne 500 toiſes plus haut que le plus bas lieu de Clermont, *le Mercure ſe mit à 23 pouces 2 lignes. La premiere obſervation fait connoître que le plus bas lieu de* Clermont *eſt beaucoup plus élevé que les Caves de l'Obſervatoire, & par conſéquent qu'une ligne de Mercure y doit valoir plus de 63 pieds: on le peut calculer en cette ſorte.*

La difference entre 26 pouces 3 lignes & demie & 28 pouces, eſt 20 lignes & demie, & ſelon le calcul ci-deſſus la derniere diviſion doit augmenter d'environ 7 pieds au-deſſus de 63; car le produit de 63 par 21 diviſé par 168 donne un peu plus de 7 pieds, qui ajoûtez à 63 donnent 70 pieds. Suppoſant donc que la premiere ligne de Mercure valut alors 70 pieds d'air à compter depuis le plus bas lieu de Clermont, M. *Mariotte* trouve la hauteur du lieu de la derniere obſervation *de 2940 pieds d'air ou de 490 toiſes.*

M. *Mariotte* ſe ſert dans l'examen de cette obſervation de deux progreſſions Arithmetiques. Par la premiere il trouve qu'à 20 lignes ½ de diminution de hauteur de Mercure, la hauteur de l'air qui répond à la derniere ligne du vif-argent eſt de 70 pieds, au lieu que ſuivant la Table elle ne doit être que de 67 pieds; de ſorte qu'entre la hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au niveau de la mer, & celle qui reſulte de ſon calcul lorſque le Mercure

cure eſt deſcendu de 20 lignes ½, il trouve par ſa progreſſion Arithmetique 7 pieds de difference, au lieu de 4 pieds qui réſultent de la progreſſion Géometrique; ce qui cauſe une erreur de près du double.

Il ſe ſeroit apperçû aiſément de ces differences, ſi en ſuivant ſa regle il avoit fait comme 28 pouces hauteur du Mercure au niveau de la mer, eſt à 26 p. 3 l. ½ hauteur du Mercure au plus bas lieu de *Clermont:* ainſi 63 pieds hauteur de l'air au niveau de la mer, eſt à 67 p. 1 p. hauteur de l'air, qui répond à une ligne de Mercure au plus bas lieu de *Clermont.*

La ſeconde progreſſion qu'il fait enſuite l'éloigne encore plus de la veritable; mais afin de ne pas entrer dans un trop long détail, il ſuffira de comparer avec ce qui réſulte de cette progreſſion, ce qui eſt marqué dans la Table dreſſée ſur ſes principes. L'on y verra que la hauteur du Mercure étant diminuée à *Clermont* de 20 lignes ½, la hauteur de cette Ville ſur le niveau de la mer doit être de 222 t. 2 p. 1 l. ou 1334 pieds. Que le Mercure étant diminué de 37 l. ½ depuis *Clermont* juſqu'au haut du *Puy de Dome*, c'eſt-à-dire de 58 lignes en tout depuis le niveau de la mer, la hauteur de cette montagne doit être de 670 toiſes ſur le niveau de la mer, d'où retranchant 222 toiſes hauteur de *Clermont* ſur le même niveau, l'on a la hauteur du *Puy de Dome* ſur *Clermont* de 448 toiſes, au lieu que M. *Mariotte* l'avoit déterminé par ſon calcul de 490 toiſes, & M. *Paſcal* de 500 toiſes.

L'on verra dans la ſuite que la hauteur du *Puy de Dome* ſur *Clermont* eſt de plus de 500 toiſes, & differe par conſéquent davantage

des 448 toiſes qui réſultent des principes de M. *Mariotte.*

L'on peut à préſent examiner ſi les obſervations que M. *de la Hire* a faites depuis ſur le Mont *Clairet* en *Provence*, & celles que nous avons faites dans le voyage de la Meridienne s'accordent avec les principes de M. *Mariotte.*

Celle de M. *de la Hire* eſt telle. Il obſerva ſur le Mont *Clairet* la hauteur du Mercure de 26 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, & trois heures après on fit au bord de la mer la même operation, & on la trouva de 28 p. 2 l. Donc la difference 1 p. 9. l. $\frac{1}{2}$. La hauteur de cette roche fut meſurée de 277 toiſes.

Suivant la Table calculée ſur les principes de M. *Mariotte*, la hauteur de l'air qui répond à 1 p. 9 l. $\frac{1}{2}$, eſt de 233 t. 3 p. plus petite de 23 toiſes & demi que celle que M. *de la Hire* a déterminée par ſes obſervations.

Une des plus exactes obſervations que nous ayons faites dans le voyage de la Meridienne, a été ſur la Tour de *la Maſſane* près de *Collioure.* La diſtance de cette Tour au lieu d'où nous obſervâmes ſa hauteur, étoit déterminée par les triangles de la ligne Meridienne. La hauteur du lieu où nous obſervions à *Collioure* au-deſſus du niveau de la mer, avoit été meſurée très-exactement par le moyen d'un cordeau, & l'angle de la hauteur, priſe avec un inſtrument exact étoit de plus de 7 degrez; de ſorte qu'une erreur d'une minute dans l'obſervation n'en auroit pas fait une d'une toiſe dans la détermination de cette hauteur.

Cette hauteur fut encore verifiée par une obſervation faite de la Tour de *S. Elme*, dont on con-

connoiſſoit exactement la hauteur ſur le niveau de la mer. Par la premiere obſervation l'on a déterminé la hauteur de cette Tour ſur le lieu où nous avions mis à *Collioure* le Barometre en experience de 397 toiſes, & ſur le niveau de la mer de 408 toiſes.

Le 12 Mars ayant obſervé à *Collioure* la hauteur du Barometre de 28 p. 0 l. nous le tranſportâmes au pied de la Tour de *la Maſſane*, & nous trouvâmes que le Mercure s'y tenoit ſuſpendu à 25 p. 5. l. La difference eſt de 2 pouces 7 lignes, qui répondent à 397 toiſes. En regardant dans la Table la hauteur de l'air qui répond à 2 pouces 7 lignes, on trouvera 342 toiſes au lieu de 397 qu'on a trouvé par l'obſervation. L'on voit par-là que les hauteurs qui réſultent des principes de M. *Mariotte* ne s'accordent pas avec les obſervations, & s'en éloignent davantage plus les diſtances ſont grandes; car l'on ne peut pas vrai-ſemblablement attribuer une difference de 55 toiſes qui ſe trouve entre ces hauteurs, à l'erreur qui auroit pû ſe gliſſer tant dans la meſure de la hauteur de cette montagne, que dans celle de la hauteur du Mercure; ces obſervations ayant été faites avec toute l'exactitude que l'on peut ſouhaiter.

Nous obſervâmes en trois differentes manieres près du bord de la mer, la hauteur de *Bugarach* montagne du *Languedoc*, que nous déterminâmes de 648 toiſes.

La hauteur du vif-argent y fut trouvée le 15 Janvier à 2^h après midi de 23 p. 8 l. $\frac{1}{2}$. Elle étoit à *Paris* le 15 à 7^h du matin de 27 p. 3 l. $\frac{1}{4}$, & elle diminua pendant toute la journée d'une demi-ligne, de ſorte qu'on peut la ſuppoſer de 27 p. 3 l. y ajoûtant 4 lignes qui conviennent

à 40 toiſes hauteur de la Salle de l'Obſervatoire ſur le niveau de la mer, l'on aura la hauteur du Mercure au niveau de la mer de 27 p. 7 l. plus grande que celle que l'on a trouvée à *Bugarach* de 3 p. 10 l. $\frac{1}{2}$.

L'on trouve dans la Table que la hauteur de l'air qui répond à 3 p. 10 l. $\frac{1}{2}$, eſt de 527 toiſes plus petite de 121 toiſes que celle que l'on a déterminée par l'obſervation de la hauteur de cette montagne, qui fut trouvée de 648 toiſes. Si l'on avoit pû obſerver au bord de la mer la hauteur du Mercure en même temps que nous l'avons obſervé ſur cette montagne, l'on n'auroit rien eu à deſirer pour l'exactitude de cette obſervation: mais nous ne pûmes pas le faire étant appliquez à d'autres obſervations.

Les deux plus conſiderables obſervations que nous ayons faites après celles que je viens de rapporter, furent celles de deux montagnes d'*Auvergne* près du *Mont-d'or*, dont l'une eſt appellée la *Coſte*, & l'autre la *Courlande*. Nous obſervâmes ſur la premiere qui eſt élevée ſur le niveau de la mer de 851 toiſes le 9 Octobre 1700 à 3^h après midi, la hauteur du Mercure de 23 p. 4 l. Elle fut obſervée à *Paris* à 5^h du ſoir de 27 p. 10 l. plus haute de 4 p. 6 l. que ſur le ſommet de cette montagne.

Le 12 Octobre à midi nous obſervâmes ſur la *Courlande* qui eſt élevée ſur le niveau de la mer de 838 toiſes, la hauteur du Mercure de 23 p. 4 l. Elle étoit à *Paris* de 27 p. 10 l. plus haute de 4 p. 6 l. que ſur le ſommet de cette montagne, de même que nous l'avions trouvé le 9 du même mois ſur la montagne de la *Coſte*. Cette difference auroit dû être un peu plus petite, à cauſe que la hauteur de la *Courlande* eſt moins

moins conſiderable que celle de la *Coſte*; mais l'on ne peut pas eſperer d'arriver à une plus grande préciſion, étant impoſſible qu'il n'y ait quelque erreur tant dans les obſervations des hauteurs priſes avec les inſtrumens, qne dans celles du Barometrre obſervées en deux lieux differens. Ajoûtant 4 lignes qui conviennent à la hauteur de la Salle de l'Obſervatoire, à 4 pouces 6 lignes difference entre les hauteurs du Mercure obſervées en même temps à l'Obſervatoire & ſur ces montagnes, l'on aura 4 pouces 10 lignes pour la difference entre le niveau de la mer & la hauteur de ces montagnes, que l'on peut ſuppoſer de 844 toiſes, en prenant un milieu entre les deux obſervations.

Suivant la Table l'on a pour 4 pouces 10 lignes 669 toiſes de hauteur, au lieu de 844 toiſes que l'on a déterminé par les obſervations, ce qui donne une difference de 175 toiſes, qui eſt trop grande pour qu'on puiſſe l'attribuer à quelque erreur dans les obſervations: car quoi que cette montagne ſoit éloignée de la mer, l'on ne laiſſe pas de ſavoir ſa hauteur avec aſſez d'exactitude ſans beaucoup d'operations, puiſque d'une montagne du *Rouergue* l'on découvroit d'un côté les *Pirenées*, & de l'autre les montagnes du *Cantal* qui ſont dans l'*Auvergne*, & que ces obſervations ſe trouvent verifiées par pluſieurs autres qui concourent à déterminer la même hauteur à peu de difference près.

L'on peut préſentement examiner ce qui réſulte de l'obſervation du Mercure faite ſur le *Puy de Dome*, dont nous avons déterminé la hau-

hauteur ſur le niveau de la mer de 810 toiſes.

Il auroit été à ſouhaiter que pendant que M. *Perier* fit l'obſervation du Mercure ſur le haut de cette montagne & à *Clermont*, elle eût été faite en même temps à *Paris*, dont l'on ſait la hauteur ſur le niveau de la mer. Voici pourtant comme on peut y ſuppléer par quelques obſervations de la plus grande & de la plus petite hauteur du vif-argent qui ont été faites à *Paris* & à *Clermont*, & qui ſont rapportées dans une Lettre de M. *Perier* inſerée dans le *Traité de l'Equilibre des liqueurs*.

A *Clermont* le plus haut	26 pou. 11. lig. ½ le 14 Fevrier 1651.
A *Paris* le plus haut	28 pou. 7 lig. le 3 & le 5 Nov. 1649.
	1 pouce 7 lignes ½ Difference.
A *Clermont* le plus bas	25 pouc. 8 lig. le 5 Octobre 1649.
A *Paris* le plus bas	27 pouc. 3 lig. ½ le 4 Octobre 1649.
	1 pouce 7 lignes ½ Difference.

La difference qui ſe trouve entre le plus haut état du Barometre à *Paris* & à *Clermont* eſt de 1 p. 7 l. ½, la même qui ſe trouve entre l'obſervation faite entre ces deux Villes lorſque le Barometre étoit dans ſon plus bas état; ce qui fait conjecturer qu'il y avoit alors de part & d'autre à peu près la même conſtitution de l'air. Si l'on ſuppoſe que cette difference

ſoit

ſoit celle qui convient à la difference entre la hauteur de *Clermont* & de *Paris*, & que le lieu où l'on a fait l'obſervation à *Paris* ſoit élevé ſur le niveau de la mer de 25 toiſes, auſquelles répondent 2 lignes & demie de hauteur de vif-argent, l'on aura 1 pouce 10 lignes de Mercure pour la hauteur de *Clermont* ſur le niveau de la mer.

Suivant la Table l'on a pour 1 pouce 10 lignes 239 toiſes hauteur de *Clermont* ſur le niveau de la mer, qui étant retranchez de 810 toiſes hauteur du *Puy de Dome* ſur le niveau de la mer, reſte 571 toiſes pour la hauteur du *Puy de Dome* ſur *Clermont*, au lieu de 500 toiſes que la ſuppoſoit M. *Perier*, de 490 que M. *Mariotte* avoit conclu par ſon calcul, & de 448 qui réſultent de ſes principes.

Toutes les obſervations que je viens de rapporter concourent à donner, à meſure qu'on s'éloigne de la terre, une dilatation de l'air plus grande que celle qui réſulte des principes de M. *Mariotte*. Il ſemble même dans les deux obſervations que M. *Mariotte* avoit comparé avec ſes regles qu'il ait ſenti cette difficulté, & que c'eſt ce qui l'a obligé de les abandonner en partie pour emploier une progreſſion Arithmetique qu'il ſuppoſe neanmoins ne pas differer ſenſiblement de la Géometrique, quoiqu'elle s'en éloigne fort, comme je l'ai fait voir dans l'examen de ces obſervations.

La hauteur de l'air qui réſulte des regles de M. *Mariotte* s'écartant ſi fort des obſervations que je viens de rapporter, il ne faut pas s'étonner ſi elle ne s'accorde pas avec celle que M. *Maraldi* a établie, qui eſt fondée ſur l'experience

ce, & qui repreſente aſſez bien toutes nos obſervations. On pourra aiſément les comparer enſemble, ayant mis dans la Table vis à vis des hauteurs de l'air qui réſultent de la regle de M. *Mariotte*, celles qui ſont conformes à nos obſervations. L'on y verra qu'à 5 pouces de diminution de vif-argent, la hauteur de l'air qui convient à une ligne de Mercure y doit être de 20 toiſes, deux fois plus rarefié qu'au niveau de la mer, au lieu de 12 toiſes 4 pouces 8 lignes qui réſultent des regles de M. *Mariotte*, &c.

L'on aura auſſi de la peine à concilier les conſéquences qui ſuivent de ſes experiences & de ſes raiſonnemens.

„ 1°. Que ſi on mettoit de l'eau tiede à $\frac{1}{4}$
„ de lieue de hauteur, elle bouilliroit; puiſ-
„ que ſi on en met dans la machine du vuide,
„ elle bout très-fort dès qu'on a diminué de
„ moitié l'air qui eſt ſous le recipient. 2°. Que
„ s'il y avoit une montagne d'une lieue & de-
„ mie, les hommes & les oiſeaux n'y pour-
„ roient vivre; parceque leur ſang n'étant plus
„ preſſé que par la moitié du poids de l'air &
„ encore moins, & étant plus chaud que de
„ l'eau tiede, il en ſortiroit quantité de bulles
„ d'air qui empêcheroient ſa circulation, &
„ troubleroient l'oeconomie naturelle du cœur
„ & des autres parties du corps. Suivant nos obſervations la hauteur de l'air qui convient à une ligne de vif-argent à la hauteur de 844 toiſes, eſt de 19 toiſes 3 pieds un peu moins du double de la hauteur qui convient à une ligne au niveau de la mer, & cependant nous n'y avons ſenti aucune incommodité cauſée par la

rare-

rarefaction de l'air. Si l'on ſuppoſe que la dilatation de l'air ſuive pendant quelque temps la regle que l'on a établie par l'experience, l'on aura ſur le *Canigo* qui eſt élevé de 1450 toiſes ou $\frac{3}{4}$ de lieues ſur le niveau de la mer, la hauteur de l'air qui convient à une ligne de Mercure de 24 toiſes; mais quand même on ne la ſuppoſeroit que d'un peu plus de 20 toiſes, cela ſuffiroit pour faire tous les effets que M. *Mariotte* dit devoir arriver. Cependant quoiqu'il y ait pluſieurs perſonnes qui aient été ſur cette montagne, & que même on y ait élevé en 1700 par ordre du Roi une pyramide ſur le ſommet pour ſervir à nos obſervations, nous n'avons pas entendu dire qu'il leur ſoit arrivé aucun accident.

TABLE DE LA HAUTEUR DE l'air qui répond à la hauteur du Mercure dans le Barometre.

Abbaſſement du vif argent.		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent ſuivant M. *Mariotte.*				Hauteur de l'air ſur la ſurface de la mer ſuivant M. *Mariotte.*			
pouc.	*lign.*	*toiſ.*	*pieds,*	*pouc.*	*lign.*	*toiſes,*	*pieds,*	*pouces,*	*lig.*
0	0	10	3	0	0	0	0	0	0
	1	10	3	2	3	10	3	2	3
	2	10	3	4	6	21	0	6	9
	3	10	3	6	10	31	4	1	7
	4	10	3	9	1	42	1	10	8
	5	10	3	11	4	52	5	10	0
	6	10	4	1	9	63	3	11	9
	7	10	4	4	1	74	2	3	10
	8	10	4	6	5	85	0	10	3
	9	10	4	8	10	95	5	7	1
	10	10	4	11	2	106	4	6	3
	11	10	5	1	7	117	3	7	10
1	0	10	5	4	0	128	2	11	10
	1	10	5	6	5	139	2	6	3
	2	10	5	8	10	150	2	3	1
	3	10	5	11	4	161	2	2	5
	4	11	0	1	9	172	2	4	2
	5	11	0	4	3	183	2	8	5
	6	11	0	6	9	194	3	3	2
	7	11	0	9	3	205	4	0	5
	8	11	0	11	10	216	5	0	3
	9	11	1	2	4	228	0	2	7
	10	11	1	4	11	239	1	7	6
	11	11	1	7	7	250	3	3	1
2	0	11	1	10	2	261	5	1	3

TABLE DE LA HAUTEUR DE l'air qui répond à la hauteur du Mercure dans le Barometre.

Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant nos observat.		Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.		Hauteur du vif argent.	
toises,	*pieds.*	*toises*,	*pieds.*	*pouc.*	*lign.*
10	0	0	0	28	0
10	1	10	1		11
10	2	20	3		10
10	3	31	0		9
10	4	41	4		8
10	5	52	3		7
11	0	63	3		6
11	1	74	4		5
11	2	86	0		4
11	3	97	3		3
11	4	109	1		2
11	5	121	0		1
12	0	133	0	27	0
12	1	145	1		11
12	2	157	3		10
12	3	170	0		9
12	4	182	4		8
12	5	195	3		7
13	0	208	3		6
13	1	221	4		5
13	2	235	0		4
13	3	248	3		3
13	4	262	1		2
13	5	276	0		1
14	0	290	0	26	0

Abbaiſſement du vif argent.		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent ſuivant M. *Mariotte.*				Hauteur de l'air ſur la ſurface de la mer ſuivant M. *Mariotte.*			
pouc.	*lign.*	*toiſ.*	*pieds,*	*pouc.*	*lign.*	*toiſes,*	*pieds,*	*pouces,*	*lig.*
2	0	11	1	10	2	261	5	1	3
	1	11	2	0	9	273	1	2	0
	2	11	2	3	4	284	3	5	4
	3	11	2	6	0	295	5	11	4
	4	11	2	8	8	307	2	8	0
	5	11	2	11	4	318	5	7	4
	6	11	3	2	1	330	2	9	5
	7	11	3	4	10	342	0	2	3
	8	11	3	7	7	353	3	9	10
	9	11	3	10	4	365	1	8	2
	10	11	4	1	1	386	5	9	3
	11	11	4	3	11	388	4	1	2
3	0	11	4	6	9	400	2	7	11
	1	11	4	9	6	412	1	5	5
	2	11	5	0	4	424	0	5	9
	3	11	5	3	3	435	5	9	0
	4	11	5	6	2	447	5	3	2
	5	11	5	9	1	459	5	0	3
	6	12	0	0	0	471	5	0	3
	7	12	0	2	11	483	5	3	2
	8	12	0	5	11	495	5	9	1
	9	12	0	8	11	508	0	6	0
	10	12	0	11	11	520	1	5	11
	11	12	1	2	11	532	2	8	10
4	0	12	1	6	0	544	4	3	10

Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent ſuivant nos obſervat.		Hauteur de l'air ſur la ſurface de la mer ſuivant nos obſervat.		Hauteur du vif argent.	
toiſes,	*pieds.*	*toiſes,*	*pieds.*	*pouc.*	*lign.*
14	0	290	0	26	0
14	1	304	1		11
14	2	318	3		10
14	3	333	0		9
14	4	347	4		8
14	5	362	3		7
15	0	377	3		6
15	1	392	4		5
15	2	408	0		4
15	3	423	3		3
15	4	439	1		2
15	5	455	0		1
16	0	471	0	25	0
16	1	487	1		11
16	2	503	3		10
16	3	520	0		9
16	4	536	4		8
16	5	553	3		7
17	0	570	3		6
17	1	587	4		5
17	2	605	0		4
17	3	622	3		3
17	4	640	1		2
17	5	658	0		1
18	0	676	0	24	0

Abbaiſſement du vif argent.		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent ſuivant M. *Mariotte*.				Hauteur de l'air ſur la ſurface de la mer ſuivant M. *Mariotte*.			
pouc.	*lign.*	*toiſ.*	*pieds*,	*pouc.*	*lign.*	*toiſes*,	*pieds*,	*pouces*,	*lign.*
4	0	12	1	6	0	544	4	2	10
	1	12	1	9	1	556	5	11	11
	2	12	2	0	2	569	2	0	1
	3	12	2	3	3	581	4	3	4
	4	12	2	6	5	594	0	9	9
	5	12	2	9	7	606	3	7	4
	6	12	3	0	9	619	0	1	1
	7	12	3	3	11	631	4	0	0
	8	12	3	7	2	644	1	7	2
	9	12	3	10	5	656	5	5	7
	10	12	4	1	9	669	3	7	4
	11	12	4	5	0	682	2	0	4
5	0	12	4	8	4	695	0	8	8
	1	12	4	11	8	707	5	8	4
	2	12	5	3	0	720	4	11	4
	3	12	5	6	5	733	4	5	9
	4	12	5	9	10	746	4	3	7
	5	13	0	1	4	759	4	4	11
	6	13	0	4	9	772	4	9	8
	7	13	0	8	3	785	5	5	11
	8	13	0	11	10	799	0	5	9
	9	13	1	3	4	812	1	9	5
	10	13	1	6	11	825	3	4	0
	11	13	1	10	6	838	5	2	6
6	0	13	2	2	2	852	1	4	8

Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent ſuivant nos obſervat.		Hauteur de l'air ſur la ſurface de la mer ſuivant nos obſervat.		Hauteur du vif argent.	
toiſes	*pieds.*	*toiſes*	*pieds.*	*pouc.*	*lign.*
18	0	676	0	24	0
18	1	694	1		11
18	2	712	3		10
18	3	731	0		9
18	4	749	4		8
18	5	768	3		7
19	0	787	3		6
19	1	806	4		5
19	2	826	0		4
19	3	845	3		3
19	4	865	1		2
19	5	885	0		1
20	0	905	0	23	0
20	1	925	1		11
20	2	945	3		10
20	3	966	0		9
20	4	986	4		8
20	5	1007	3		7
21	0	1028	3		6
21	1	1049	4		5
21	2	1071	0		4
21	3	1092	3		3
21	4	1114	1		2
21	5	1136	0		1
22	0	1158	0	22	0

Abbaiſſement du vif argent.		Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent ſuivant M. *Mariotte.*				Hauteur de l'air ſur la ſurface de la mer ſuivant M. *Mariotte.*			
pouc.	*lign.*	*toiſ.*	*pieds*,	*pouc.*	*lign.*	*toiſes,*	*pieds,*	*pouces,*	*lign.*
6	0	13	2	2	2	852	1	4	8
	1	13	2	5	10	865	3	10	9
	2	13	2	9	6	879	0	8	0
	3	13	3	1	3	892	3	9	3
	4	13	3	5	2	906	1	2	5
	5	13	3	8	9	919	4	11	2
	6	13	4	0	7	933	2	11	9
	7	13	4	4	5	947	1	4	2
	8	13	4	8	3	961	0	0	5
	9	13	5	0	1	974	5	0	6
	10	13	5	4	0	988	4	4	6
	11	13	5	8	0	1002	4	0	6
7	0	14	0	0	0	1016	4	0	6
	1	14	0	4	0	1030	4	4	6
	2	14	0	8	0	1044	5	0	6

Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent ſuivant nos obſervat.		Hauteur de l'air ſur la ſurface de la mer ſuivant nos obſervat.		Hauteur du vif argent.	
toiſes,	*pieds.*	*toiſes,*	*pieds.*	*pouc.*	*lign.*
22	0	1158	0	22	0
22	1	1180	1		11
22	2	1202	3		10
22	3	1225	0		9
22	4	1247	4		8
22	5	1270	3		7
23	0	1293	3		6
23	1	1316	4		5
23	2	1340	0		4
23	3	1363	3		3
23	4	1387	1		2
23	5	1411	0		1
24	0	1435	0	21	0
24	1	1459	1		
24	2	1483	3		

QUE LES EXPERIENCES SUR lesquelles on se fonde pour prouver que les liquides se condensent & se refroidissent d'abord avant que de se dilater à l'approche de la chaleur, ne le prouvent point, & que cette condensation apparente est purement l'effet de la dilatation du verre & des vaisseaux qui contiennent ces liqueurs.

Par M. AMONTONS.

QUOIQU'IL semble que les raisonnemens que nous fondons sur l'experience, doivent toûjours être les plus assurez & les plus justes; toutefois il n'arrive que trop souvent que les differentes manieres dont nous envisageons les choses, jettent nos raisonnemens dans l'erreur, & que manque de nous tenir soigneusement sur nos gardes, nos conclusions sont fausses sur des faits qui nous paroissent très-certains, parceque nous les croyons appuyez sur l'experience.

Dans l'Assemblée du 12 Novembre dernier, je fis voir qu'une bouteille de verre qui se terminoit en un col ou tube fort étroit, étant pleine d'eau jusqu'environ la moitié du tube; je fis voir, dis-je, que la chaleur des mains appliquées contre la bouteille faisoit baisser la li-

liqueur du tube avant que de la faire monter.

M. *Geoffroy* dans l'Assemblée du 12 Mai 1700 rapporta un fait semblable*. „ J'ai mis, *dit-il*, „ de l'eau froide dans un grand bassin, j'ai „ plongé au milieu de l'eau une cucurbite de „ verre pleine d'eau également froide, & j'ai „ mis dans la cucurbite un Thermometre très- „ sensible. Après avoir jetté quatre ou cinq „ pellées de braise allumée dans l'eau du bas- „ sin, la liqueur du Thermometre est descen- „ due dans l'instant de deux à trois lignes, „ & après quelques momens est remontée, „ &c.

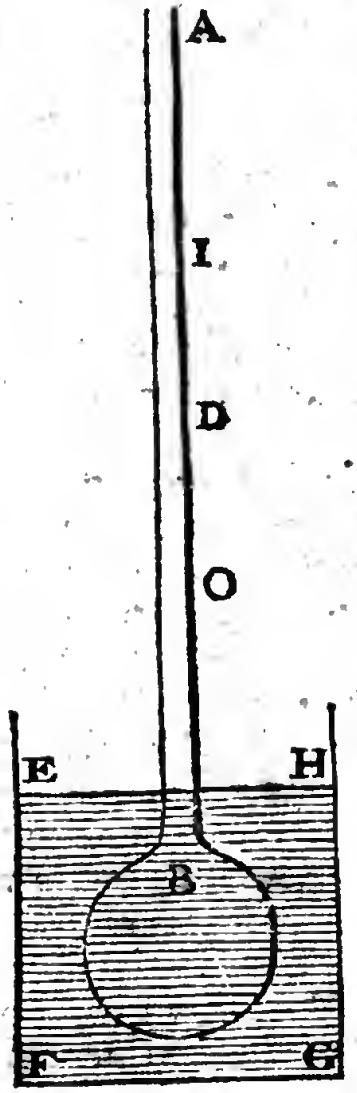
Dans mon petit Traité de *Remarques & d'Experiences Physiques* imprimé en 1694, page 53, en parlant de deux Thermometres dont l'un étoit plein d'eau seconde ou de départ, & l'autre d'esprit de vin; je dis qu'ayant appliqué la main sur celui à eau seconde, je la vis d'abord baisser dans le tube de plus d'une ligne, après quoi elle remonta considerablement pendant que le Thermometre à esprit de vin, que je tenois de l'autre main, se dilata, sans qu'on remarquât d'abaissement dans la liqueur.

Avant tout cela *Borelli* & *Isaac Vossius*, le premier dans son *Traité de la Percussion* Prop. 105, l'autre dans son *Traité du Mouvement des vents & de la mer*, Chap. 11, rapportent l'un & l'autre de semblables experiences: *Fiat*, dit Borelli, *phiala vitrea* ABC, *ejusque fistula tenuissima* AB, *impleaturque aqua vel quolibet alio fluido usque ad terminum* D: *si postea eadem phiala immergatur intra vas* EFGH *aquâ calidâ plenum*, *subi-*

* Memoires de 1700. pag. 153.

ſubitò aqua deprimitur à ſigno D *uſque ad* O; *& è contra ſi immergatur intra aquam glacialem, ſubitò aqua ſublevatur uſque ad ſignum* I.

Fig. 1.



Pour ce qui eſt d'*Iſaac Voſſius*, voici comme le Châtelain de *Crecy* dans ſa Traduction rapporte cette experience : „ Si „ l'on prend, *dit-il*, une „ bouteille de verre qui „ ait le ventre large & „ l'embouchure étroite „ & ſoit pleine d'eau „ froide, & qu'on la „ plonge dans l'eau „ chaude ou tiede ſim- „ plement ; après le pre- „ mier reſſerrement qui „ n'eſt que d'un mo- „ ment, & qui au ſou- „ dain attouchement fait „ tant ſoit peu baiſſer „ l'eau froide, l'eau in- „ continent ſe hauſſera. „ Mais ſi vous chauffez „ tant ſoit peu l'eau qui „ eſt dans la phiole de verre, & que vous la „ plongiez dans de l'eau froide ; vous verrez „ tout le contraire.

Or quoique chacune de ces experiences ait quelque choſe de particulier qui marque qu'elles ont été faites ſéparément ; elles conviennent toutes en un point, qui eſt que la liqueur baiſſe

baiſſe d'abord, avant que de ſe dilater à l'approche de la chaleur: ce qui ne ſauroit être à moins que la capacité de la boule ou bouteille de verre n'augmente, ou bien que la liqueur qu'elles contiennent ne ſe condenſe veritablement, ou enfin que l'un & l'autre ne ſe faſſe; ce qui a donné lieu à deux opinions differentes. *Voſſius* & M. *Geofroy* tiennent pour la condenſation de la liqueur: *Borelli* au contraire pour la dilatation du verre; & c'eſt auſſi mon ſentiment: mais la Verité étant unique, il faut neceſſairement que l'une des deux opinions ſoit fauſſe, à moins qu'on ne les prouve toutes deux veritables. Cependant il peut fort bien être que ce qu'on prend pour un paradoxe ne ſoit au fonds qu'un pur paralogiſme, & il n'eſt pas aiſé de concevoir comment la chaleur pourroit comprimer une liqueur qui réſiſte à la compreſſion autant que fait l'eau commune. Tout ce qu'on pourroit dire de plus vrai-ſemblable là-deſſus, ſeroit que les parties ignées qui ſont répandues dans tous les corps tant ſolides que fluides, tendent à ſe réunir aux endroits où elles ſe trouvent en plus grande quantité; ce qui leur feroit abandonner pour un temps les endroits où elles ſeroient en plus petit nombre: Mais outre qu'on ne voit pas clairement la cauſe de cette réunion, il faudroit du moins que ce raiſonnement fut appuyé de l'experience; ce qui n'eſt pas, comme on le verra dans la ſuite de ce diſcours.

Au reſte, comme il eſt de la derniere importance, ſi nous voulons étendre nos connoiſſances, de n'admettre aucun faux principe; & que nous ne penchons naturellement que trop du côté de ce qui nous paroît ſurprenant; il eſt

bon d'examiner ſoigneuſement de ces deux opinions quelle peut être la veritable, d'autant plus que tout le monde ne pouvant pas par ſoi-même conſulter l'experience, on croit celles qui vrai-ſemblablement doivent être les moins ſuſpectes. Pour le faire d'une maniere qui pût ne laiſſer aucun doute, voici comme j'ai raiſonné.

S'il eſt vrai que la condenſation de la liqueur, à l'approche de la chaleur, ne ſoit pas ſimplement apparente, mais qu'elle ſoit veritable; il ſuit que l'effet en doit être plus ſenſible, plus la liqueur dont on ſe ſervira ſera ſuſceptible de condenſation : Et ſi c'eſt au contraire la boule qui augmente ſa capacité; l'effet doit être au contraire moins ſenſible avec une liqueur qui ſe condenſe aiſément, parce qu'elle ne peut avoir cette qualité ſans avoir en même temps ſon oppoſée, ſavoir la rarefaction, & que celle-ci doit effacer l'effet de l'augmentation de la capacité de la boule plus promptement que celle qui ſe rarefieroit plus difficilement; & c'eſt ce qui arrive en effet. Car dans l'experience rapportée ci-deſſus des deux Thermometres, l'un plein d'eau ſeconde, l'autre plein d'eſprit de vin, il eſt certain qu'ayant échauffé avec mes mains le plus également qu'il me fût poſſible l'un & l'autre, je n'apperçûs dans l'eſprit de vin aucune condenſation apparente avant ſa dilatation, comme il arriva à l'eau ſeconde qui baiſſa de plus d'une ligne avant que de ſe rarefier, quoique la boule pleine d'eſprit de vin fût 12 fois moins capable que la boule pleine d'eau ſeconde. Or s'il étoit vrai que la liqueur ſe condenſât d'abord à l'approche de la chaleur, cette petite

maſſe

masse auroit dû être plûtôt pénétrée de l'impression que si elle eût été plus grosse : car nonobstant sa petitesse, sa dilatation fut plus de six fois plus grande que celle de l'eau seconde ; de sorte qu'il n'y avoit aucune raison qui pût empêcher que l'esprit de vin qu'elle renfermoit, ne se condensât plus considerablement que l'eau seconde, si la condensation avoit veritablement eu lieu. D'où il faut necessairement conclurre que ce n'est que la dilatation du verre, qui en augmentant la capacité des boules, produit cette apparence de condensation dans la liqueur ; & qu'on ne doit pas inferer, comme a fait *Isaac Vossius*, que la chaleur condense d'abord les liqueurs avant que de les dilater : on ne doit pas non-plus dire que ces liqueurs soient plus froides dans ce moment, puisqu'il n'y a rien qui nous porte à le croire, & qu'un pareil raisonnement jette dans de faux principes dont les suites sont toûjours préjudiciables au progrès qu'on se propose de faire dans les Sciences.

Quoique cette experience pût suffire seule à faire voir que celles qui ont été rapportées cidessus ne prouvent point la condensation ni le refroidissement des liqueurs à l'approche de la chaleur, je m'en suis encore assuré par cette autre. Je fis descendre le tube de verre *AB* qui passe à travers le bouchon de liege *C* qui bouche la bouteille *DE*, d'un peu moins de 3 pouces de diamêtre & d'environ 4 pouces de haut ; je fis descendre, dis-je, le tube de verre *AB* jusques proche le fonds de la bouteille, ensorte que le bas de ce tube trempoit dans un peu d'eau restée au fond de cette bouteille, le reste de la capacité de la bouteille ne

Fig. 2.

contenant que de l'air qui ſoûtenoit dans le tube *AB* l'eau en *F* deux ou trois pouces au deſſus du bouchon *C*.

Tout le monde ſait que l'air reçoit très-promptement l'impreſſion du froid & du chaud, & que nous n'avons aucuns Thermometres plus ſenſibles que ceux qui ſont faits de cette maniere. Cependant ayant appliqué les deux mains contre cette bouteille, l'eau du tube n'a pas baiſſé de plus de deux à trois lignes; & même ayant réïteré pluſieurs autres fois cette experience, elle n'a pas baiſſé du tout, & eſt enſuite remontée très-promptement juſqu'au haut du tube; au lieu que lorſque cette bouteille eſt entierement pleine d'eau, la deſcente de l'eau dans le tube *AB* eſt de plus de ſix lignes par la ſeule chaleur de la main. J'aurois bien réïteré encore ces experiences par des degrez de chaleur plus conſiderables que ceux de la main : mais cela m'a paru inutile; celles-ci, ſelon moi, prouvant ſuffiſamment ce dont il eſt queſtion. Ce n'eſt pas que, ſi la Compagnie le juge à propos, je ne les pouſſe auſſi loin qu'elle témoignera le ſouhaiter.

Avant de finir, il eſt bon de remarquer que par ces mots de Borelli : *Impleaturque aqua vel quo-*

quolibet alio fluido, on voit clairement que quoiqu'il n'ait pas pris le change, & qu'il ait veritablement attribué la deſcente de l'air à la dilatation de la boule, il n'a pas neanmoins fait attention à la differente ſenſibilité des liqueurs; quoique cette difference de ſenſibilité des liqueurs prouve ſeule cette dilatation du verre, & que ſon experience, à le bien prendre, ne prouve rien, puiſqu'on pourroit fort bien ſuppoſer que la chaleur pourroit produire cette condenſation dans la liqueur, ſi nous n'avions des experiences qui prouvent le contraire.

OBSERVATIONS DE LA DECLINAISON DE L'AIMAN

Faites dans un voyage de France *aux* Indes Orientales, *& dans le retour des* Indes *en* France *pendant les années* 1703 *&* 1704.

Par M. CASSINI le fils.

* M. *Gualtieri* Nonce ordinaire du Pape, nous a communiqué depuis peu deux Cartes, qui lui ont été données par M. le Chevalier de *Fontenay*, qui commandoit les Vaiſſeaux *le Maurepas* & *le Pondichery*, qui ont mené

* 28. Mars 1705.

né le Legat du Pape aux *Indes*. L'on a marqué dans chacune de ces Cartes la route qu'ils ont faite jour par jour depuis le *Port-Louis*, dont ils ſont partis le 23 Avril 1703, juſqu'à *Malacca*; & depuis *Malacca* juſqu'au *Port-Louis*, où ils arriverent au mois d'Août de l'année 1704. Sur l'une de ces Cartes l'on a marqué la variation de l'aiman obſervée non-ſeulement dans le voyage de *France* aux *Indes*, mais même dans le retour, & il y en a un nombre beaucoup plus conſiderable que celui que M. *de May* avoit marqué ſur ſa Carte, dont nous avons déja fait le rapport à l'Academie.

Parmi ces obſervations il y en a pluſieurs qui ont été faites les mêmes jours que celles de M. *de May*. Il y en a auſſi quelques-unes dans la Carte de M. *de May* qui ne ſont pas marquées ſur la nouvelle Carte; de ſorte qu'il paroît qu'elles ont été faites par differens Obſervateurs, & peut-être même ſur deux Vaiſſeaux differens, celles qui ont été faites les mêmes jours ne s'accordant pas toutes préciſément, & y ayant dans quelques-unes quelque difference qui ne monte pas cependant à plus d'un demi-degré. La correſpondance que nous avons déja trouvée entre les variations obſervées par M. *de May* & celles qui étoient marquées dans la Carte de M. *Halley*, nous a porté à examiner celles que nous avons reçû depuis, & nous avons placé ſur la Carte de M. *Halley* toutes les obſervations qui ſont marquées ſur ces nouvelles routes, qui ſont au nombre de 94.

Pour les placer avec le plus d'exactitude qu'il nous a été poſſible, l'on a eu égard à la longitude qui eſt marquée dans ces Cartes differentes. Dans la Carte de M. le Chevalier de *Fontenay*

tenay le premier meridien paſſe par le *Cap-Verd*: la longitude du Cap de *Bonne Eſperance* y eſt marquée de 38^{d}: celle de l'Iſle de *Bourbon* ou de *Maſcaregne* où ils ont pris terre en allant & revenant de 76^{d}, de *Pondichery* de 102^{d} 30′, & de *Malacca* de 122^{d}.

Dans la Carte de M. *Halley*, qui prend pour terme des longitudes le meridien de *Londres*, la difference entre la longitude du *Cap-Verd* & celle du Cap de *Bonne Eſperance* y eſt marquée de 33^{d} $\frac{1}{2}$, plus petite de 4^{d} $\frac{1}{2}$ que dans la nouvelle Carte: celle qui eſt entre le Cap de *Bonne Eſperance* & l'Iſle de *Bourbon* de 38^{d}: entre l'Iſle de *Bourbon* & *Pondichery* de 25^{d} 40′, & entre *Pondichery* & *Malacca* de 23^{d}.

La difference entre la longitude du *Cap-Verd* & du Cap de *Bonne Eſperance* n'étant pas la même dans ces deux Cartes, l'on a fait la réduction neceſſaire pour placer ſur la Carte de M. *Halley* les lieux où la declinaiſon a été obſervée dans la nouvelle Carte, qui ſont compris entre les meridiens de ces deux Caps. Pour les autres differences qui ſont à peu près les mêmes, il n'a pas été beſoin d'y faire des réductions conſiderables.

L'on voit par la comparaiſon de ces obſervations qu'il y en a pluſieurs qui donnent la declinaiſon de l'aiman préciſément de même qu'elle eſt marquée dans la Carte des variations, & que la plus grande partie ne s'en éloigne pas de plus d'un degré. Il y en a quelques-unes qui different plus conſiderablement, principalement celles qui ont été obſervées dans le retour, depuis 106^{d} 50′ de longitude & 5^{d} de latitude meridionale, juſqu'à 81^{d} 30′ de longitude & 20^{d} 30′ de latitude meridionale. Ces obſervations

s'éloignent de celles qui ſont marquées dans la Carte des variations depuis 3 juſqu'à 8 degrez, & ne s'accordent pas même à celles qui ont été faites dans le voyage de *France* aux *Indes*, qui ſont un peu plus meridionales. Ainſi l'on peut conjecturer qu'il y a eu quelque cauſe particuliere qui a produit ces differences.

J'ai marqué dans le Memoire précedent, que ſi on trouvoit dans l'examen des obſervations de la variation de l'aiman faites dans pluſieurs autres routes, une conformité pareille à celle que l'on avoit trouvée dans celle que j'ai rapportée, l'on pourroit auſſi en faire quelque uſage pour la détermination des longitudes, principalement dans les mers qui ſont au-delà de l'Equateur, où les lignes qui marquent les variations coupent les paralleles plus perpendiculairement. Cela ſe trouve confirmé par quelques obſervations que le P. *Noël* nous a communiquées depuis peu de jours. Voici ce qu'il rapporte.

„ L'année 1684 en navigeant dans les *Indes*, „ je me ſuis apperçû par pluſieurs itineraires „ des Pilotes, & par les entretiens que j'ai eu „ avec eux, que la variation de l'éguille a de „ certains termes & des regles fixes du moins „ à l'égard de certains lieux de la terre; de „ ſorte que lorſqu'elle eſt arrivée à certains „ degrez Nord-Eſt ou Nord-Oueſt, elle retourne vers le Septentrion, & ne parcourt jamais tout le cercle; de ſorte qu'autrefois elle „ étoit Nord-Eſt en quelques lieux où elle eſt à „ préſent Nord-Oueſt. La difference annuelle „ de cette variation par la comparaiſon des itineraires de pluſieurs années, a été trouvée „ de $0^{d}9'30''$. Quand je retournai de la *Chine*

„ l'an

„ l'an 1702 au Cap de *Bonne Eſperance*, l'éguil-
„ le declinoit de 12d 30′ du Nord vers l'Oueſt.
„ A cent lieues de ce Cap vers les *Indes*, elle
„ étoit de 15d. A la pointe de l'Iſle de *Mada-*
„ *gaſcar* elle étoit de 27d beaucoup plus grande
„ que quand j'y paſſai la premiere fois en allant
„ aux *Indes*. Elle garde cette regle aſſez certai-
„ nement depuis le Port de *Liſbone* juſqu'aux
„ *Indes*; de ſorte que les Pilotes, par l'inſpec-
„ tion de la variation de l'éguille, ſavent cer-
„ tainement à quelle longitude de la terre & à
„ quel lieu ils ſont. Préſentement elle eſt fixe
„ dans le milieu du trajet entre le *Breſil* & l'*A-*
„ *frique*, c'eſt-à-dire, elle ne decline ni à l'Orient
„ ni à l'Occident. Il faut remarquer que l'é-
„ guille perd quelquefois ſa vertu par la ſuite
„ du temps, & par la mauvaiſe temperature
„ de l'air.

EXPERIENCES

Sur les diſſolutions & ſur les fermentations froides de M. Geoffroy, *réïterées dans les Caves de l'Obſervatoire.*

Par M. AMONTONS.

* APRE'S que M. *Geoffroy* eut donné ſes expériences ſur les diſſolutions & ſur les fermentations froides, j'eus la curioſité d'aſſigner leur place ſur la graduation de mon Thermometre, & d'y marquer les degrez de chaleur de

* 4. Avril 1705.

de ces experiences. Mais M. *Geoffroy* n'ayant déterminé que fort généralement & le Thermometre dont il s'eſt ſervi, & la temperature du lieu où il a fait ſes experiences, je le priai de vouloir bien que nous en réïteraſſions enſemble les plus conſiderables avec mes Thermometres dans les Caves de l'Obſervatoire, dont la temperature toûjours égale ſembloit mieux convenir pour ces experiences qu'aucun autre lieu.

Après avoir pris jour, je fis porter dès la veille dans ces Caves toutes les liqueurs & tous les Thermometres neceſſaires, entre leſquels il y en avoit deux fort ſenſibles à air & à eau ſeconde : j'y joignis un Barometre double pour m'aſſurer ſi le changement du poids de l'atmoſphere ne cauſeroit point d'erreur dans ces Thermometres qui ſont ouverts par le haut de leur tube. De ces deux Thermometres à air, l'un étoit deſtiné à reſter toûjours proche le Barometre en un lieu écarté, où l'on auroit ſoin à chaque fois qu'on ſe ſeroit ſervi de l'autre, de rapporter celui-ci auprès du premier pour le laiſſer revenir à la temperature des Caves, & pour s'aſſurer en même temps par l'obſervation du Barometre s'il n'y ſeroit point arrivé de changement de la part du poids de l'atmoſphere: Ces précautions priſes, nous fîmes le lendemain, M. *Geoffroy* & moi, les experiences ſuivantes.

PREMIERE EXPERIENCE.

Dans la pinte d'eau commune où M. *Geoffroy* dans ſes experiences particulieres avoit jetté quatre onces de ſel ammoniac, & où il dit que ſon Thermometre avoit baiſſé de trente-trois lignes,

lignes, celui à air baiſſa de huit pouces, qui par réduction valent dix-ſept lignes de la graduation de mon Thermometre. Ce qui marqueroit, ſi l'on pouvoit compter conſtamment ſur l'effet des experiences, que le Thermometre dont M. *Geoffroy* s'eſt ſervi ſeroit d'une ſenſibilité preſque double du mien, à quoi cependant il y a aſſez d'apparence, puiſque M. *Geoffroy* raporte que ſon Thermometre eſt un Thermometre ordinaire de dix-huit pouces de long, & que l'étendue du mien, de nos plus grands froids à nos plus grandes chaleurs eſt de 8 à 9 pouces.

Nous repetâmes la même experience, excepté qu'on ne jetta que demi-once de ſel ammoniac dans demi-ſeptier d'eau, & qu'on ſe ſervit d'un de mes Thermometres que je nomme à eſprit de vin, qui ne ſont cependant la plûpart qu'à eau de vie, lequel ne baiſſa que de dix lignes, c'eſt-à-dire ſept lignes moins que celui à air; dequoi nous pouvons donner deux raiſons: la premiere, que l'eau de vie recevant l'impreſſion plus lentement que l'air, l'effet du refroidiſſement eſt paſſé avant que toute l'eau de vie en ait reçû l'impreſſion entiere: la ſeconde, que la doſe du ſel ammoniac comparée à celle de l'eau étoit de moitié moindre.

SECONDE EXPERIENCE.

Dans la pinte d'eau commune où M. *Geoffroy* avoit jetté quatre onces de ſalpetre & où ſon Thermometre avoit baiſſé de quinze lignes celui à air baiſſa de cinq pouces quatre lignes, qui par réduction valent environ douze lignes de mon Thermometre.

La même experience ayant été repetée avec demi-

demi-once de ſalpetre dans demi-ſeptier d'eau avec mon Thermometre à eau de vie, il ne baiſſa que d'environ huit lignes.

TROISIE'ME EXPERIENCE.

Au lieu de la pinte d'eau commune où M. *Geoffroy* avoit jetté quatre onces de vitriol, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de douze lignes, nous ne mîmes que demi-once de vitriol dans demi-ſeptier d'eau; & mon Thermometre à eau de vie n'a ni baiſſé ni monté.

QUATRIE'ME EXPERIENCE.

Au lieu de la pinte d'eau commune où M. *Geoffroy* avoit jetté quatre onces de ſel marin, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de dix lignes, nous ne mîmes que demi-once de ſel marin dans demi-ſeptier d'eau; & mon Thermometre à eau de vie baiſſa à peine de demi-ligne.

CINQUIE'ME EXPERIENCE.

Dans les quatre onces de vinaigre diſtilé où M. *Geoffroy* avoit jetté une once de ſel ammoniac, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de vingt-ſept lignes, mon Thermometre à eau de vie ne baiſſa que de neuf lignes.

SIXIE'ME EXPERIENCE.

Dans les trois onces d'huile de vitriol où M. *Geoffroy* avoit jetté demi-once de ſel ammoniac, & où ſon Thermometre avoit baiſſé de quarante-deux lignes, mon Thermometre à eau de vie ne baiſſa que de neuf lignes.

A la vapeur de cette mixtion où M. *Geoffroy* rapporte que ſon Thermometre monta conſiderablement ſans marquer la quantité, le Thermometre à air ne monta que de quatre pouces deux lignes, qui par réduction ne valent que neuf lignes de mon Thermometre.

Dans cette derniere experience, & dans les 5e, 4e, 3e & 2e, l'effet du refroidiſſement eſt plus conſiderable par les experiences particulieres de M. *Geoffroy*, que par celles que nous avons faites conjointement.

SEPTIÉME EXPERIENCE.

Au lieu des quatre onces de vinaigre diſtilé dans leſquelles M. *Geoffroy* avoit jetté une once de ſel volatile d'urine, & où ſon Thermometre a baiſſé de vingt-une lignes, nous mîmes dans trois onces de vinaigre diſtilé demi-once de ſel volatile : ainſi la doſe du vinaigre diſtilé demi-once de ſel volatile : ainſi la doſe du vinaigre étoit plus forte que celle du ſel volatile : & mon Thermometre à eau de vie eſt baiſſé de quatorze lignes.

HUITIÉME EXPERIENCE.

Dans les trois livres de vinaigre diſtilé dans leſquelles M. *Geoffroy* après M. *Homberg* avoit jetté une livre de ſublimé corroſif & une livre de ſel ammoniac, & où il ne marque point l'abaiſſement de ſon Thermometre, le mien à eau de vie baiſſa de trente lignes ; ce qui eſt préciſément l'endroit de la congelation de l'eau commune : & le Thermometre à air baiſſa de dix-ſept pouces, qui par réduction valent trente-

trente-ſept lignes de mon Thermometre ; ce qui eſt ſept lignes plus que la congelation de l'eau : d'où on peut conclure que cette mixtion empêche l'eau de ſe geler, quoiqu'elle lui cauſât un plus grand froid qu'il ne lui en faut pour cela : peut-être auſſi n'eſt-ce qu'à cauſe que ce froid n'eſt qu'inconſtant.

Outre ces experiences que M. *Geoffroy* a rapporté dans les Memoires de 1700, nous fîmes encore les trois ſuivantes.

NEUVIE'ME EXPERIENCE.

Dans demi-ſeptier d'eau commune demi-once de ſel de tartre fit monter le Thermometre à eau de vie, de treize lignes.

DIXIE'ME EXPERIENCE.

Dans une pinte d'eau où il y avoit quatre onces de ſel de tartre, le Thermometre à air a monté cinq pouces trois lignes, qui par réduction valent un peu plus d'onze lignes de mon Thermometre.

XI. ET DERNIERE EXPERIENCE.

Dans une chopine d'eſprit de vin, demi-ſeptier ou chopine d'eau a fait monter le Thermometre à air ſept pouces, qui par réduction valent quinze lignes de mon Thermometre.

SUITE

SUITE DES ESSAIS DE CHIMIE.

ARTICLE TROISIE'ME.

DU SOUPHRE PRINCIPE.

Par M. HOMBERG.

* NOUS nous appercevons d'une matiere ſenſiblement huileuſe ou graſſe dans les Analyſes de tous les Animaux, de toutes les Plantes & de quelques uns des Mineraux, laquelle juſqu'à preſent a été priſe pour le principe Chimique du Souphre: mais comme, ſelon nôtre idée, nous ne prenons pas pour principe Chimique les matieres qui pourront être diviſées par nos Analyſes en matieres plus ſimples, & que les huiles, telles que nos Analyſes nous les donnent, ſe peuvent réduire par une Analyſe particuliere en des matieres plus ſimples qui compoſent ces huiles, elles ne peuvent pas être nôtre Souphre principe.

Puis ayant ſuppoſé dans le commencement de ces Eſſais que le Souphre principe eſt le ſeul principe actif, qui doit par conſéquent ſe trouver dans tous les mixtes, & que cette matiere ſenſiblement huileuſe, manquant dans la plus grande partie des matieres minerales, elle

* 22 Avril 1705.

elle ne pourra pas être nôtre ſeul principe actif.

Dans les Analyſes que nous avons fait des huiles, toute leur ſubſtance ſe réduit en beaucoup de liqueur aqueuſe, en une partie de terre inſipide, & en un peu de ſel en partie fixe, en partie volatile, le vrai Souphre principe qui lioit ces autres principes enſemble pour en faire de l'huile ſe perd abſolument dans l'Analyſe, parceque tout le ſoin de l'Artiſte dans cette operation ne va qu'à ſéparer les principes les uns des autres; & comme le Souphre principe ne peut pas nous être ſenſible que pendant qu'il eſt joint à quelqu'un des autres principes qui lui ſerve de vehicule, comme nous l'avons remarqué dans nôtre premier Article, il échapera toûjours à celui qui voudra le dépouiller de toute matiere heterogene.

Nous pouvons conſiderer la matiere ſulphureuſe mêlée ou enchaſſée dans quelque matiere aqueuſe, ſaline, terreuſe ou mercurielle, & alors elle nous paroîtra ſous differentes figures, d'eſprit de vin, d'huile, de bitume, de matiere metallique, &c. qui ne ſont pas nôtre Souphre principe.

Nous la pouvons conſiderer auſſi toute pure & ſans aucun mêlange: c'eſt dans cette derniere ſignification que nous l'appellerons nôtre ſeul principe actif, laiſſant aux premiers mêlanges le nom ſimplement de Souphres ou de matieres ſulphureuſes.

Tous les mixtes qui paſſent par une Analyſe rigoureuſe ou très-exacte, perdent, comme nous avons dit, le Souphre principe qui avoit compoſé ces mixtes; enſorte que plus l'Artiſte ſe met en peine de le débrouiller, moins il le trouve. Nous n'avons donc aucune connoiſ-

ſance

ſance poſitive du Souphre principe par le moien de nos Analyſes, ou par la décompoſition des mixtes; ce qui m'a fait penſer que l'on pourroit peut-être en découvrir quelque choſe dans les compoſitions de mixtes artificiels. En effet, pluſieurs operations de cette nature m'ont donné des indices que c'eſt la matiere de la lumiere qui eſt nôtre Souphre principe, & le ſeul principe actif de tous les mixtes.

Pour rendre cette opinion intelligible & vraiſemblable, il faut que je faſſe concevoir premierement que la matiere de la lumiere eſt toûjours agiſſante, ce qui me paroît un attribut inſéparable du principe actif. En ſecond lieu que cette matiere ſe peut introduire dans les autres principes, les changer de figure, les augmenter de poids & de volume, & les joindre differemment enſemble pour en produire tous les mixtes qui nous tombent ſous les ſens, ce qui eſt le caractere que nous donnons à nôtre Souphre principe.

Pour établir le premier, ſavoir que la matiere de la lumiere eſt toûjours agiſſante, il faut que je ſuppoſe d'abord que cette matiere eſt la plus petite de toutes les matieres ſenſibles; de ſorte qu'elle paſſe librement au travers & par les pores de tous les corps que nous connoiſſons, c'eſt-à-dire que l'aſſemblage des parties de tous les autres corps laiſſe d'aſſez grands vuides entr'elles, pour donner un paſſage très-libre à la matiere de la lumiere; d'où il s'enſuit que tous les autres corps ne ſont pas capables de pouſſer & de mouvoir la matiere de la lumiere, à peu près comme une raquette pour jouer à la paume n'eſt pas capable d'enlever des grains de ſable, parceque les mailles

de

de la raquette ſont incomparablement plus larges que les grains de ſable ne ſont gros ; & par conſéquent pour mouvoir & pour pouſſer une certaine maſſe de la matiere de la lumiere, il faudra un corps très-ſolide dont les pores ſoient remplis & bouchez par la matiere de la lumiere même, qui s'y ſoit arrêtée, au moins pour un temps, pour empêcher le paſſage à toute autre matiere de la lumiere, que ce corps pourra rencontrer lorſqu'il remuera ou qu'il changera de place.

Mais comme tout corps qui a des pores a auſſi des parties ſolides, qui ne ſont pas aiſément pénétrées par la matiere de la lumiere, ces parties ſolides pouſſeront & déplaceront toûjours la matiere de la lumiere qu'elles rencontreront en leur chemin ; mais ce n'en ſera qu'une petite partie, qui ne ſera pas conſiderable pour la production de la plûpart des effets de la matiere de la lumiere, comme par exemple les grains de ſable qui toucheront les cordes & le bois de la raquette ne laiſſeront pas d'en être pouſſez, mais ils ſeront en très-petit nombre en les comparant à ceux qui paſſeront au travers des mailles de la raquette.

Je ſuppoſe en ſecond lieu que la flame eſt un mêlange de la matiere de la lumiere avec l'huile du bois ou de quelqu'autre corps que ce ſoit qui brûle, & que cette huile étant la partie ſulphureuſe du mixte, c'eſt-à-dire celle dans laquelle s'eſt arrêtée la matiere de la lumiere qui agit dans ce mixte, elle eſt plus propre qu'aucune autre partie de ce mixte pour en recevoir & pour en retenir une plus grande quantité lorſqu'elle ſe preſentera pour la pénétrer. La matiere de la lumiere étant entrée

en

en assez grande quantité dans cette huile, elle en étend la masse & en augmente le volume autant que l'huile est capable de s'étendre, & en remplit en même temps tous les interstices de sa propre substance. Ce mêlange pour lors devient ce que nous appellons flame, c'est-à-dire un corps huileux sans pores, ou dont les pores sont exactement remplis de la matiere de la lumiere qui s'y est arrêtée: la flame est par conséquent plus solide, dans ce sens, que tous les autres corps que nous connoissons, elle est continuellement agitée & enlevée par l'air, & ne donne aucun passage à la matiere de la lumiere qu'elle rencontre dans l'air qu'elle traverse; & comme la flame se fait place pour passer au travers de l'air, & qu'elle change continuellement de figure, elle pousse & elle range la matiere de la lumiere qu'elle touche immédiatement, & qui est répandue dans les interstices de l'air qui l'environne.

Tous les interstices de l'air étant pleins de la matiere de la lumiere, celle qui est immédiatement déplacée par la flame, déplace & pousse sa voisine tout à l'entour d'elle, & ainsi de suite une grande quantité de cette matiere est poussée & remuée selon le mouvement & selon la grosseur de la flame, c'est-à-dire selon le plus ou le moins de volume que cette flame prendra successivement dans l'espace qu'elle occupe. Tous les corps qui se trouveront dans la sphere sensible de ce mouvement, en seront pressez plus ou moins fortement qu'ils seront proches de la flame qui est le centre de cette sphere.

Je suppose encore que tout l'Univers est

rempli de la matiere de la lumiere, & que le Soleil & toutes les étoiles fixes qui ſont répandues dans l'eſpace infini de l'Univers ſont autant de flames, dont le principal office eſt de remuer & de pouſſer continuellement cette matiere de la lumiere, qui par-là heurte & pénétre tout ce qu'elle rencontre de corps poreux dans tout cet eſpace immenſe qui en eſt rempli. Et comme tous les corps opaques ſont un ombre à l'oppoſite du Soleil, c'eſt-à-dire un eſpace où la matiere de la lumiere eſt moins pouſſée que dans les endroits qui ſont immédiatement expoſez au Soleil, les flames particulieres que nous faiſons par le moyen des matieres combuſtibles, ſuppléent à l'abſence du Soleil, tant pour les actions en général de la matiere de la lumiere, que pour celle en particulier qui produit en nous la ſenſation de la vûe.

Il eſt donc conſtant, ſelon ces ſuppoſitions, qui ſont vraies, que la matiere de la lumiere eſt continuellement en mouvement & agiſſante ſur tous les corps poreux qui ſont dans l'Univers; ce qui ſuffit pour l'éclairciſſement du premier point.

Quant au ſecond, où nous nous ſommes engagé de faire voir que la matiere de la lumiere ſe peut introduire dans les autres principes, les changer de figure, les augmenter de poids & de volume, & les joindre differemment enſemble, ce que nous avons mis pour le caractere de nôtre Souphre principe, il ſuffira de rapporter ici quelques-uns des faits qui ont été l'occaſion de l'idée que je propoſe préſentement.

Le mercure commun ayant été purifié ſuffiſamment par le fer & par l'antimoine, devient plus vif & plus liquide qu'il n'étoit avant cette purification:

cation: cependant en le mettant en digeſtion à une chaleur qui lui convient, il arrive que ce mercure, ſans y ajoûter aucune autre matiere ſenſible, s'arrête peu à peu & ne coule plus, contre le naturel de ce mineral, ſe changeant en une poudre noire, blanche ou rouge, ſelon qu'il plaît à l'Artiſte; cette poudre plus peſante que n'étoit le mercure quand on l'a mis en digeſtion, & enfin de très-volatile qu'étoit ce mercure, juſqu'à ſe ſublimer par un petit feu de lampe, il devient par une longue cuiſſon ſi pareſſeux au feu, qu'il en ſouffre la rougeur pendant plus de vingt-quatre heures, & en le pouſſant vivement au feu nud, la plus grande partie s'en va à la verité en fumée, mais il reſte un petit grain de métail dur, qui s'eſt formé dans ce mercure.

En examinant cette operation, l'on voit premierement qu'il s'eſt introduit quelque choſe dans ce mercure, puiſqu'il eſt devenu plus peſant: ſecondement que ce qui s'y eſt introduit l'a changé de nature, puiſqu'il ne coule plus, & qu'il devient en partie malleable: troiſiémement ce qui s'y eſt introduit s'unit parfaitement au mercure, de ſorte que le grand feu ne l'en ſauroit ſeparer, puiſqu'il reſte un grain de métail, qui eſt à l'abri de la violence du feu.

Il ne ſervira de rien de dire ici qu'il n'y a qu'une très-petite quantité, peut-être, un deux-centiéme du mercure qui devient metail malleable, il ſuffit qu'il y en ait un peu; il y en auroit peut-être eu davantage ſi on l'avoit laiſſé pendant pluſieurs années en digeſtion, ou ſi on l'avoit traité d'une autre maniere qui pourroit être meilleure que celle dont on s'eſt ſervi.

Cependant en toute cette operation il n'y a eu que le feu ſeul qui ait touché le mercure, non pas immédiatement, mais au travers d'un vaiſſeau de verre. Nous avons dit ci-deſſus que le feu ou la flame n'eſt autre choſe qu'un mêlange de la matiere de la lumiere & de l'huile du charbon, ou de quelqu'autre corps qui brûle; on ne pourra pas dire ici que c'eſt l'huile de ce charbon qui a échauffé le fourneau, qui ſe ſoit introduit & reſté dans le mercure pour le rendre plus peſant, puiſque l'huile ne ſauroit paſſer par les pores du verre: c'eſt donc la partie du feu qui s'eſt ſeparée de l'huile du charbon, c'eſt-à-dire la matiere de la lumiere qui compoſoit avec l'huile du charbon la flame qui a échauffé le fourneau, & cela doit neceſſairement être ainſi; parce qu'aucune autre matiere que celle de la lumiere n'a pû paſſer au travers des pores du verre pour ſe joindre au mercure. Nous pouvons donc être aſſuré qu'il n'y a que la matiere de la lumiere ſeule qui s'eſt introduite dans nôtre mercure, que c'eſt cette matiere qui l'a rendu plus peſant & qui l'a changé de nature.

Nous avons un fait inconteſtable qui confirme ce que je viens de dire, & qui prouve que la matiere de la lumiere ſeule, & ſans l'approche ou le mêlange de quelque matiere combuſtible, ſe peut introduire dans un corps, y reſter, le rendre plus fixe & l'augmenter conſiderablement de poids: C'eſt la calcination du regule d'antimoine aux rayons du Soleil par le miroir ardent.

M. *Duclos* a fait cette operation autrefois avec un des miroirs ardens de l'Obſervatoire. Il marque d'avoir trouvé près de deux gros d'aug-

d'augmentation ſur quatre onces de regule, ce qui fait environ un ſeiziéme du total : mais comme les miroirs ardens ſont fort incommodes pour cette operation, à cauſe de la reflexion des rayons du Soleil qui s'y fait de bas en haut, je l'ai fait plus aiſément avec le grand verre ardent de Monſeigneur le Duc d'*Orleans* : J'y ai expoſé quatre onces de regule de Mars en poudre environ un pied & demi éloigné du vrai foyer du verre ardent; je l'ai remué de temps en temps avec une cuilliere de fer, juſqu'à ce qu'il n'en ſortit plus de fumée, qui avoit été très-épaiſſe & en grande quantité pendant le temps de la calcination; de ſorte que l'on y auroit pû ſoupçonner plûtôt beaucoup de diminution, qu'une augmentation de poids. Cependant après une bonne heure d'expoſition à ce degré de chaleur, le regule n'y fumant plus, il a peſé quatre onces trois gros & quelques grains, ce qui fait une augmentation environ d'un dixiéme.

J'ai voulu voir ſi cette augmentation reſteroit après la fonte de ce regule calciné, je l'ai donc expoſé au vrai foyer du verre ardent, il s'y eſt fondu promptement en un verre orangé, qui n'a peſé que trois onces & demie, c'eſt-à-dire qu'il a perdu dans la fonte un huitiéme du total & les trois gros d'augmentation.

Il y a toute apparence que cette augmentation n'eſt provenue que des rayons du Soleil, ou de la matiere de la lumiere qui s'eſt engagée dans le regule pendant le peu de temps qu'il a été expoſé au verre ardent, puiſqu'aucune autre matiere ne l'a pû toucher pendant tout le temps de la calcination : ce regule ayant été expoſé enſuite à une plus forte chaleur, c'eſt-

à-dire au vrai foyer de ce verre ardent, l'impetuoſité de ce foyer, en fondant ce regule calciné, a enlevé tout ce que la chaleur moderée y avoit introduit.

Mais comme dans la fonte il s'eſt trouvé une demie-once de perte ſur les quatre onces de regule, nous pouvons croire que la groſſe fumée qui s'eſt évaporée pendant le temps de la calcination, a été cette demie-once de regule qui s'eſt trouvée perdue après la fonte, & qu'ainſi nous devons compter ſept gros d'augmentation par les rayons du Soleil, puiſqu'après la calcination le regule a peſé quatre onces trois gros, qui font ſept gros de plus que ce qui eſt reſté après la fonte; ce qui eſt un effet très-ſenſible, & l'on ne ſauroit douter qu'il ne ſoit produit par la matiere de la lumiere.

La fabrique du minium, celle de la chaux vive, & pluſieurs autres operations prouvent la même choſe, avec d'autres circonſtances que je rapporterai une autre fois. Il ſuffit que par cette derniere operation j'aye prouvé que la matiere de la lumiere s'introduit dans les corps poreux, s'y arrête & en augmente le poids & le volume, & que par la précedente operation j'aye prouvé que la matiere de la lumiere qui s'eſt engagée dans le mercure y eſt reſtée inſéparablement, même au grand feu, & qu'elle a changé la forme du mercure en celle du métail malleable & ductile.

J'ai mieux aimé donner à nôtre Souphre principe le nom de matiere de la lumiere, que celle de la matiere du feu, quoique ce ſoit proprement la même choſe, & cela pour éviter l'équivoque que le mot de feu pourroit laiſſer dans l'eſprit de quelques-uns; parceque le mot

mot feu ſignifie communément trois choſes qui ne laiſſent pas d'être eſſentiellement diſtinctes, dont la premiere ſignification & la plus groſſiere eſt celle de l'attribuer à un corps actuellement embraſé, comme par exemple à un fer rouge, aux charbons ardens, au bois qui brûle, &c. La ſeconde & la plus commune eſt celle de l'attribuer à la flame qui rougit le fer, qui rend les charbons ardens, & qui enflame le bois: mais la troiſiéme ſignification & la plus propre eſt celle qui produit la flame, laquelle fait tous ces autres effets que nous remarquons dans le fer rouge, dans les charbons ardens, &c. ce qui n'eſt autre choſe que la matiere de la lumiere lorſqu'elle pénétre en aſſez grande quantité un corps combuſtible, comme nous l'avons expliqué dans le commencement de cet article.

Etant donc perſuadé que la matiere de la lumiere eſt la ſeule qui peut pénétrer très-librement tous les corps poreux, & qui eſt la ſeule qui agit toûjours, comme nous l'avons montré dans la premiere partie de cet article; & que cette matiere eſt capable de s'introduire dans tous les autres corps, de s'y arrêter & de les changer par-là de figure, de poids & de volume, nous avons crû que nulle autre matiere ne pouvoit être nôtre Souphre principe & nôtre ſeul principe actif, que la matiere de la lumiere.

Nous nous contenterons pour le préſent de l'avoir établi, il reſte maintenant à montrer de quelle maniere cette matiere agit ſur les autres principes pour produire les matieres ſulphureuſes connues, de combien d'eſpeces ſont ces matieres ſulphureuſes, & en reconnoître

les proprietez & les effets, ce que nous tâcherons de faire dans un autre Memoire.

NOUVELLES REMARQUES SUR L'AIMAN, ET SUR LES AIGUILLES AIMANTE'ES.

Par M. DE LA HIRE le fils.

* JE n'entreprends pas dans ce Memoire de donner un nouveau Syſtême de l'Aiman, ni de rapporter ce qui eſt déja connu des vertus de cette pierre, & de tous les effets qu'on a remarquez tant à la pierre qu'aux aiguilles d'acier qui en ſont touchées. Je tâcherai ſeulement d'éclaircir quelques difficultez qui ſe rencontrent dans les obſervations des aiguilles aimantées, avec quelques remarques particulieres ſur la nature de l'Aiman, & ſur la comparaiſon qu'on peut faire d'une pierre d'Aiman avec le globe de la Terre, que l'on peut conſiderer comme un veritable Aiman, par toutes les experiences qu'on en fait.

On ſait aſſez que les obſervations de la variation de l'aiguille aimantée qu'on peut faire ſur mer dans les Vaiſſeaux, eſt ſujette à beaucoup d'erreurs, à cauſe du fer qui y eſt en grande

* 22. Avril 1705.

de quantité, & qui par ſes differentes poſitions doit détourner l'aiguille de ſa veritable direction, ſans parler de la conſtruction de cette aiguille ou compas, comme on l'appelle ſur mer, qui eſt trop groſſiere pour donner une declinaiſon fort exacte. Mais les obſervations que nous faiſons à préſent ſur terre avec de très-grandes aiguilles & très-délicatement ſoûtenues, comme celle de 8 pouces de longueur dont nous nous ſommes ſervis les premiers depuis l'année 1682, après avoir déterminé un plan meridional avec toute la juſteſſe poſſible, & fort loin de toute matiere ferrugineuſe pour y appliquer le côté de la boete, nous ont aſſuré de la juſte declinaiſon de l'aiguille & de ſa progreſſion, ce que nous appellons variation, comme on le peut voir dans les Memoires que nous en avons donné au public en differentes occaſions.

Mais comme quelques Philoſophes ont penſé, non ſans quelque apparence de raiſon, ſi les aiguilles touchées avec differentes pierres ne donnoient pas differentes declinaiſons, à cauſe des varietez qu'on y trouvoit en un même lieu par differentes aiguilles, on a tâché de découvrir ſi ces inégalitez ne viendroient point de la fabrique des aiguilles, & non-pas des differens Aimans qui les ont touchées.

Car les aiguilles qui ont été touchées par une pierre, ont ſeulement reçû de la pierre une diſpoſition dans leurs pores, pour y laiſſer paſſer la matiere magnetique qui circule autour de la terre ſuivant une certaine direction; de la même maniere que les pierres d'Aiman l'ont reçûe de cette même matiere dans le temps de leur formation. Ainſi ce ne ſeront pas les dif-

ferens Aimans qui pourront donner une differente vertu aux aiguilles, leſquelles ne ſe dirigent que ſuivant le cours de la matiere magnetique, qui étant le même dans un même endroit de la terre, doit leur donner la même direction qu'elle a. Mais quoique la matiere magnetique agiſſe également & ſuivant une même direction dans un même endroit, elle peut neanmoins en être détournée diverſement ſuivant la differente figure & la diſpoſition des corps qui ſont capables de la recevoir; comme on ſait qu'il arrive à deux pierres d'Aiman ſuſpendues librement l'une aſſez proche de l'autre, ou à deux aiguilles aimantées poſées ſur leur pivot, & qui ne ſeront pas placées dans la ligne de la direction de l'Aiman, à cauſe du cours de la matiere magnetique qui rencontre ces corps diverſement placez & diſpoſez pour la recevoir.

C'eſt ce qui a donné lieu de penſer que les aiguilles, qui portent à leurs extrémitez deux pieces d'acier leſquelles ſont jointes par un fil délié, pourroient être à peu près comme deux pierres d'Aiman differentes en force & en figure, éloignées l'une de l'autre & jointes enſemble par quelque corps moyen; & ſi ces deux pieces d'acier ſont de telle nature ou figure que la matiere magnetique ſe dirige diverſement dans l'une & dans l'autre, & qu'il y en ait une qui reçoive une plus forte impreſſion que l'autre lorſqu'on les aimante, il s'enſuivra neceſſairement que l'aiguille prendra une direction compoſée des deux & differente de celle du tourbillon magnetique de la terre. Ainſi ces ſortes d'aiguilles pourront donner des declinaiſons fort differentes les unes des autres,

&

& de celles qui ſeront conſtruites d'une autre façon.

Les aiguilles qui ſont larges dans leur milieu & qui ſe terminent en pointe des deux côtez, ne ſont pas ſi ſujettes à ces irrégularitez que les autres qui portent deux pieces d'acier aux deux bouts; mais on ne peut pas dire qu'elles en ſoient entierement exemtes, à cauſe des inégalitez de la matiere dont elles ſont compoſées, & de leur figure qui ne ſauroit être parfaite.

C'eſt pour en découvrir quelque choſe que nous avons fait quatre aiguilles de bouſſole plus fortes dans leur milieu que vers les extrémitez, & leſquelles ſe terminoient en pointe déliée. Elles avoient chacune 8 pouces de longueur, & deux de ces aiguilles étoient les plus droites & les plus égales qu'il étoit poſſible; une autre étoit courbée en *S*, & la derniere en arc. On aimanta l'une des droites & les deux courbes avec une très-bonne pierre d'aimant que nous avons entre les mains, laquelle peſe 7 livres, & qui a aſſez de force pour détourner une aiguille de bouſſole à plus de ſix piez de diſtance, enſorte qu'elle a autour d'elle un tourbillon ſenſible de plus de 12 piez de diamêtre: l'autre aiguille droite fut aimantée avec une pierre très-forte qui appartient à M. *Butterfield.*

Nous examinâmes la boete de la bouſſole, laquelle eſt longue, pour nous aſſurer ſi les côtez étoient paralleles entr'eux, & à la ligne paſſant par le pivot & par les premiers points de la diviſion des deux arcs de cercle qui ſervent à meſurer la quantité de la declinaiſon par rapport à la pointe du pivot; & le tout étant

bien rectifié, nous avons reconnu par plusieurs observations que les deux aiguilles droites & celle qui étoit courbée en *S* avoient leurs pointes & le fond de la chapelle où s'applique le pivot parfaitement dans une ligne droite. Pour celle qui étoit courbée en arc, nous avons trouvé qu'elle s'éloignoit de la ligne droite par l'une de ses extrémitez de 2° 20′.

Ensuite le 28 de Mars de cette année 1705, nous avons mis dans la boete l'aiguille droite qui avoit été aimantée avec nôtre pierre, & qui est l'aiguille dont nous nous servons ordinairement pour prendre la declinaison de l'Aiman, & le côté de la boete étant placé contre nôtre plan meridional ordinaire, cette aiguille nous a marqué 9° 25′ de declinaison vers l'Oüest, ce qui convient aux observations que nous en avions faites il y a quelques mois. Après cela nous y avons mis l'autre aiguille droite qui avoit été aimantée avec la pierre de M. *Butterfield*, & nous avons trouvé qu'elle donnoit exactement la même declinaison de 9° 25′. Cependant une autre aiguille plus grande que celle-ci, qui avoit deux pieces d'acier à ses extrémitez, & qui avoit été aimantée avec cette même pierre, nous avoit donné quelque temps auparavant dans le même endroit la declinaison de 9° 52′, quoique l'on eut fait l'observation avec une très-grande exactitude. Enfin l'aiguille courbée en *S* ne nous a marqué que 8° 45′, & pour la derniere qui étoit en arc, elle n'a donné que 8° 22′.

On pourroit donc conclurre de ces observations que les aiguilles aimantées avec differentes pierres, ne donnent pas differente declinaison, comme nous l'avions pensé d'abord;

& que s'il y avoit quelque difference, elle ne pourroit venir que de la matiere inégale & heterogene, ou de la figure de l'aiguille, ce qui nous a été confirmé par les deux aiguilles droites.

Pour celle qui étoit courbée en *S*, on voit que ſes deux moitiez étant poſées de biais par rapport à la ligne droite qui paſſe par ſes extrémitez, la pointe qui regardoit le Nord ne nous a marqué que 8° 45′ au lieu de 9° 25′ comme les autres, ce qui pourroit venir du composé des directions de la matiere magnetique dans les deux parties de l'aiguille qui n'étoient pas en ligne droite, & peut-être auſſi de la matiere de l'aiguille.

Celle qui étoit en arc nous a fait voir que la ligne droite qui auroit paſſé par ſes deux pointes auroit eu 9° 32′ de declinaiſon, ce qui s'écarte peu des obſervations des aiguilles droites. Ainſi toutes ces obſervations ſerviront à confirmer que les differens Aimans dont les aiguilles ſont touchées ne leur doivent pas cauſer de differentes declinaiſons, mais ſeulement leur figure ou leur matiere inégale.

Sur les inégalitez de la variation de l'Aiman.

Nous ne rapporterons point ici ce que l'on trouve ſur les differentes declinaiſons de l'Aiman dans pluſieurs Auteurs dont la certitude des obſervations pourroit être ſuſpecte; mais nous donnerons ſeulement celles que nous avons faites nous-mêmes en les comparant avec quelques-unes dont nous pouvons être très-aſſurez.

M. *Picard* rapporte à la fin de la page 17 de

la mesure de la terre qu'il avoit observé à *Paris* dans l'été de l'année 1670, qu'une aiguille de bousſole de 5 pouces declinoit du Nord au Couchant de 1° 30′, & que cette même aiguille dans l'année 1666 n'avoit aucune declinaiſon ſenſible; mais qu'en 1664 elle declinoit de 40′ vers l'Orient, le changement ayant été de 20′ chaque année.

Nous trouvons auſſi dans les obſervations manuſcrites de M. *Picard*, qu'en 1680 le premier Juillet la declinaiſon de cette même aiguille étoit de 2° 40′, & par conſéquent depuis 1670 juſqu'en 1680 la declinaiſon n'auroit augmenté que de 1° 10′ ou 70′, ce qui donneroit par an ſeulement 7′, ce qui eſt fort éloigné de 20, comme ſes premieres obſervations le marquoient.

Nous avons fait depuis ce temps-là à l'Obſervatoire un grand nombre d'obſervations de la declinaiſon de l'Aiman avec l'aiguille de 8 pouces dont nous avons déja parlé, & dont nous rapporterons ſeulement les principales.

En 1683 le 10 Mars nous trouvâmes que l'aiguille declinoit de 3° 50′ vers le couchant.

En 1684 à la fin de l'année elle declinoit de 4° 10′.

A la fin de l'année 1685 elle parut encore decliner de 4° 10′.

A la fin de 1686 elle declinoit de 4° 30′.

A la fin de 1692 elle declinoit de 5° 50′.

Vers la fin de 1693 de 6° 20′.

A la fin de 1696 de 7° 8′.

A la fin de 1698 de 7° 40′.

En 1700 de 8° 12′.

En 1701 de 8° 25′, comme je l'ai marqué dans les Ephemerides que j'ai faites de ces années-là.

Et

Et enfin dans les derniers mois de l'année 1704 elle étoit de 9° 20′.

Si l'on conſidere toutes ces obſervations ſéparément, on voit que la declinaiſon n'augmente pas également, & que quelquefois elle paroît être la même dans deux années differentes; mais enſuite on voit qu'elle avance plus qu'elle n'auroit dû faire. C'eſt-pourquoi ſans entrer dans les raiſons qui peuvent cauſer ces petites variations, on a crû qu'il valoit mieux comparer les obſervations éloignées pour en conclurre la variation de declinaiſon, puiſqu'auſſi bien il ne ſemble pas que depuis qu'elle a commencé à ſe détourner vers le couchant, elle ſe ſoit augmentée ou ralentie juſqu'à préſent. Et ſans avoir égard à l'obſervation de M. *Picard* de 1680, nous trouverons que pour 38 années, c'eſt-à-dire depuis 1666 juſqu'à la fin de l'année derniere, la déclinaiſon aura augmenté de 9° 20′, ce qui donnera pour chaque année environ 14′ ⅓, qui eſt à peu près ce que donnent les obſervations rapportées ci-deſſus.

On voit auſſi dans quelques obſervations anciennes de l'aiguille aimantée, que dans l'année 1580 en ces pays-ci la declinaiſon étoit de 11° 30′ à l'Eſt, laquelle étant comparée avec celle de 1666 où il n'y en avoit point, donne un peu moins de 8′ par an, ce qui pourroit faire croire que la variation n'auroit pas été ſi grande dans ces temps-là qu'elle eſt à préſent.

Il eſt très-difficile de pouvoir meſurer & eſtimer exactement les minutes ſur un petit cercle de 4 pouces de rayon, outre que la matiere magnetique du tourbillon de la terre n'eſt pas aſſez forte pour ramener exactement une grande

de aiguille ſur le même point. C'eſt-pourquoi on ne doit pas s'étonner ſi d'une année à l'autre on trouve quelquefois des differences aſſez grandes. Mais nous rapportons ce que nous trouvons par l'obſervation, & non-pas ce que nous pourrions conclurre par les obſervations précedentes.

Nous avons un Livre Eſpagnol intitulé *Theatre Naval Hydrographique fait par Dom Franciſco de Seylas & Louera*, où cet Auteur prétend que les variations de la declinaiſon de l'aiguille aimantée viennent de deux cauſes: l'une des differentes mines d'Aiman qui ſe rencontrent dans la terre en differens endroits, & l'autre par la nature des pierres d'Aiman dont les aiguilles ſont touchées.

Pour la premiere, on ne peut pas douter que de gros rochers d'Aiman ne détournent les aiguilles des bouſſoles lorſqu'elles en ſont proches; mais qu'à une très-grande diſtance ils puiſſent faire quelque effet, cela paroît ſouffrir quelque difficulté.

Pour la ſeconde, l'Auteur ſe fonde ſur des experiences qu'il a faites dans une mine d'Aiman qu'il découvrit dans la Province de *Honduras* en *Amerique*. Il dit que cette mine étoit compoſée de deux veines principales, l'une s'étendoit du Nord au Sud, & l'autre de l'Eſt à l'Oueſt.

Il trouva dans la veine qui s'étendoit du Nord au Sud une ligne de deux doigts de large qui étoit d'un excellent Aiman, & lorſqu'il poſa au long de cette ligne une aiguille de bouſſole, elle n'avoit aucune declinaiſon; mais quand il la poſa ſur l'autre veine qui alloit de l'Eſt à l'Oueſt, elle avoit une declinaiſon ſenſible

ſible d'un côté & d'autre de celle du milieu. Il ajoûte qu'il reconnut par-là que la veine Nord & Sud dominoit ſur l'autre.

Tout ce qu'il dit paroît vrai-ſemblable; mais ce n'eſt pas à dire pour cela que quand ces pierres ſont tirées hors de la mine & qu'une aiguille en a été touchée, elle doive ſuivre la direction de la pierre dans la mine par rapport au Nord & au Sud, puiſque l'aiguille ne ſe dirige pas ſuivant cette direction de la pierre, mais ſeulement ſuivant celle du tourbillon magnetique de la terre. Car autrement ſi l'on touchoit la pointe d'une aiguille avec le côté d'une pierre lequel regarde l'Eſt ou l'Oueſt dans ſa ſituation libre, il s'enſuivroit que la pointe de cette aiguille ſe dirigeroit vers l'Eſt ou vers l'Oueſt, ce qui eſt contraire à toutes les experiences.

Il ajoûte encore qu'il fit fondre de cette mine d'Aiman, & qu'il en tira du fer qui avoit la même vertu que la mine. Cependant nous ſavons que l'Aiman rougi au feu perd toute ſa vertu, & à plus forte raiſon quand il a été fondu il n'en doit plus rien retenir.

Il mit deux petits morceaux de ce fer aux extrémitez d'une aiguille, & il dit qu'elle ne varia jamais ni ſur terre ni ſur mer. Cette circonſtance fera douter de tout ce que rapporte cet Auteur ſur l'Aiman, parceque cela ne paroît pas poſſible, d'autant que l'on ſait que deux Aimans inégaux en force étant ſuſpendus, le plus fort fait varier le plus foible, & par conſéquent, ſelon ce qu'il a avancé d'abord, ſon aiguille, plus foible ſans doute que les rochers d'Aiman qui ſe trouvent dans le trajet d'*Amerique* en *Europe*, & qui cauſent les grandes varia-

riations qu'on y obſerve, auroit dû avoir quelque variation, ce qu'il dit n'être point arrivé.

De la converſion du Fer en Aiman.

Si toute la difference qui eſt entre l'Aiman & le Fer aimanté ne conſiſte qu'en ce que l'Aiman eſt une pierre qui peut ſe rompre & ſe réduire en pouſſiere très-fine, au contraire du fer qui ne peut ſe caſſer & ſe réduire en pouſſiere ſi l'on veut le broyer, à cauſe que ſes parties ſont liantes & molles; il eſt certain que le fer rouillé qui a une vertu magnetique, de quelque maniere qu'elle lui ait été imprimée, doit être conſideré comme une veritable pierre d'Aiman; car le fer dans cet état ne ſemble plus rien retenir de la nature du fer, & ne paroît que comme une pierre aſſez facile à rompre & à réduire en poudre.

M. *Gaſſendi* rapporte dans la *Vie de M. Peiresk*, que le tonnerre ayant renverſé la Croix qui étoit ſur le clocher de *S. Jean* d'*Aix* en *Provence*, on remarqua qu'une croûte de rouille qui s'étoit formée ſur le fer de cette Croix qui étoit engagé dans la pierre, avoit une très-forte vertu d'Aiman, quoiqu'elle n'eût plus aucune qualité de fer. Ce fut ce qui donna occaſion il y a quelques années à des curieux de *Chartres*, d'examiner ſi la rouille qui étoit ſur les barres de fer qui lioient les pierres de l'un des clochers de Nôtre-Dame, lorſqu'on fut obligé de le rétablir, ne ſe ſeroit point auſſi changée en Aiman; & après en avoir examiné pluſieurs morceaux, ils en trouverent en effet qui étoient un Aiman très-pur & qui n'avoient rien du fer, les autres n'ayant aucune vertu ſenſible, & d'autres

tres très-peu. J'ai pluſieurs de ces Aimans entre les mains.

Mon Pere fit alors une recherche de quantité de morceaux de rouille de fer, dont il y en avoit de très épais, qu'on avoit tirez de quelques anciens édifices; mais il n'en trouva aucun qui eût rien de magnetique, ce qu'on connoît fort aiſément en approchant doucement ces morceaux de rouille d'une aiguille de bouſſole aimantée; car en les tournant vers une même pointe, s'ils ont acquis quelque vertu magnetique, on verra que d'un côté ils attireront cette pointe, & que de l'autre ils la repouſſeront.

Il penſa alors au moyen de faire de cette eſpece d'Aiman avec du fer, ne pouvant attribuer ce changement de fer en Aiman qu'à deux cauſes; ſavoir, l'une à la ſeule diſpoſition du fer dans l'air par rapport au tourbillon magnetique de la terre qui lui auroit pû imprimer une vertu magnetique, telle qu'étant changé en rouille ou en pierre, il en auroit retenu la vertu: l'autre à une nature de fer qui auroit eu la proprieté de ſe changer en Aiman.

Il prit pour cet effet un quartier de pierre de *S. Leu* qui étoit équarri, & l'ayant ſcié ſous un angle de 60° à peu près avec l'horizon, il le poſa à l'air ſelon la ligne meridienne, & il fit pluſieurs rainures dans le plan coupé pour y inſerer des fils de fer ſelon la direction de la matiere magnetique autour de la terre par rapport à nôtre horizon.

Il y plaça ces fils de fer en 1695, & recouvrit cette partie de la pierre avec l'autre qui en avoit été coupée. Il aimanta quelques-uns de ces fils de fer, & les autres il les mit ſans les ai-

aimanter ; ils étoient éloignez les uns des autres d'environ deux pouces. Il prit de la pierre de *S. Leu* pour faire cette experience, parce-qu'il avoit appris que le clocher de Nôtre-Dame de *Chartres* avoit été bâti avec cette pierre.

Il eſt facile de voir que toutes les précautions qu'il prit dans cette experience, n'étoient que pour connoître ſi dans la ſuite des temps lorſque ce fer ſeroit conſumé, la rouille qui en viendroit ſeroit une matiere magnetique, & s'il y auroit quelque difference entre le fer qui avoit été aimanté & celui qui ne l'avoit pas été.

Enfin nous avons trouvé que depuis 10 années, il n'y avoit que quelques uns de ces fils de fer qui fuſſent tout à fait changez en rouille, quoiqu'ils n'euſſent qu'une demie ligne de diamêtre : mais tous ces fils rouillez en partie ou tout à fait avoient une forte vertu d'Aiman, comme on le reconnoiſſoit en les préſentant à l'aiguille aimantée. Ainſi ceux qui n'avoient point été aimantez avoient contracté une auſſi forte vertu d'Aiman que ceux qui l'avoient été, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la longueur du temps qu'ils avoient demeuré dans la poſition propre à recevoir l'impreſſion du tourbillon magnetique de la terre, & à ce qu'ils étoient ou tout à fait ou en partie changez en pierre. Ces fils avoient 4 à 5 pouces de longueur, & on les tenoit dans une ſituation horizontale en les préſentant à l'aiguille aimantée, afin de ne les pas aimanter par le tourbillon de la terre, & ainſi ceux qui étoient tout à fait changez en rouille étoient de vrais Aimans, comme les petites écailles qui ſe détachoient facilement des autres. Cependant ces petites écailles ne

s'at-

s'attachoient pas à l'extrémité d'un fil de fer qui n'étoit pas aimanté, mais elles s'attachoient fortement à la pointe d'un coûteau aimanté; ce qui pourroit faire croire que ces petits morceaux de rouille n'étoient pas changez en Aiman, & qu'ils avoient encore quelque choſe du fer: mais il ſe peut faire que ces petites particules d'Aiman n'étoient pas aſſez fortes par rapport à leur peſanteur pour ſe ſoûtenir contre du fer qui n'étoit pas aimanté, & y demeurer attachées.

On ne peut pas dire abſolument que la rouille ne retient plus aucune proprieté du fer, puiſque nous avons éprouvé que de gros morceaux de rouille, qui ne faiſoient aucune impreſſion ſur une aiguille de bouſſole ſoûtenue ſur ſon pivot, étant réduits en poudre ne laiſſoient pas de s'attacher à la pointe d'un coûteau aimanté.

Mais ces morceaux de rouille qui n'ont point de vertu magnetique, ne peuvent non-plus en recevoir aucune lorſqu'on les touche avec une bonne pierre d'Aiman, puiſqu'ils ne peuvent pas ſoûtenir les moindres petits fragmens de limaille de fer ou d'acier. Il ſe pourroit donc faire que dans cette rouille, qui eſt épaiſſe de $\frac{3}{4}$ de pouce, & ſemblable en tout à de bon Aiman, les particules de fer qui y ſont reſtées ſeroient trop engagées & trop liées avec les autres matieres qui s'y ſont mêlées, pour être diſpoſées à recevoir la vertu magnetique du tourbillon de la terre. On ne peut pas douter que dans les pierres d'Aiman qui ſont de veritables pierres, il n'y ait beaucoup de fer, puiſqu'on en peut tirer par le feu; mais je ne crois pas que l'on puiſſe retirer du fer de celui qui aura été conſumé par la rouille.

Cet-

Cette experience nous a porté à en faire une autre. Nous avons pris de ces petits morceaux de fer brûlé & fondu qui tombe en boules & en écaille au pied de l'enclume des Forgerons, & nous les avons réduits comme une pierre en une poudre assez fine: cette poudre s'attachoit fortement à la pointe d'un coûteau aimanté. Mais de plus quelques-uns de ces morceaux qui avoient été fondus & qui pouvoient se réduire en poudre, recevoient très-bien la vertu magnetique, étant touchez avec une bonne pierre d'Aiman, & soûtenoient beaucoup de limaille.

Nous voyons par-là que le feu qui fond le fer ne lui ôte pas sa nature de fer, quoiqu'il ne soit plus en apparence qu'une pierre après avoir été fondu & entierement consumé. Il n'y a point ou très-peu de mine de fer en masse ou pierre ferrugineuse qui ne soit un Aiman, ce qu'on connoîtra facilement en présentant de plusieurs côtez la pierre de mine à une aiguille de bousole, comme nous avons déja dit; & quoique ces sortes de pierres donnent la marque d'un veritable Aiman, elles n'auront pas quelquefois la force de soûtenir de très-petits grains de limaille.

Nous avons entre les mains depuis quelques années une grosse pierre d'Aiman qui pese près de 100 livres, & dont la matiere ne paroît pas fort excellente, quoique passablement bonne dans ses effets, puisqu'elle détourne une aiguille de bousole à six piez $\frac{1}{2}$ de distance, ce qui fait voir qu'elle a autour d'elle une sphere de 13 piez de diamêtre. Nous l'avons arondie en partie, & les plus grandes inégalitez ont été remplies avec du ciment de plâtre de la couleur de la pierre, qui paroît d'un marbre gris

assez

assez dur & mêlé de parties métalliques. Cette boule a près d'un pié de diamêtre.

Nous en avons cherché les Poles, qui se sont trouvez dans deux points diametralement opposez; & nous avons tracé un Equateur, qui a été divisé de 30° en 30° pour y faire passer des Meridiens, afin d'y observer avec plus d'exactitude les differentes declinaisons de l'aiguille. Nous avons aussi marqué sa declinaison dans tous les points où les Meridiens coupent l'Equateur, & l'on voit que dans un certain espace elle est Oüest, dans un autre Est, & dans plusieurs points o. On a trouvé la plus grande de ces declinaisons de 26°. Ensuite nous avons remarqué que l'aiguille n'avoit point de declinaison en trois endroits sur le cercle Polaire Septentrional; & en suivant tous les points où l'aiguille étoit sans declinaison, on a eu deux lignes differentes, dont l'une commençoit à ce Polaire, & y revenoit ensuite par un cercle Meridien, après être descendue jusqu'à 10° environ au-delà de l'Equateur, & avoir parcouru parallelement à ce cercle un espace à peu près de 110°. L'autre qui commence assez proche de la premiere dans le troisiéme point sur le même Polaire, fait d'abord plusieurs détours proche de ce cercle, & ensuite prend son cours assez Nord & Sud, & en faisant encore quelques détours coupe l'Equateur & va se terminer au Polaire Meridional.

Toutes ces declinaisons differentes & ces lignes où il n'y en a point, ont beaucoup de rapport avec ce qu'on a observé sur le Globe terrestre.

On pourra connoître par toutes les experiences que nous venons de rapporter, que les diffe-

differentes declinaiſons de l'Aiman qu'on remarque ſur le Globe terreſtre, ne viennent que des matieres magnetiques diſpoſées en differentes manieres dans la terre, comme on peut juger qu'elles ſont dans nôtre Globe d'Aiman. Car nous ne pouvons pas douter que le tourbillon de la matiere magnetique n'ait été la cauſe premiere de tous les Aimans, puiſqu'il en produit encore tous les jours de nouveaux; & ſi cette matiere a pû prendre tant de differens détours en formant nôtre pierre dans ſa mine, elle n'en prend pas moins dans tout le Globe; & s'il pouvoit arriver à nôtre Aiman des changemens ſemblables à ceux qui peuvent ſe faire dans la terre par la deſtruction des matieres aimantées & par la formation de nouvelles où il n'y en avoit point auparavant, on remarqueroit ſur cet Aiman dans la ſuite des temps des variations ſemblables à celles qui arrivent au cours de la matiere magnetique ſur la terre.

SUR LA CONDENSATION ET DILATATION DE L'AIR.

Par M. DE LA HIRE le fils.

* M. *Mariotte* a fondé la Regle générale qu'il a donnée pour trouver les differentes condenſations de l'air par des poids donnez

* 6. Mai 1705.

nez ſur une experience qu'il rapporte d'abord, laquelle eſt confirmée par trois autres qui ſont enſuite, & qu'il a faites dans un tuyau de verre recourbé, dont une des branches qui avoit un pied étoit ſcelée hermetiquement, & l'autre étoit auſſi grande qu'on vouloit. Il mettoit enſuite du mercure dans ce tuyau, & continuoit l'experience comme on la peut voir aux pages 140 & ſuivantes de ſon *Traité du Mouvement des Eaux*, & ſes experiences lui ont donné lieu d'établir une Regle générale, & d'avancer que la condenſation de l'air ſuivoit la proportion des poids.

Mon Pere a donné auſſi à l'Academie, il y a pluſieurs années, une Regle générale pour la condenſation & dilatation de l'air, qu'il avoit tirée de la ſeule ſuppoſition commune, *que l'air eſt peſant & capable de reſſort.*

Il fit pluſieurs experiences pour connoître dans quelle proportion un reſſort, pris dans un état moyen d'extenſion, s'étendoit étant chargé de differens poids, & il trouva que ſes extenſions étoient en raiſon directe des poids: mais ayant voulu voir auſſi comment un reſſort ſe reſſerroit, il trouva que ſes condenſations n'étoient plus en raiſon directe, mais en raiſon réciproque de ces mêmes poids; ce qui paroît aſſez aiſé à comprendre, ſi l'on conſidere que dans l'extenſion à proportion que les poids augmentent, les reſſorts augmentent auſſi de volume, & au contraire dans la condenſation ils en diminuent. Ce fut donc ſur ces experiences qu'il établit ſa Regle génerale, qui ſe trouve entierement conforme à celle de M. *Mariotte*, & aux experiences qu'en a fait derniere-ment M. *Amontons* en préſence de l'Academie,

comme on le peut voir dans la petite Table ſuivante où ſont ſes experiences, & vis-à-vis ce que donne le calcul par la Regle.

TABLE

Elevation du mercure dans le tuyau.	Condenſation de l'air par l'experience.	Condenſation de l'air par le calcul.
6 pouces	9 parties & $\frac{6}{9}$	9 parties & $\frac{7}{9} + \frac{108}{135}$
12	8 $\frac{2}{9}$	8 $\frac{3}{9} + \frac{63}{159}$
14	7 $\frac{7}{9}$	7 $\frac{8}{9} + \frac{134}{167}$
18	7 $\frac{1}{9}$	7 $\frac{2}{9} + \frac{93}{183}$
24	6 $\frac{2}{9}\ \frac{1}{2}$	6 $\frac{3}{5} + \frac{189}{207}$
30	5 $\frac{6}{9}$	5 $\frac{6}{9} + \frac{207}{231}$
36	5 $\frac{1}{9}\ \frac{1}{2}$	5 $\frac{2}{9} + \frac{3}{255}$
42	4 $\frac{6}{9}$	4 $\frac{6}{9} + \frac{270}{279}$
48	4 $\frac{3}{9}$	4 $\frac{3}{9} + \frac{171}{303}$

OBSERVATION

Sur les reins d'un Fœtus humain de neuf mois.

Par M. LITTRE.

CE fœtus étoit gros & gras; toutes ſes parties étoient ſaines & avoient leur conformation ordinaire, excepté les reins. Il étoit mort dans le ventre de ſa mere pendant le travail de l'accouchement, qui fut fort long & fort laborieux.

Les

Les deux reins étoient plus grands qu'à l'ordinaire, & leur membrane commune étant levée ils reſſembloient à une grape de raiſin*, c'eſt-à-dire, qu'ils étoient tout compoſez de veſicules membraneuſes de differente groſſeur, de figure ronde ou ovale, ſerrées les unes contre les autres par la membrane propre de ces viſceres, & pleines d'une liqueur ſemblable à de l'eau un peu épaiſſe & d'une odeur urineuſe.

Les veines & les arteres émulgentes au dedans & au dehors des reins, étoient plus groſſes que de coûtume. Les ureteres, depuis la veſſie juſqu'à un pouce près des reins, étoient creux à l'ordinaire, & avoient une ligne & demie de diamêtre †. Le pouce reſtant étoit tout à fait ſolide, & n'avoit qu'un quart de ligne de groſſeur. Les parois du baſſinet dans les deux reins, à l'endroit du centre, étoient fortement colées enſemble de la largeur de quatre lignes: le reſte des deux baſſinets étoit creux, & rempli de la même liqueur que les veſicules.

Je ſéparai enſuite la membrane propre de chaque rein, pour en découvrir la veritable ſtructure.

‡ Les veſicules, qui compoſoient ces viſceres, étoient attachées les unes aux autres par pluſieurs ſortes de vaiſſeaux. Il ſe portoit à chacune au moins un rameau de veine, d'artere & de nerf, qui s'y diviſoit en d'autres plus petits, & ceux-ci en quantité de capillaires, qui embraſſoient la veſicule de toutes parts, & quelques-uns communiquoient entr'eux en pluſieurs endroits.

‡ Le diamêtre de ces veſicules étoit depuis une

* 4. Fig. † D. E. N. O. ‡ 5. Fig. ‡ C.

une demi-ligne juſqu'à ſix. Les petites étoient opaques & rougeatres, & plus à proportion qu'elles étoient plus petites. Les groſſes étoient diaphanes & blanches, & plus à proportion qu'elles étoient plus groſſes. Les unes & les autres avoient leurs parois plus minces ſelon qu'elles étoient plus groſſes.

Les petites veſicules étoient rougeatres, & les groſſes, blanches; parceque les rameaux des vaiſſeaux ſanguins étoient plus gros & plus près les uns des autres dans les premieres que dans les ſecondes.

Les petites étoient opaques, & les groſſes tranſparentes; parceque les parois des petites étant épaiſſes & les parois des groſſes étant minces, la direction des pores étoit droite dans celles-ci, & ne l'étoit pas dans celles-là.

Enfin les petites veſicules avoient leurs parois plus épaiſſes que les groſſes; parce qu'ayant été peu dilatées, elles avoient peu perdu de leur premiere épaiſſeur: au lieu que les groſſes contenant beaucoup de liqueur dans leur cavité, leurs parois étoient devenues fort minces à force de s'étendre.

Il partoit de chaque veſicule de ces reins du côté du baſſinet, un vaiſſeau plus gros que les autres, qui avoit une demi-ligne de diamêtre dans les plus groſſes, & à proportion dans les plus petites. Ce vaiſſeau ſe portoit vers le baſſinet, il ſe joignoit, après une à deux lignes de chemin, à quelques-uns de ceux qui venoient des veſicules voiſines, & formoit avec eux un tuyau commun, qui ſe terminoit immédiatement dans la cavité du baſſinet. C'eſt ſans doute à cauſe de la communication de ces conduits urinaires, qu'en ſoufflant dans la cavité d'une veſi-

veſicule, j'en faiſois enfler pluſieurs autres des voiſines: car les parois du baſſinet dans ce fœtus étant colées enſemble à l'endroit de ſon centre, comme j'ai dit, une partie de l'air pouſſé par le ſouffle ne pouvant paſſer dans l'uretere, étoit obligé de refluer dans les autres veſicules voiſines, dont le conduit particulier concouroit à la formation d'un conduit urinaire commun.

La ſuperficie exterieure de ces veſicules étoit un peu inégale, & l'interieure très-unie & percée d'un grand nombre de petits trous, dont pluſieurs étoient ſenſibles ſans le ſecours des loupes. Il ſuintoit par ces trous une liqueur aqueuſe, lorſque je preſſois les parois des veſicules.

Chaque veſicule étoit compoſée de deux membranes. L'exterieure étoit plus mince, & d'un tiſſu moins ſerré que l'interieure. * Je remarquai entre ces deux membranes des fibres charnues, diſpoſées en maniere de rezeau: les intervalles des mailles étoient remplis de petits ſacs rouges, pleins de ſang, de figure ovale, où ſe terminoient pluſieurs ſortes de vaiſſeaux capillaires. On obſervoit par le moyen d'une loupe, qu'il ſortoit un conduit fort petit de chacun de ces ſacs; que quatre ou cinq de ces conduits ſe joignant enſemble vers leur fin, en formoient un commun qui aboutiſſoit à un des trous, dont la membrane interieure des veſicules étoit percée, & qui par conſéquent n'étoient autre choſe que ſon embouchure. La jonction des conduits particuliers de pluſieurs ſacs étoit cauſe qu'on appercevoit ſans loupe les trous de la membrane interieure des veſicules.

* FIG. VII.

Voilà la deſcription des reins du fœtus dont il s'agit. Voici quelques conſéquences qu'on peut tirer, ce me ſemble, de cette deſcription.

La premiere conſéquence eſt, que les reins ne ſont naturellement autre choſe qu'un amas de veſicules garnies de petits ſacs glanduleux, qui ſéparent la matiere de l'urine, du ſang qui leur eſt ſans ceſſe porté par les arteres émulgentes; parceque les veſicules, qui compoſoient les reins de ce fœtus, avoient ſéparé de ſon ſang l'urine qu'elles contenoient, qui eſt l'unique uſage des reins; & que d'ailleurs elles n'avoient rien d'extraordinaire que leur groſſeur, qui étoit devenue exceſſive par la grande quantité d'urine, qui faute d'une iſſue libre, s'étoit amaſſée dans leur cavité, & en avoit extrémement dilaté les parois.

La ſeconde conſéquence eſt, que les reins des fœtus humains ſéparent du ſang une aſſez grande quantité d'urine, pour ſoupçonner avec raiſon que ces fœtus piſſent dans la cavité de l'amnios, ou que leur urine paſſe de la veſſie par l'ouraque dans une eſpece d'allantoide, où elle eſt en réſerve juſqu'au temps de l'accouchement.

La troiſiéme conſéquence eſt, que les veſicules des reins de ce fœtus avoient trois ſortes de conduits urinaires. Les premiers, qui étoient très-petits & en fort grand nombre, appartenoient aux petits ſacs contenus entre les membranes des veſicules, & s'ouvroient dans leur cavité. Les ſeconds, incomparablement plus gros que les premiers, ſembloient n'être autre choſe, qu'une production des veſicules*; pluſieurs de ceux-ci s'uniſſant entr'eux, après une

à

* FIG. VI.

à deux lignes de chemin, compoſoient les troiſiémes conduits urinaires, qui ſe terminoient immédiatement dans la cavité du baſſinet, & formoient les mammelons des reins en ſe joignant pluſieurs enſemble.

La quatriéme conſéquence eſt, que les petits ſacs contenus entre les deux membranes des veſicules ſont glanduleux, & les uniques filtres de l'urine; que le conduit qui va de ces ſacs dans la cavité des veſicules, en eſt le canal excretoire, dont l'uſage eſt de porter dans cette cavité l'urine qu'ils reçoivent des petits ſacs glanduleux à meſure qu'elle y eſt filtrée. Cette filtration eſt occaſionnée par l'impulſion du ſang, par le reſſort des ſacs glanduleux, & par la conſtruction des fibres charnuës des veſicules, dont ces ſacs ſont environnez.

La cinquiéme conſéquence eſt, que l'urine tombée dans la cavité des veſicules, s'écoule par leur conduit particulier dans celle du baſſinet. Cet écoulement ſe fait par l'impulſion du ſang, par la liquidité & la peſanteur de l'urine, par l'action des fibres charnues placées entre les deux membranes des veſicules, par la contraction alternative des muſcles du ventre & du diaphragme, & par l'agitation du corps.

La ſixiéme conſéquence eſt, que l'urine a trois receptacles, ſavoir les veſicules des reins, leur baſſinet & la veſſie urinaire. Les veſicules des reins ſont le premier receptacle de l'urine, les baſſinets le ſecond, & la veſſie le troiſiéme. Les deux premiers receptacles ſont toûjours ouverts, afin que l'urine ayant toûjours ſon cours libre, ne porte jamais aucun obſtacle à ſa filtration. Ainſi le ſang peut ſe débarraſſer de cette liqueur, toutes les fois qu'elle

ne lui eſt d'aucun uſage. Le troiſiéme receptacle au contraire eſt très-exactement fermé par un muſcle ſphincter ſitué à ſon cou, & retient l'urine juſqu'à ce que par ſa quantité où par ſa qualité étant devenue à charge à la nature, elle détermine les fibres charnues du corps de ce receptacle à ſe mettre en contraction pour forcer le ſphincter à lui donner paſſage. Par cette méchanique l'homme & les animaux ſe trouvent à couvert de la fatigue, de l'incommodité & de la mal-propreté où ils ſeroient continuellement expoſez, ſi l'urine s'écouloit de leur veſſie à meſure qu'elle y ſeroit verſée par les ureteres.

La ſeptiéme conſéquence eſt, que la ſtructure des glandes, que je propoſe à l'occaſion des reins dont je viens de parler, eſt plus favorable pour la filtration des humeurs, & répond mieux à la grandeur & à la ſageſſe de l'Auteur de la nature, que toutes celles qu'on nous a données juſqu'ici.

1°. Par cette ſtructure les petits ſacs glanduleux ſe trouvent beaucoup plus à couvert de l'action des cauſes qui peuvent les détruire, & plus fortement maintenus dans leur ſituation naturelle: car outre les membranes communes qui les envelopent, ils ſont encore exactement renfermez entre deux membranes, dont le tiſſu eſt fort denſe & fort ſerré.

2°. Le nombre de ces petits ſacs eſt incomparablement plus grand, par conſéquent les glandes qui en ſont compoſées doivent filtrer une quantité de liqueur incomparablement plus grande; d'autant plus que les fibres charnues, dont ces ſacs ſont environnez, facilitent & hâtent par leurs contractions réïterées

la

la ſéparation des humeurs ſeparables.

3°. Les humeurs ſéparées ſont beaucoup plus ſûrement conduites juſqu'à leurs receptacles, puiſque les conduits excretoires des ſacs glanduleux ſont fort courts & contenus dans l'épaiſſeur d'une membrane très-compacte, & qu'ils ſe terminent dans la cavité des veſicules qui eſt aſſez ample pour recevoir la liqueur qu'ils y dépoſent, & qui d'ailleurs eſt toûjours ouverte pour la laiſſer couler, afin qu'il n'y arrive jamais d'engorgement. Tous ces avantages que la ſtructure particuliere des reins, que je propoſe, a pardeſſus l'ordinaire, nous doit porter à croire qu'elle eſt la même dans les autres glandes du corps; parceqû'elle eſt commode, ſûre & favorable, & que d'ailleurs la nature eſt uniforme dans ſes operations.

La huitiéme conſéquence eſt, que cette ſtructure de glandes ſuppoſée, on comprend aiſément.

1°. Que les eſpeces des petites bouteilles pleines d'autre liqueur que de ſang, qu'on obſerve aux endroits des glandes, & dont on n'a encore qu'une idée confuſe, ne ſont autre choſe que des veſicules dont ces glandes ſont compoſées, & qui ont été extrêmement dilatées.

2°. Comment ces bouteilles ſe forment; car dès qu'il ſe trouvera dans le conduit particulier d'une veſicule une obſtruction, un reſſerrement, un affaiſſement, &c. inſurmontable au mouvement de la liqueur qui y coulera, ou que cette liqueur ſera trop épaiſſe ou trop viſqueuſe; alors ils faudra neceſſairement qu'elle s'arrête & qu'elle s'amaſſe peu à peu dans la

cavité de la veſicule ; qu'elle dilate à proportion ſes parois ; que la dilatation continue pendant la vie de l'animal, puiſque ce qui la cauſe agit toûjours durant ce temps-là ; que cette dilatation ſe faſſe ſans que la veſicule ſe rompe ; parcequ'elle contient dans ſa cavité, humecte & amolit ſes membranes, & les diſpoſe à prêter & à ſe laiſſer étendre ſans rompre.

Or dans les reins de ce fœtus, les parois des baſſinets & des ureteres, qui ſont la ſeule voie par où s'écoule l'urine filtrée par les ſacs glanduleux des reins, étoient ſi étroitement unies enſemble, que ni les liqueurs les plus ſpiritueuſes, ni même l'air pouſſé par le ſouffle, n'y trouvoient aucun paſſage, par conſéquent l'urine, qui eſt une liqueur épaiſſe, n'y en pouvoit nullement trouver.

EXPLICATION DES FIGURES.

Premiere & ſeconde Figures.

AA. LEs Reins droit & gauche, revêtus de leurs Membranes propres, & vûs par devant.
BB. Les Veines Emulgentes.
CC. Les Arteres Emulgentes.
DD. Les Ureteres en leurs parties, rétrecies & ſolides.
EE. Suite des Ureteres gros & creux à l'ordinaire.

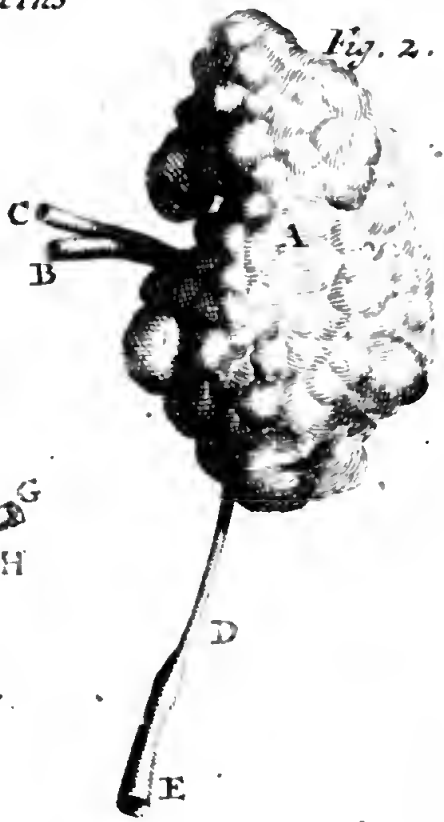
Troiſiéme Figure.

F. Le Rein revêtu de ſa Membrane propre, & vû par derriere.

G. L'Ar-

des Reins d'un Fœtus
humain de 9 mois.

Fig. 2.



C

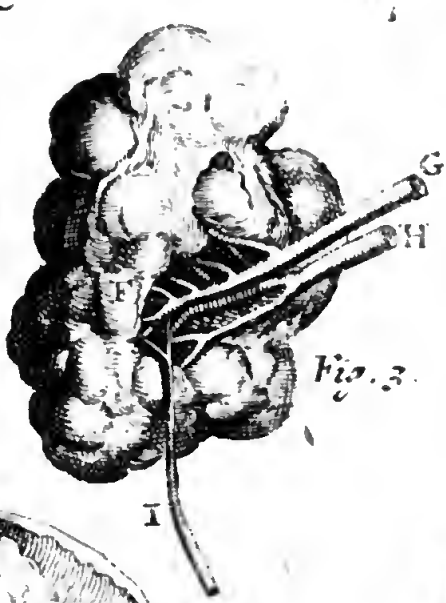


Fig. 3.

Fig. 5.

Fig. 6.

Nat

G. L'Artere Emulgente.
H. La Veine Emulgente.
I. L'Uretere dans ſa partie étroite & ſolide.

Quatriéme Figure.

L. Le Rein dépouillé de ſa membrane propre.
M. Interieur de la Membrane.
N. La partie ſolide de l'Uretere.
O. L'autre partie ouverte.

EXPERIENCES SUR LA RAREFACTION DE L'AIR.

Par M. AMONTONS.

* J'Ai empli de mercure le tube de 46 pouces, dont je me ſuis ſervi ci-devant : il y en eſt entré 7 onces 7 gros 8 grains.

J'ai auſſi empli pareillement de mercure un autre tube, dont un bout ſe terminoit en une groſſe olive de la figure d'un cervelas : il y en eſt entré 87 onces 6 gros.

L'olive en particulier, juſqu'à ſon inſertion au tube, en contenoit autant qu'un tube de pareille groſſeur que celui de 46 pouces, & de 475 pouces 5 lignes $\frac{1}{2}$ de longueur. Le reſte du tube, qui avoit 29 pouces de long, en conte-

* 10. Juin 1705.

noit autant que 36 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$ du même tube de 46 pouces.

Ainſi tout le tube avec ſon olive en repreſentoit un égal de 511 pouces 8 lignes $\frac{3}{71}$ de long, & pareil en groſſeur à celui de 46 pouces.

Le tube à olive étant plein de mercure, j'ai fait le renverſement à l'ordinaire, excepté que de peur d'échauffer l'olive & ce qu'elle contenoit, je l'ai toûjours maniée avec un linge: ce que j'ai obſervé dans toutes les experiences qui ſuivent.

Le bout d'embas trempoit d'un pouce dans le mercure, qui regorgeoit par deſſus les bords de la porcelaine à meſure que l'olive ſe vuidoit; & le mercure s'eſt enfin arrêté dans le tube 28 pouces au-deſſus du mercure de la porcelaine: ce qui marquoit que l'atmoſphere étoit alors égale à ces 28 pouces.

Pendant l'évacuation de l'olive, j'ai remarqué le long du tube beaucoup de bulles d'air d'une groſſeur conſiderable, qui faiſoient effort pour monter, & qui n'en étoient empêchées que par la deſcente continuelle du mercure: car enfin elles monterent & gagnerent l'olive lorſqu'il ceſſa de deſcendre. Il m'a paru que cet air étoit celui dont le mercure ſe purgeoit.

Pour voir ſi cet air n'alteroit point la hauteur du mercure, je repetai l'experience avec le tube de 46 pouces; & le mercure s'y arrêta pareillement 28 pouces au-deſſus du mercure de la porcelaine.

* Après m'être aſſuré du poids de l'atmoſphere, je remplis derechef le tube à olive: après quoi j'en fis reſſortir un peu de mercure, que

* 1re. Experience.

que je verſai dans le tube de 46 pouces pour voir quelle hauteur il y occuperoit. C'eſt ainſi que je connus que l'air que je laiſſois dans le tube, égaloit 2 pouces 6 lignes du tube de 46 pouces, & ainſi des autres ; ſoit qu'après avoir empli entierement le tube je meſuraſſe le mercure que j'en faiſois ſortir, ou que ſans l'emplir je meſuraſſe celui que j'y mettois en le ſouſtrayant de la totale capacité du tube.

Le volume naturel étant donc de 2 pouces 6 lignes ; le renverſement fait, le mercure s'arrêta 2 lignes plus bas que les 28 pouces, c'eſt-à-dire 27 pouces 10 lignes au-deſſus du mercure de la porcelaine : ainſi ces 2 pouces 6 lignes étoient répandus dans un eſpace plus de 190 fois auſſi grand que celui qu'ils occupoient d'abord, & ils conſervoient encore un reſſort de 2 lignes.

(*a*) Ayant laiſſé 18 pouces 7 lignes d'air ; le renverſement fait, le mercure eſt reſté 1 pouce 1 ligne plus bas que les 28 pouces, qui ſeront dorénavant le terme d'où je compterai toûjours l'abaiſſement du mercure.

(*b*) Ayant laiſſé 36 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$ d'air ; le mercure eſt reſté 2 pouces 1 ligne $\frac{1}{3}$ plus bas.

(*c*) Ayant laiſſé 465 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$ d'air, c'eſt-à-dire, n'ayant mis du mercure que plein le tube de 46 pouces ; il s'eſt arrêté 25 pouces 9 lignes $\frac{1}{4}$ plus bas.

(*d*) Ayant mis du mercure deux fois plein le tube de 46 pouces ; le mercure eſt reſté 23 pouces 9 lignes plus bas.

(*e*) Ayant mis du mercure 3 fois plein le tube

(*a*) 2. Exper. (*b*) 3. Exper. (*c*) 4. Exper. (*d*) 5. Exp. (*e*) 6. Exper.

de 46 pouces; le mercure eſt reſté 21 pouces 1 ligne plus bas.

(*a*) Ayant mis du mercure 4 fois plein le tube de 46 pouces; il eſt reſté 18 pouces 7 lignes ½ plus bas.

Cette maniere de meſurer avec le tube de 46 pouces le mercure, me paroiſſant trop longue pour continuer; je pris alors le parti de le peſer.

(*b*) Ayant donc mis 2 livres 7 onces 3 gros 40 grains de mercure, qui eſt cinq fois le poids de celui qui emplit le tube de 46 pouces; le mercure eſt reſté 16 pouces 1 ligne ¼ plus bas.

(*c*) Ayant mis 2 livres 15 onces 2 gros 48 grains de mercure, qui eſt 6 fois autant; il eſt reſté 13 pouces 7 lignes ½ plus bas.

(*d*) Ayant mis 3 livres 7 onces 1 gros 56 grains de mercure, qui eſt 7 fois autant; il eſt reſté 10 pouces 11 lignes plus bas.

(*e*) Ayant mis 3 livres 15 onces 64 grains de mercure, qui eſt 8 fois autant; il eſt reſté 7 pouces 11 lignes plus bas.

(*f*) Ayant mis 4 livres 7 onces de mercure, qui eſt 9 fois autant; il eſt reſté 5 pouces 7 lignes ½ plus bas.

(*g*) Ayant mis 4 livres 14 onces 7 gros 8 grains de mercure, qui eſt 10 fois autant; il eſt reſté 3 pouces plus bas.

(*h*) Ayant mis 5 livres 6 onces 6 gros 16 grains de mercure, qui eſt 11 fois autant; il eſt reſté 4 lignes plus bas.

Il faut remarquer qu'en ſuppoſant exactes toutes les meſures & peſées précedentes, il devoit

(*a*) 7. Exper. (*b*) 8. Exper. (*c*) 9. Exper. (*d*) 10. Exper. (*e*) 11. Exper. (*f*) 12. Exper. (*g*) 13. Exp. (*h*) 14. & derniere Experience.

voit y avoir à dire 5 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$ que le tube à olive ne fût plein : ce qui devoit être le volume naturel de cette experience, lequel ne ſe trouva cependant être que de 5 pouces 6 lignes $\frac{16}{29}$: ſi bien que l'erreur étoit de 1 ligne $\frac{1022}{2059}$, ou environ 1 ligne $\frac{1}{2}$; ce qui n'eſt pas conſiderable ſur une longueur de plus de 511 pouces, n'étant pas la $\frac{1}{6000}$ partie : ce que je dis ſeulement pour faire voir qu'il n'y a point eu d'erreur groſſiére dans les meſures & dans les peſées, & pour avertir de prendre le volume naturel de cette experience de 5 pouces 6 lignes $\frac{16}{29}$, au lieu de 5 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$, qui avec 11 fois 46 pouces font la totale longueur de 511 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$.

Ces experiences faites, je remplis encore entierement le tube à olive ; & le renverſement fait, le mercure s'arrêta de même que devant ces experiences, à 28 pouces.

Pour voir maintenant ſi ces experiences s'accordent à l'hypotheſe, l'on peut faire une Table où il y ait d'un côté le produit du volume naturel par l'atmoſphere, & de l'autre côté le produit du volume dilaté par ſa charge.

Mon ſentiment étoit que tous les termes qui donnent ces produits n'étoient déterminez par les meſures de l'experience qu'à peu près, & non dans une entiere exactitude ; & qu'ainſi je ne pouvois pas ſuppoſer veritables les unes plûtot que les autres, ni par conſéquent en conclure rien de certain : & cela d'autant plus que chacune de ces meſures, outre ſa difference particuliere de la vraie grandeur, peut differer encore de l'hypotheſe par l'erreur des trois autres meſures.

Ainſi, par exemple, ſi la meſure du volume di-

dilaté eſt plus petite que la veritable grandeur de ce volume ; l'experience paroîtra déja s'éloigner de l'hypotheſe par l'erreur particuliere de cette meſure, en donnant ce volume dilaté plus petit que le calcul. J'avoue que s'il n'y avoit point d'autre erreur à craindre, cela ne meriteroit pas qu'on y fît attention, d'autant plus que c'eſt l'uſage ordinaire.

Mais ſi, outre que le volume dilaté a été meſuré plus petit qu'il n'eſt, la meſure du volume naturel eſt priſe plus grande qu'elle n'eſt veritablement; cette ſeconde erreur, après le renverſement fait, ajoûtera encore au volume dilaté du calcul une grandeur qui rendra la difference du calcul & de l'experience encore plus conſiderable.

Que ſi encore la meſure de l'atmoſphere eſt priſe moindre que le poids de l'atmoſphere, un même poids cauſant plus de changement ſur un volume d'air fort dilaté, que ſur la même quantité d'air moins dilatée; le calcul par cette raiſon donnera encore le volume dilaté plus grand que l'experience.

Enfin, ſi en meſurant le tube, ſa meſure eſt priſe plus grande que ſa grandeur veritable; cela augmentera encore dans le calcul la grandeur du volume dilaté.

A cauſe de ces quatre erreurs de meſure, qui ne ſont point erreurs d'hypotheſe, il me paroiſſoit que le volume dilaté, trouvé par le calcul, pouvoit differer aſſez ſenſiblement de celui de l'experience, ſans qu'on en pût rien conclure contre la verité de l'hypotheſe.

Au contraire, il me paroiſſoit que cela jettoit dans l'impoſſibilité de diſtinguer d'où la difference entre le calcul & l'experience pouvoit

voit provenir, à moins que l'experience ne s'éloignât conſiderablement de l'hypotheſe : car alors il faudroit conclure contre l'hypotheſe, les meſures ne s'éloignant de la verité que de parties peu conſiderables, & ne pouvant par cette raiſon produire une difference fort grande.

Je croyois donc que tant que la difference du calcul & de l'experience ſeroit peu conſiderable, il étoit comme impoſſible de dire ſi elle procedoit de l'erreur des meſures, qui par la nature de la choſe ſe rejettent toutes à la fois les unes ſur les autres, ou de la fauſſeté de l'hypotheſe.

Mais nonobſtant tout cela, quelques perſonnes très-habiles de la Compagnie, au jugement deſquels je dois déferer, ayant eſtimé que l'on peut ſuppoſer pour abſolument vraies les meſures de l'atmoſphere, celles du volume naturel, & la longueur du tube, je ne ſoûtiendrai pas davantage le contraire, & je veux bien ſuppoſer avec eux que ces grandeurs ſont vraies.

Sur ce pied, la difference qu'il y aura entre le produit du volume dilaté par ſa charge, ſera la difference qu'on devra croire être entre l'hypotheſe & l'experience : quoique ſi mon ſentiment eût eu lieu, tout ce qu'on en auroit dû conclure, c'eſt que ces produits étant à peu près égaux, ce ſeroit une grande induction pour croire que l'hypotheſe & l'experience ne s'écartent pas l'un de l'autre.

DES

DES ECUMES PRINTANIERES.

Par M. POUPART.

* ON voit naître au Printemps certaines Ecumes blanches qui s'attachent indifféremment à toutes ſortes de plantes. On peut les appeller *Printanieres*, parce qu'elles paroiſſent au Printemps, plutôt ou plus tard ſelon que la ſaiſon eſt plus ou moins avancée.

Pluſieurs Naturaliſtes ont parlé de ces Ecumes ſans en avoir connu la cauſe. Ceux qui ont recours à la Phyſique générale croient que ce ſont des vapeurs qui s'élevent de quelques terres par la chaleur du Printemps, & vont s'attacher aux plantes qu'elles rencontrent. Ils apportent pour raiſon qu'on voit quelquefois un petit eſpace de terre dont les plantes ſont parſemées de ces Ecumes, & qu'enſuite on feroit dix lieues ſans en pouvoir trouver d'autres; ce qui fait voir qu'il n'y a que certaines terres propres à former ces Ecumes.

Iſidore de *Seville* croit que ces Ecumes ſont des crachats de Coucou. Cette penſée peut lui être venue de ce qu'elles reſſemblent à de petits crachats, ou de ce qu'elles naiſſent lorſque le

* 10. Juin 1705.

le Coucou commence à paroître, & de ce qu'elles disparoissent environ le temps qu'il se retire, ou enfin de ce qu'en volant d'un lieu dans un autre, il fait quelquefois un ralement avec la gorge comme s'il vouloit cracher.

Quelques-uns pensent que c'est le suc des plantes qui s'extravase, & *Mouset* dit que c'est une rosée écumeuse.

Swamerdam est de tous les Naturalistes celui qui a le mieux connu ces Ecumes. Il prétend que ce sont des Sauterelles qui les font avec la bouche. Il a eu raison de dire que ce sont ces petits animaux qui les font ; mais ce n'est pas avec la bouche : ainsi il n'en a parlé que par conjecture.

Je pourrois rapporter plusieurs autres pensées que l'on a eues sur ces Ecumes : mais comme elles sont toutes fausses, je ne m'y arrêterai pas davantage. Voici comme la chose se passe.

On voit pendant l'Eté certaines Sauterelles que les Naturalistes ont appellées Sauterelles puces, à cause qu'elles sont fort petites, & qu'elles sautent comme des puces. Leurs pieds de derriere n'excedent pas la hauteur de leur dos, comme font ceux des autres Saturelles : Ils sont toûjours pliez sous le ventre comme ceux des puces, ce qui fait qu'elles sautent fort vîte & sans perdre de temps, parcequ'il n'y en a point entre leurs sauts.

J'ai déja fait remarquer dans le *Journal des Savans* du Lundi 10 Août de l'année 1693, que ces petites Sauterelles ont un aiguillon roide & fort pointu, avec lequel elles tirent le suc des plantes.

Cette petite remarque est curieuse, parcequ'il n'y a que ces especes de Sauterelles qui aient un ai-

aiguillon. Toutes les autres qui nous ſont connues ont une bouche, des levres & des dents, avec leſquelles elles mangent les herbes, & même la vigne.

Vos locuſtæ . . . . . .
Ne meas lædatis vites: ſunt enim teneræ.

Nos Sauterelles puces font des œufs, d'où il ſort au Printemps d'autres petites Sauterelles, qui ſont envelopées pendant quelque temps d'une fine membrane. Cette membrane eſt un fourreau qui a des yeux, des pieds, des aîles & d'autres organes, qui ſont les étuis de ſemblables parties du petit animal qu'elles renferment. Quand il ſort de ſon œuf, il paroît comme un petit ver blanchâtre, qui n'eſt pas plus gros que la pointe d'une aiguille. Quelques jours après il devient couleur de verd de pré, que le ſuc des plantes dont il ſe nourrit, pourroit bien lui communiquer. Alors il reſſemble preſque à un petit crapaut ou à une grenouille verte qui monte ſur les arbres, & qu'on appelle pour cette raiſon *Rana arborea*, c'eſt-à-dire, grenouille d'arbre. Quoique cet inſecte ſoit envelopé d'une membrane, il ne laiſſe pas de marcher fort vîte & hardiment, mais il ne ſaute & ne vole point qu'il n'ait quitté ſa pellicule.

Auſſi-tôt qu'il eſt ſorti de ſon œuf, il monte ſur une plante qu'il touche avec ſon anus pour y attacher une goutelette de liqueur blanche & toute pleine d'air. Il en met une ſeconde auprès de la premiere, puis une troiſiéme, & il continue de la ſorte juſqu'à ce qu'il ſoit tout envelopé d'une groſſe écume, dont il ne ſort point qu'il ne ſoit devenu un animal parfait, c'eſt-à-dire, qu'il ne ſoit délivré de la membrane qui l'environne.

Pour

Pour jetter cette écume, il fait une eſpece d'arc de la moitié de ſon corps, dont le ventre devient la convexité; il recommence à l'inſtant un autre arc oppoſé au premier, c'eſt-à-dire que ſon ventre devient concave de convexe qu'il étoit. A chaque fois qu'il fait cette double compreſſion, il ſort une petite écume de ſon anus, à laquelle il donne de l'étendue en la pouſſant de côté & d'autre avec ſes pieds.

J'ai mis ſur une jeune Mente pluſieurs de ces petites Sauterelles: les feuilles ſur leſquelles elles firent leurs écumes ne grandirent point, & celles qui leur étoient oppoſées devinrent de leur grandeur naturelle. Cela fait voir que ces inſectes vivent du ſuc des plantes tandis qu'ils ſont dans leurs écumes.

Quand la jeune Sauterelle eſt parvenue à une certaine grandeur, elle quitte ſon envelope qu'elle laiſſe dans l'écume, & elle ſaute dans la campagne.

Cette écume la garantit des ardeurs du Soleil qui la pourroient deſſecher. Elle la préſerve encore des araignées qui la ſuceroient, comme je l'ai vû arriver quelquefois.

On dit à la campagne que ces écumes ſont un préſage de beau temps: mais c'eſt qu'elles n'y paroiſſent que quand le temps eſt beau, le mauvais temps les détruit.

NOU-

NOUVELLES CONSTRUCTIONS ET CONSIDERATIONS

Sur les Quarrez Magiques avec les Demonſtrations.

Par M. DE LA HIRE.

* J'Ai communiqué autrefois à l'Academie quelques Conſtructions que j'avois trouvées pour les Quarrez Magiques, & principalement pour les pairs; & je m'étois contenté alors de donner des regles ſimples & faciles à pratiquer, pour ranger les nombres d'un Quarré naturel & en progreſſion arithmetique, dans un ordre qu'on appelle Magique, enſorte que toutes les bandes tant horizontales que verticales & diagonales fiſſent une même ſomme. J'avois auſſi trouvé dans ce temps-là d'autres nombres, qui étant rangez dans un certain ordre, avoient quelque rapport aux Quarrez Magiques. Mais à l'occaſion de ce qui a été publié depuis peu ſur ces ſortes de Quarrez, j'ai repris ce travail; & j'ai trouvé enfin une methode générale qui comprend toutes les Conſ-

* 13. Juin 1705.

Conſtructions differentes qu'on a données juſqu'ici, leſquelles n'en ſont que des cas particuliers, & j'en rapporte la démonſtration qui eſt très-ſimple. Je ne parlerai préſentement que des Quarrez dont la Racine eſt impaire, réſervant les autres pour un autre temps.

PROPOSITION I.

Soit un Quarré de cellules dont la racine eſt impaire, comme ſept. Et ſoit propoſé ſept nombres tels qu'on voudra & dans quel ordre on voudra, leſquels il faut placer dans les cellules de ce Quarré, enſorte qu'ils faſſent une même ſomme dans toutes les bandes horizontales, verticales & diagonales, & qu'ils ne ſoient point repetez dans aucune de ces bandes.

Soient les nombres pris à volonté, & dans quelque ordre que ſoit 10, 5, 3, 9, 13, 8, 11.

Je place d'abord ces nombres dans la bande des cellules horizontale & ſuperieure, en commençant à gauche & en allant vers la droite, comme on les voit dans la figure du quarré.

Je mets enſuite dans la ſeconde bande horizontale en deſcendant les mêmes nombres & dans le même ordre; mais il faut que le premier de cette bande ſoit le ſecond de l'ordre propoſé après le premier de la bande ſuperieure, & ce ſera 3 qui eſt le troiſiéme de l'ordre, & continuant enſuite à remplir cette bande avec les nombres dans l'ordre propoſé, en recommençant au premier quand on eſt venu au dernier.

On fera la même choſe pour la troiſiéme bande horizontale en deſcendant, en commençant au ſecond nombre de l'ordre après celui qui

10	5	3	9	13	8	11
3	9	13	8	11	10	5
13	8	11	10	5	3	9
11	10	5	3	9	13	8
5	3	9	13	8	11	10
9	13	8	11	10	5	3
8	11	10	5	3	9	13

qui a commencé la bande immédiatement ſuperieure, & continuant enſuite à placer tous les nombres de l'ordre.

Par ce moyen on remplira toutes les cellules du Quarré avec les nombres propoſez enſorte que les mêmes nombres ne ſe trouveront point repetez deux fois dans aucune des bandes horizontales, verticales, ni diagonales, & par conſéquent la ſomme de tous ces nombres dans toutes ces bandes ſera égale, laquelle eſt ici 59.

DEMONSTRATION.

1°. Il eſt évident que toutes les bandes horizontales auront chacune tous les nombres de l'ordre propoſé ; mais les verticales les auront auſſi, & ils n'y ſeront point repetez. Car par la conſtruction dans chaque bande verticale, les nombres y ſeront toûjours les deuxiémes de ſuite dans ceux de l'ordre; & puiſque le nombre de l'ordre eſt impair, il s'enſuit que le nombre 2 ne pouvant pas diviſer exactement celui de l'ordre, les ſept nombres de l'ordre doivent s'y trouver.

2°. Maintenant pour ce qui eſt des bandes diagonales, ſi l'on conſidere d'abord celle qui va en deſcendant de gauche à droite, & qui eſt ici 10, 13, où les nombres de ſuite ſont 10, 9, 11, &c. on voit que puiſque le nombre qui eſt immédiatement au-deſſous d'un autre dans la même bande verticale, eſt le ſecond après celui

celui qui eſt au-deſſus, comme 3 au-deſſous de 10, & que 9 qui eſt dans la même horizontale que 3, ſuit immédiatement 3 dans l'ordre propoſé, le nombre 9 qui ſera au deſſous de 10 ſuivant la diagonale, ſera le troiſiéme après 10 dans l'ordre propoſé.

Ce ſera la même démonſtration pour le nombre 11 qui ſuit 9; car le nombre 8 qui eſt au-deſſous de 9, eſt le ſecond après 9 dans l'ordre propoſé, & le nombre 11 y ſuit le nombre 8; donc le nombre 11 ſera le troiſiéme après 9. Mais comme ce ſera la même choſe pour tous les autres, & que la racine du Quarré propoſé eſt un nombre non diviſible par trois, il s'enſuit que tous les nombres de la bande diagonale ſeront ceux de l'ordre propoſé.

COROLLAIRE

Pour cet Article de la Démonſtration.

Il s'enſuit de-là que ſi la racine propoſée impaire étoit un multiple de 3, comme 9, 15, 21, &c. les nombres de cette bande reviendroient les mêmes après 3, 5, 7, &c. qui ſont les quotiens de la diviſion de la racine par 3; & par conſéquent cette bande ſeroit fauſſe, à moins que ces nombres 3, 5, 7, &c. répetez trois fois dans la bande ne fuſſent égaux au tiers de la ſomme des nombres de l'ordre.

3°. Il reſte encore à faire la démonſtration pour l'autre bande diagonale 11, 8 qui deſcend de droite à gauche. Nous avons déja dit que le nombre 10 qui eſt au-deſſous de 8, eſt le ſecond après 8 dans l'ordre propoſé; mais le nombre 11 eſt le premier après 8 dans le mê-

me ordre ; donc le nombre 10 eſt le premier après 11 dans l'ordre, lequel nombre 10 ſuit le nombre 11 dans la diagonale. Ce ſera la même choſe pour le nombre 5 qui ſuit le nombre 10 en deſcendant, & pour tous les autres ; & par conſéquent tous les nombres de cette bande en deſcendant depuis 11 juſqu'à 8, ſeront de ſuite ceux de l'ordre propoſé.

COROLLAIRE GENERAL.

Il s'enſuit par cette conſtruction que toutes les bandes paralleles aux deux diagonales 10, 13 & 11, 8, auront tous leurs nombres dans le même ordre que celles auſquelles elles ſont paralleles ; & de plus que ſi l'on joint enſemble les paralleles correſpondantes d'un côté & d'autre de la diagonale, comme les bandes paralleles 9, 11 & 10, 3, elles auront tous leurs nombres qui ſont égaux à la racine, dans le même ordre que ceux des diagonales à qui elles ſont paralleles, & ces paralleles correſpondantes ſont éloignées l'une de l'autre du nombre de cellules égal à la racine propoſée, & ici elles ſont les ſeptiémes ; & leur ſomme ſera auſſi égale à celle des nombres de l'ordre, ce qui eſt une proprieté particuliere de ces Quarrez.

PROPOSITION II.

On pourra auſſi diſpoſer ces nombres d'une autre maniere dans les cellules du Quarré, le même ordre étant donné dans la premiere bande horizontale.

On mettra à la premiere cellule de la ſeconde

10	5	3	9	13	8	11
9	13	8	11	10	5	3
11	10	5	3	9	13	8
3	9	13	8	11	10	5
8	11	10	5	3	9	13
5	3	9	13	8	11	10
13	8	11	10	5	3	9

de bande horizontale, le troiſiéme nombre 9 de l'ordre propoſé après le premier 10 de la bande ſuperieure, & l'on remplira les autres cellules de cette bande dans le même ordre que le propoſé, comme on voit dans cette Figure. Pour la troiſiéme bande ce ſera le nombre 11 qui eſt le troiſiéme de l'ordre après le ſuperieur 9, & ainſi de ſuite; & les cellules du Quarré ſeront remplies comme il faut.

DEMONSTRATION.

1°. La démonſtration de cette operation eſt la même que celle de la Propoſition précedente; car il eſt évident que tous les nombres de l'ordre ſe trouveront dans chacune des bandes horizontales, & par conſéquent ils n'y ſeront pas repetez deux fois. Ce ſera auſſi la même choſe pour les bandes verticales, pourvû neanmoins que la racine du Quarré propoſé ne ſoit pas diviſible par 3; car ſi elle eſt diviſible par 3, les mêmes nombres reviendront dans les bandes verticales après une ſuite de nombres égaux au quotient de la diviſion de la racine par 3, & ces nombres s'y trouveront trois fois, comme ſi la racine étoit 15, ils y reviendroient de 5 en 5, & trois fois dans chaque bande. Si elle étoit 21, ils y reviendroient de ſept en ſept, & ils y ſeroient repetez trois fois, ce qui eſt évident, puiſqu'on prendroit toûjours dans la

premiere bande verticale le troiſiéme nombre de l'ordre propoſé après celui qui eſt immédiatement au deſſus.

Il s'enſuivra auſſi la même choſe dans toutes les autres bandes verticales où les nombres ſeront repetez de la même maniere, & par conſéquent les ſommes des nombres de toutes les bandes verticales ne pourront jamais être égales entr'elles, ſi ce n'eſt dans quelques cas particuliers, à cauſe que dans ces bandes il y aura differens nombres repetez.

2°. Pour la bande diagonale qui deſcend de gauche à droite, comme 10, 9, les nombres y ſeront les quatriémes de ſuite après le premier, qui eſt un de plus que celui qu'on a pris pour recommencer les horizontales. C'eſt-pourquoi la racine propoſée étant impaire, & ne pouvant être diviſée par 4, tous les nombres de cette diagonale ſeront ceux de l'ordre pris de quatre en quatre dans l'ordre propoſé, & cela ſeroit même ainſi quand les nombres ſeroient repetez dans les bandes verticales.

3°. Pour l'autre diagonale 11, 13, il s'enſuit, comme on a dit dans l'autre Propoſition, que les nombres y ſeront les ſeconds de ſuite dans l'ordre après le premier de la bande; & comme la racine eſt impaire qui ne peut être diviſée par 2, tous les nombres de cette bande ſeront ceux de l'ordre.

COROLLAIRE.

Ce que nous avons dit des bandes paralleles aux diagonales dans la premiere Propoſition, ſe doit entendre de même dans celle-ci.

PRO-

PROPOSITION III.

On peut de même prendre quel nombre on voudra dans l'ordre après le premier pour recommencer la bande horizontale ſuivante : mais on remarquera en général que les complémens juſqu'à la racine des nombres que l'on prend, comme ſi l'on avoit pris le quatriéme après le premier dans la racine 7, dont le complément ſeroit 3, les bandes ayant été diſpoſées comme on a fait juſqu'ici par le quatriéme, ſeront ceux de la même diſpoſition, comme ſi l'on avoit commencé par la droite, & qu'on eût été vers la gauche, en prenant auſſi les troiſiémes nombres de l'ordre, mais en allant dans le ſens contraire où l'on a été.

Tout ceci eſt évident par la conſtruction, & par ce qu'on a déja démontré dans les deux précedentes Propoſitions. Mais on remarquera auſſi que ſi la racine impaire eſt diviſible par quelque nombre, & qu'on prenne dans l'ordre celui qui répond au diviſeur, comme dans la racine 15 ſi l'on prend les cinquiémes après le premier pour commencer la bande horizontale ſuivante, certains nombres ſeront repetez de 3 en 3 dans toutes les bandes verticales, & ils s'y trouveront chacun cinq fois, comme on peut voir dans le Quarré ſuivant de 15 de racine, à cauſe que le quotient de 15 diviſé par 5 eſt 3; & dans la diagonale, en deſcendant de gauche à droite, les nombres y ſeront les ſixiémes de l'ordre après le premier, qui eſt un de plus que le cinquiéme qu'on a pris, & au contraire dans l'autre bande diagonale ils ſont les quatrié-

10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11
10	6	12	13	7	14	8	1	9	11	2	3	15	5	4
14	8	1	9	11	2	3	15	5	4	10	6	12	13	7
2	3	15	5	4	10	6	12	13	7	14	8	1	9	11

triémes, qui eſt un de moins. Et ſi le nombre impair eſt auſſi diviſible par une des parties de 6 comme 3, la diagonale où les nombres ſont les ſixiémes de l'ordre, aura des nombres repetez de cinq en cinq, qui eſt le quotient du nombre 15 diviſé par 3. Ce ſera la même choſe pour d'autres nombres.

On pourra donc auſſi prendre pour le premier nombre de la ſeconde bande horizontale, le premier après le premier de l'ordre, & par conſéquent tous les nombres en deſcendant dans toutes les bandes verticales ſeront de ſuite comme ceux de l'ordre; & comme ceux de la bande diagonale qui deſcend de gauche à droi-

droite doivent être d'une unité plus avancez dans l'ordre, ils ſeront les ſeconds de l'ordre propoſé. Mais ceux de la bande diagonale qui deſcend de droite à gauche, doivent être d'une unité moins avancez; ils ſeront donc tous les mêmes, comme auſſi ceux de ſes paralleles.

Il s'enſuit donc de-là que tous les nombres de cette bande diagonale étant les mêmes, elle ne ſera pas juſte ſi ce nombre étant multiplié par la racine n'eſt égal à la ſomme de tous les nombres de l'ordre, & il ſera le moyen dans une progreſſion arithmetique.

Dans cette diſpoſition toutes les bandes paralleles & correſpondantes à cette diagonale, auront auſſi chacune partout un même nombre; c'eſt pourquoi elles ne réuſſiront pas.

Ce ſera auſſi la même choſe ſi l'on prend pour le premier de la ſeconde bande horizontale le dernier de l'ordre; car alors la bande diagonale qui deſcend de gauche à droite aura tous les mêmes nombres, comme auſſi ſes paralleles.

COROLLAIRE I.

Pour les Propoſitions précédentes.

On pourra connoître d'abord ſi un ordre de nombres pourra réuſſir dans une diſpoſition donnée & dans un Quarré donné, puiſqu'on voit ſuivant la nature du Quarré ſi le défaut ſera dans les verticales ou dans les diagonales.

Mais on voit généralement que lorſque les racines des Quarrez ſont des nombres premiers, toutes les conſtructions peuvent être bonnes, en obſervant ce qui vient d'être dit pour les

diagonales, qui ont partout le même nombre, ſoit qu'on prenne le premier après le premier de l'ordre, ou bien le dernier pour commencer la ſeconde bande horizontale.

COROLLAIRE II.

On peut encore former ces Quarrez par les bandes verticales au lieu des horizontales, comme on a fait ci-devant, en y obſervant les mêmes regles des horizontales. Mais on remarquera que ſi un Quarré a été fait par les verticales & en deſcendant, il ſe trouvera diſpoſé comme s'il avoit été fait par les horizontales; mais alors la repetition de l'ordre ſe trouve en ſens contraire: par exemple, ſi dans la ſeconde verticale on avoit pris le ſecond nombre de l'ordre de la premiere en deſcendant pour recommencer celle-ci dans un Quarré de 7 de racine, & le Quarré étant tout diſpoſé ſuivant cette methode, il ſe trouvera auſſi diſpoſé comme s'il avoit été fait par les horizontales, en recommençant les bandes inferieures par les cinquiémes de l'ordre, à cauſe que 5 eſt le complément juſqu'à la racine de celui qui a ſervi pour recommencer les verticales.

Enfin un Quarré fait par les verticales étant couché ſur le côté, ſera de même que s'il avoit été fait par les horizontales; mais par une repetition qui ſera le complément juſqu'à la racine, de celle qui a ſervi à le former.

Puiſque la formation des Quarrez par les verticales eſt la même que celle des horizontales, nous nous ſervirons des horizontales dans la ſuite.

CO-

COROLLAIRE III.

On peut faire en montant ce qu'on a fait en deſcendant pour recommencer les bandes horizontales, enſorte qu'une des bandes étant donnée avec la diſpoſition des ſuivantes en deſcendant, on a auſſi la diſpoſition des précedentes en remontant : car il n'y aura qu'à prendre pour le premier nombre des horizontales précedentes ou ſuperieures, le quantiéme après le premier de la bande inferieure, qui eſt le complément juſqu'à la racine du quantiéme qu'on prenoit pour recommencer les inferieures. Comme dans l'exemple de la premiere Propoſition, ſi l'on avoit donné la cinquiéme bande horizontale en deſcendant 5, 3, 9, 13, 8, 11, 10, & que pour la bande inferieure ſuivante on eût pris le ſecond 9 après le premier, ce qui donneroit pour cette bande 9, 13, 8, 11, 10, 5, 3, il faudroit prendre pour le premier de la bande ſuperieure, le cinquiéme 11 après le premier, à cauſe que 5 eſt complément de 2 à 7, & cette bande ſera comme dans l'exemple 11, 10, 5, 3, 9, 13, 8, en conſervant toûjours le même ordre propoſé ; & ainſi des autres de ſuite ſoit en montant ou en deſcendant.

Ces trois Propoſitions précedentes ne ſont qu'une même Propoſition, & comprennent la methode générale de conſtruction que je propoſe ici. Je ne les ai ſeparées que pour faire voir les applications differentes de cette methode, & pour la rendre plus facile.

PROPOSITION IV.

On peut faire les mêmes conſtructions que dans les Propoſitions précedentes avec des or-

dres *mutilez*, c'eſt-à-dire avec des ordres où il y ait moins de nombres qu'il n'y en a dans la racine, en ſubſtituant des zeros à la place des nombres qui manquent pour remplir l'ordre, ou les cellules de la racine; comme auſſi avec des ordres où il y aura des nombres repetez.

7	0	6	6	2
6	6	2	7	0
2	7	0	6	6
0	6	6	2	7
6	2	7	0	6

On en peut voir un exemple dans ce Quarré de 5 de racine, lequel eſt rempli par la premiere Propoſition.

Les démonſtrations ſeront les mêmes que celles des Propoſitions précedentes.

PROPOSITION V.

On peut encore combiner deux Quarrez de même racine, leſquels ſeront remplis ſéparément avec quel ordre on voudra, de quels nombres on voudra, en joignant les nombres enſemble de chaque cellule ſemblable & ſemblablement poſée; & j'appelle ces deux Quarrez *les Primitifs*, par rapport à celui qui en eſt formé, que j'appelle *le Quarré Parfait*.

1. *Primitif.*

7	8	4	5	3
4	5	3	7	8
3	7	8	4	5
8	4	5	3	7
5	3	7	8	4

2. *Primitif.*

5	0	9	4	2
4	2	5	0	9
0	9	4	2	5
2	5	0	9	4
9	4	2	5	0

Soient les deux Quarrez Primitifs de 5 de racine chacun, & les nombres & l'ordre du premier. Soient 7, 8, 4, 5, 3, lequel ſoit rempli ſui-

ſuivant la diſpoſition de la premiere Propoſition. Et les nombres avec l'ordre du ſecond ſoit 5,0,9,4,2, lequel ſoit rempli par la ſeconde Propoſition.

Maintenant ſi l'on joint enſemble les nombres de chaque cellule correſpondante ſemblable & ſemblablement poſée dans ces deux Quarrez, on fera le troiſiéme Quarré qui ſera juſte & parfait. Car puiſque la ſomme des nombres de toutes les bandes des deux premiers Quarrez eſt partout la même, il ſe fera auſſi une même ſomme par l'addition de ces mêmes bandes tant horizontales que verticales & diagonales avec leurs paralleles. Mais il arrive aſſez ſouvent dans ces ſortes de nombres qu'il y en a pluſieurs de repetez dans le même Quarré.

Parfait.

12	8	13	9	5
8	7	8	7	17
3	16	12	6	10
10	9	5	12	11
14	7	9	13	4

Il faut remarquer que la diſpoſition des deux Quarrez Primitifs doit être differente, comme ici celle du premier a été faite par la premiere Propoſition, & celle du ſecond par la ſeconde: Car ſi les deux Quarrez Primitifs avoient une même diſpoſition de leurs nombres dans la répetition de leurs bandes, les nombres qui ſeroient dans chaque bande y ſeroient répetez ſuivant leur diſpoſition, & le Quarré ne laiſſeroit pas pour cela d'être juſte. Et ſi on les diſpoſoit tous deux en prenant le premier & le dernier de l'ordre, il pourroit y avoir une des diagonales qui ſeroit fauſſe, à moins qu'on n'y obſervât ce qui a été marqué dans la Propoſition à l'égard des nombres répetez.

Il s'enſuit auſſi qu'on peut aſſembler ou combiner

biner pluſieurs Quarrez comme on en a fait deux dans cette Propoſition, & que le Quarré qui en réſultera ſera parfait, puiſque dans toutes les bandes ce ne ſera qu'une addition de ſommes égales.

PROPOSITION VI.

Les nombres qui ſont en progreſſion Arithmetique dans l'ordre des nombres, comme 3, 6, 9, 21, 15, 18, 12, ne ſont que des cas des Propoſitions précedentes; mais on y peut faire quelques remarques particulieres.

Si l'on propoſe l'ordre à volonté du Quarré de 7 de racine 3, 5, 2, 1, 4, 7, 6, & qu'on en forme le Quarré par la premiere Propoſition, & qu'on prenne auſſi l'ordre à volonté des racines de ce Quarré en même progreſſion avec le zero qui ſoit 28, 7, 0, 42, 35, 21, 14, & qu'on en forme auſſi un Quarré par la ſeconde Propoſition, comme on les voit ici ; il s'enſuivra que le Quarré compoſé de ces deux Quarrez ſera juſte & parfait, & qu'il n'y aura aucun nombre repeté, & par conſéquent on y trouvera tous les nombres du Quarré juſqu'à 49, & les paralleles aux diagonales ſeront auſſi juſtes.

1°. A cauſe des conſtructions differentes des deux Quarrez les mêmes nombres ne peuvent pas ſe rencontrer dans les mêmes cellules correſpondantes dans chacun des deux Quarrez Primitifs, comme dans le premier Quarré le nombre 3 eſt dans la premiere cellule de la premiere bande horizontale, & dans la ſeconde bande il eſt dans la ſixiéme, dans la troiſiéme il eſt dans la quatriéme, &c. Et dans le ſecond Quarré le nombre 28 eſt dans

la

3	5	2	1	4	7	6
2	1	4	7	6	3	5
4	7	6	3	5	2	1
6	3	5	2	1	4	7
5	2	1	4	7	6	3
1	4	7	6	3	5	2
7	6	3	5	2	1	4

28	7	0	42	35	21	14
42	35	21	14	28	7	0
14	28	7	0	42	35	21
0	42	35	21	14	28	7
21	14	28	7	0	42	35
7	0	42	35	21	14	28
35	21	14	28	7	0	42

31	12	2	43	39	28	20
44	36	25	21	34	10	5
18	35	13	3	47	37	22
6	45	40	23	15	32	14
26	16	29	11	7	48	38
8	4	49	41	24	19	30
42	27	17	33	9	1	46

la premiere cellule de la premiere bande horizontale, mais il eſt le cinquiéme dans la ſeconde bande, & le ſecond dans la troiſiéme, &c. ce qui eſt évident par la conſtruction.

2°. Dans le Quarré Parfait il ne ſauroit y avoir de nombre repeté; car comme chaque multiple de la racine qui ſurpaſſe les nombres de la racine, doit ſe joindre à differens nombres de la racine & avec zero, comme nous venons de voir, chacun de ces multiples joint à la racine doit remplir tout le nombre du Quarré, qui eſt 49 dans cet exemple.

Ce ſera la même démonſtration pour les bandes paralleles aux diagonales.

On pourra auſſi faire ces conſtructions par la 3e Propoſition & en differentes manieres, pourvû qu'on obſerve toûjours de faire l'un des Quarrez Primitifs par une conſtruction, & l'autre par l'autre. On voit par-là que le ſeul Quarré de 7 de racine pourra ſe faire en bien

des manieres differentes, ſuivant la combinaiſon des differentes conſtructions & diſpoſitions des nombres de l'ordre. Mais il faut obſerver que ſi dans l'un des deux Quarrez Primitifs on ſe ſert d'une conſtruction où il y ait des nombres répetez dans une diagonale, il faudra que ce nombre répeté dans toutes les cellules de la bande diagonale, ſoit le moyen de ceux de l'ordre de ce Quarré, comme ſi c'étoit pour les nombres de la racine de 7, il faudroit que ce fût le nombre moyen 4, qui étant multiplié par 7 ſera égal à la ſomme de tous les nombres de la racine. Et ſi c'étoit l'ordre des racines où le zero eſt employé, il faudroit que ce fût le nombre 21 qui eſt moyen entre le zero & 42.

Ce ſera la même choſe pour tels nombres qu'on voudra en progreſſion Arithmetique, comme 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, dont on remplira la racine, & les nombres qui tiendront lieu des multiples des racines avec le zero ſeront 21, & ſes multiples 42, 63, 84, 105, 126, les uns & les autres placez dans quel ordre on voudra, hormis ceux qui dans la diſpoſition donnent des nombres répetez dans la diagonale, auſquels il faut avoir égard ſuivant les trois premieres Propoſitions.

On peut pour faciliter l'operation du Quarré Primitif qui contient les racines, exprimer ſeulement le nombre des racines & non-pas leur valeur, comme 0, 1, 2, 3, 4, &c. au lieu de 0, 7, 14, 21, 28, &c. mais en formant le Quarré Parfait on reſtituera ces valeurs.

PROPOSITION VII.

On peut auſſi conſtruire des Quarrez Parfaits avec

Propoſé.

1	4	7	10	13
3	6	9	12	15
5	8	11	14	17
7	10	13	16	19
9	12	15	18	21

avec des nombres en progreſſion Arithmetique, mais interrompue, comme ſi l'on donnoit les 25 nombres ſuivans dans un Quarré dont les nombres des bandes horizontales ſe ſurpaſſaſſent chacun de 3, & ceux des verticales chacun de 2, on pourra faire de ces nombres un Quarré Parfait par la methode générale.

Primitif des Simples.

1	4	7	10	13
7	10	13	1	4
13	1	4	7	10
4	7	10	13	1
10	13	1	4	7

Il faut d'abord faire un Quarré Primitif par les regles dont tous les nombres ſeront ceux de l'ordre propoſé de la premiere bande horizontale, qui ſeront ceux des nombres ſimples, en reçommençant, par exemple, les bandes horizontales ſuivantes par les ſeconds après le premier de la bande horizontale qui eſt au-deſſus.

Primitif des Racines.

0	8	4	2	6
2	6	0	8	4
8	4	2	6	0
6	0	8	4	2
4	2	6	0	8

L'autre Quarré Primitif ſera celui des Racines, qui ne ſont ici que les nombres ajoûtez aux ſimples nombres repetez dans la progreſſion propoſée. Par exemple, la ſeconde bande horizontale propoſée, n'eſt que la premiere répetée à laquelle on a ajoûté partout 2, la troiſiéme eſt encore la premiere à laquelle on a ajoûté 4, & ainſi des autres; enſorte que les nombres 0, 2, 4, 6, 8, tiennent ici lieu de racines.

On pourra mettre ces racines dans quel ordre on voudra, & diſpoſer le Quarré par une re-

repetition differente de celle du premier Quarré, comme il eſt preſcrit dans la Propoſition précedente, & comme on le voit dans l'exemple qui eſt ici propoſé.

Quarré Parfait.

1	12	11	12	19
9	16	13	9	8
21	5	6	13	10
10	7	18	17	3
14	15	7	4	15

Enfin de ces deux Quarrez Primitifs on en formera le Quarré Parfait, qui aura toutes les conditions requiſes.

On remarquera que dans ces ſortes de Quarrez il pourroit y avoir quelques nombres repetez, mais ce ne ſeront que ceux qui ſont propoſez, & qui ſe trouvent par la progreſſion.

On remarquera auſſi que le Quarré de 9 cellules qui a trois de racine, ne peut avoir qu'une ſeule diſpoſition parfaite, ſoit que les nombres ſoient en progreſſion Arithmetique continue ou interrompue, comme il eſt expliqué dans les Propoſitions 6 & 7; mais que le Quarré Parfait peut être diſpoſé par le renverſement & retournement en 8 manieres differentes.

PROPOSITION VIII.

PROBLEME.

Faire un Quarré d'une racine donnée, & dont la ſomme de toutes les bandes ſoit égale à un nombre donné tel qu'on voudra, ſans que les nombres ſoient repetez dans le Quarré.

Il ſeroit fort aiſé de diſpoſer des nombres repetez dans chaque bande horizontale, enſorte que toutes les bandes fiſſent une même ſomme, puiſqu'il n'y auroit qu'à remplir l'ordre par tels nombres qu'on voudroit qui fiſſent la

la ſomme donnée; ce qui ſeroit évident par les premieres Propoſitions. Mais il faut les diſpoſer de telle maniere, & prendre des nombres tels qu'il ne s'en rencontre pas deux de ſemblables dans tout le Quarré Parfait; ce qui pourra toûjours être, pourvû que le nombre donné ſoit égal ou plus grand que celui qui ſeroit fait des nombres de ſuite depuis l'unité pour la racine propoſée; ſinon il ſe trouvera quelques nombres repetez.

REGLE.

On prendra pour l'ordre du Quarré Primitif des nombres ſimples, les nombres de ſuite de la racine, comme pour la racine 5; 1, 2, 3, 4, 5, leſquels on rangera comme on voudra dans l'ordre pour la premiere bande horizontale de ce Quarré. Ayant ôté leur ſomme du nombre propoſé que doivent faire toutes les bandes, on remplira le reſte avec autant de nombres qu'en a la racine moins l'unité, à la place de laquelle on mettra o, & il faudra que ces nombres ſe ſurpaſſent tous les uns les autres, & le o au moins de 5 qui eſt le nombre de la racine, leſquels on rangera comme on voudra dans l'ordre pour le ſecond Quarré Primitif, & ces deux Quarrez étant remplis ſuivant les premieres Propoſitions, ſi on les combine il en réſultera un Quarré Parfait avec les conditions requiſes.

EXEMPLE.

Soit la racine 5 du Quarré propoſé, & on demande que la ſomme des nombres de toutes les

les bandes ſoit 81, nombre donné, qui eſt plus grand que 65, qui ſeroit celui du Quarré de 5 rempli avec tous les nombres de ſuite depuis l'unité.

Premier Quarré.

4	5	3	1	2
3	1	2	4	5
2	4	5	3	1
5	3	1	2	4
1	2	4	5	3

Second Quarré.

18	0	5	12	31
12	31	18	0	5
0	5	12	31	18
31	18	0	5	12
5	12	31	18	0

Quarré Parfait.

22	5	8	13	33
15	32	20	4	10
2	9	17	34	19
36	21	1	7	16
6	14	35	23	3

Ayant pris par la regle pour l'ordre du premier Quarré les nombres de la racine rangez à volonté, comme on voit dans le premier Quarré 4, 5, 3, 1, 2, dont la ſomme eſt 15, laquelle étant ôtée de 81, ſomme donnée des bandes, il reſtera 66, qu'on pourra remplir des nombres 18, 5, 12, 31, leſquels depuis le 0 ſe ſurpaſſent de 5 & plus, qui eſt le plus grand nombre de l'ordre du premier Quarré.

Ces deux Quarrez étant diſpoſez comme on voudra par les premieres Propoſitions, on en fera le Quarré Parfait en combinant les cellules correſpondantes, & ce Quarré aura toutes les conditions requiſes.

DEMONSTRATION.

La démonſtration de cette operation eſt facile après ce qu'on a démontré des précedentes. Car puiſque le zero du ſecond Quarré ſe doit joindre dans le Quarré Parfait avec les differens nombres du premier Quarré, il eſt évident qu'on aura dans ce Quarré Parfait & dans

dans chacune de ſes bandes l'un des nombres du premier Quarré ſans y être repeté, & le plus haut ſera 5, qui eſt le plus haut du premier Quarré.

Semblablement le ſecond nombre 5 du ſecond Quarré ſe doit auſſi joindre pour le Quarré Parfait, & dans chacune de ſes bandes, avec tous les nombres du premier Quarré, & ces nombres ſeront tous plus grands que ceux qui y ſont déja, puiſque ce nombre 5 étant joint avec 1 fera 6, qui eſt plus grand que 5 qui étoit le plus haut de ceux qu'on y avoit déja placez, & le plus haut de ceux-ci ſera 5 joint à 5 qui fera 10.

De même le nombre 12 qui eſt plus grand que 10 ſe joignant auſſi à tous les nombres du premier Quarré, fera des nombres plus grands que les précedens; & ainſi des autres juſqu'à la fin. C'eſt-pourquoi il ne ſe trouvera dans le Quarré Parfait aucun nombre répeté deux fois, & il ſera parfait par la Propoſition ſixiéme, & toutes ſes bandes feront 81, comme il étoit propoſé.

Il eſt évident que ſi le nombre propoſé étoit moindre que 65 dans cet exemple, il y auroit des nombres répetez deux fois dans le Quarré Parfait; puiſque neceſſairement quelques nombres du ſecond Quarré ſe joignant avec ceux du premier feroient une même ſomme, comme ſi au lieu de 12 on y avoit 7, dont la difference à 5 ſeroit moindre que 5, comme il arriveroit à quelques nombres du ſecond Quarré, ce nombre 7 ſe joignant avec 2 feroit 9, de même que 5 auroit fait auparavant en ſe joignant avec 4, & ainſi des autres.

On pourroit auſſi au lieu des nombres du premier Quarré au prendre d'autres tels qu'on vou-

voudroit, comme 1, 2, 4, 5, 7; mais il faudroit que leur ſomme étant ôtée du nombre donné, le reſte pût remplir l'ordre du ſecond Quarré avec le zero, 0, & le nombre 7 & ſes multiples au moins ; car ce nombre 7 eſt le plus grand de ceux de l'ordre du premier Quarré : ce qui eſt évident par la précedente demonſtration ; car autrement il y auroit, ou il pourroit y avoir des nombres repetez dans le Quarré Parfait.

On pourra varier ces Quarrez en pluſieurs manieres.

PROPOSITION IX.

On peut faire par ces methodes que quelque nombre que ce ſoit du nombre quarré propoſé, ſe trouve dans quelle cellule on voudra du Quarré, & même l'unité au milieu, & en pluſieurs manieres, mais ſeulement dans les Quarrez plus hauts que 9.

Par exemple, ſi l'on veut que l'unité ſoit dans la cellule du milieu du Quarré, on mettra d'abord cette unité dans la cellule du milieu du premier Quarré Primitif, & l'on diſpoſera enſuite les autres nombres de la racine qui ſont les nombres ſimples dans quel ordre on voudra pour la bande horizontale où eſt placé le premier nombre. Enſuite on formera les autres bandes tant en deſcendant qu'en montant par quelqu'une des diſpoſitions des premieres Propoſitions.

On fera enſuite le ſecond Quarré Primitif, qui eſt celui des racines, en plaçant le 0 dans ſa cellule du milieu, qui eſt correſpondante à celle où l'on a placé l'unité dans l'autre, & l'on donnera à la bande horizontale où il eſt quel ordre

ordre on voudra à ces racines, & l'on achevera ce Quarré par une diſpoſition differente de celle du premier pour recommencer les bandes horizontales ; par ce moyen on fera un Quarré Parfait par les regles de la ſixiéme Propoſition qui aura la condition requiſe.

Si c'étoit un autre nombre, comme 22, dans quelque cellule marquée pour le Quarré de 5 de racine, on ôteroit de ce nombre autant de fois la racine qu'on pourroit, qui ſeroit ici 4, & le reſte 2 ſe mettroit dans la cellule marquée, & l'on acheveroit le premier Quarré Primitif comme on vient de dire. Dans le ſecond Quarré Primitif on mettroit les quatre racines dans la cellule correſpondante à celle qui eſt marquée, & achevant auſſi ce Quarré des racines ſuivant la regle, on trouveroit par la combinaiſon de ces deux Quarrez, un Quarré Parfait ſuivant le requis ; ce qui eſt évident par la ſixiéme Propoſition, & comme on le peut voir ici dans l'exemple où le nombre 22 doit être à la ſeconde cellule de la ſeconde bande horizontale.

Premier.				
1	4	3	2	5
3	2	5	1	4
5	1	4	3	2
4	3	2	5	1
2	5	1	4	3

Second.				
3	2	1	0	4
0	4	3	2	1
2	1	0	4	3
4	3	2	1	0
1	0	4	3	2

Parfait.				
16	14	8	2	35
3	22	20	11	9
15	6	4	23	17
24	18	12	10	1
7	5	21	19	13

PROPOSITION X.

*On peut auſſi faire des Quarrez comme dans la ſixiéme Propoſition, enſorte que toutes les cel-

* 17. Juin 1705.

cellules du Quarré étant prises deux à deux, & étant centralement opposées & également éloignées du centre, auront partout leurs nombres ensemble égaux au double du nombre de la cellule du milieu du Quarré ; ce qui est aussi la somme des deux extrêmes.

Cette Proposition n'est qu'un cas des premieres, & la construction n'en est pas differente : elle demande seulement une certaine disposition des nombres de l'ordre ; mais on ne la peut faire qu'avec des nombres qui soient en progression Arithmetique, comme 1, 2, 3, 4, 5, &c.

CONSTRUCTION.

Dans la bande horizontale du milieu du premier Quarré, il faut placer dans la cellule du milieu le nombre moyen de la progression, comme on voit le nombre 4 dans le premier Quarré suivant qui a sa racine 7 ; & l'on placera aussi dans cette même bande les autres nombres de la racine comme on voudra, pourvû seulement que ceux qui seront dans les cellules également éloignées de celle du milieu, fassent ensemble un nombre double de celui de la cellule du milieu ; ce qui se peut faire à cause de la progression Arithmetique proposée, comme on le peut voir dans la Figure suivante.

Pour le second Quarré dont l'ordre sera fait de 0 & des multiples de la racine, on y observera la même regle pour placer ces nombres dans la bande horizontale du milieu, ensorte que le nombre 21 sera au milieu, & ceux qui seront également éloignez de la cellule du

du milieu feront enſemble une ſomme double de 21.

Premier Quarré.

1	5	3	7	2	4	6
7	2	4	6	1	5	3
6	1	5	3	7	2	4
3	7	2	4	6	1	5
4	6	1	5	3	7	2
5	3	7	2	4	6	1
2	4	6	1	5	3	7

Second Quarré.

0	21	42	35	14	28	7
14	28	7	0	21	42	35
21	42	35	14	28	7	0
28	7	0	21	42	35	14
42	35	14	28	7	0	21
7	0	21	42	35	14	28
35	14	28	7	0	21	42

Quarré Parfait.

1	26	45	42	16	32	13
21	30	11	6	22	47	38
27	43	40	17	35	9	4
31	14	2	25	48	36	19
46	41	15	33	10	7	23
12	3	28	44	39	20	29
37	18	34	8	5	24	49

Maintenant ſi l'on acheve ces deux Quarrez chacun par une conſtruction differente, comme il eſt marqué dans la ſixiéme Propoſition, ſur les ordres de la bande horizontale du milieu, tant en deſcendant qu'en montant, par exemple, pour le premier Quarré en prenant le troiſiéme nombre de l'ordre pour le premier de la bande ſuivante, & pour le ſecond Quarré en prenant le quatriéme de ſon ordre: ces deux Quarrez auront chacun les conditions de la Propoſition, & étant combinez par la ſixiéme Propoſition, ils formeront le Quarré Parfait, qui contiendra

dra tous les nombres du Quarré qui ſont ici 49, & il aura toutes les conditions de la Propoſition : car toutes les cellules du Quarré centralement oppoſées font enſemble 50, qui eſt un nombre double de 25 de la cellule du milieu.

On remarquera que dans cette diſpoſition de nombres, on peut prendre pour recommencer les bandes horizontales ſuivantes, le premier de l'ordre après le premier ou bien le dernier ; car dans ces deux cas l'une des diagonales a toûjours les mêmes nombres, & ce nombre ſera le moyen de l'ordre par la conſtruction, puiſqu'il eſt égal à celui de la cellule du milieu du Quarré : c'eſt-pourquoi par les remarques de la troiſiéme Propoſition cette conſtruction ſera bonne.

DEMONSTRATION.

Chacun des deux Quarrez Primitifs a toutes les conditions de la Propoſition, & par conſéquent le Quarré Parfait les aura auſſi. Car dans le premier Quarré le nombre 4 eſt au milieu, celui qui eſt au-deſſus eſt 3, & celui qui eſt au-deſſous eſt 5 : mais il y a même diſtance de 3 à 4 ou de 4 à 3, que de 4 à 5 dans l'ordre par la conſtruction ; car toutes les cellules verticales de ſuite ont des nombres également éloignez les uns des autres par la ſeconde Propoſition ; & puiſque par la conſtruction ceux qui ſont également éloignez du milieu font enſemble une ſomme égale au double de celle du milieu, 3 & 5 feront cette ſomme 8 égale à deux fois 4, & ils ſont centralement oppoſez.

Mais par la conſtruction ceux des côtez 2 & 6 ſont auſſi également éloignez de 4 & centra-

tralement oppoſez, ils feront donc auſſi enſemble 8.

Maintenant le nombre 5, qui eſt au-deſſus de 2, en eſt éloigné de trois cellules dans l'ordre par la conſtruction, & 3 qui eſt au-deſſous de 6, eſt auſſi éloigné de 6 de trois cellules de l'autre côté, & 2 & 6 ſont également éloignez de 4 l'un d'un côté & l'autre de l'autre; donc 5 & 3 ſeront également éloignez de 4 dans l'ordre l'un d'un côté & l'autre de l'autre & centralement oppoſez, & par conſéquent ils feront enſemble une ſomme double de 4.

Ce ſera la même démonſtration pour les autres nombres de ce Quarré en paſſant ſucceſſivement des uns aux autres. Ce ſera encore la même methode de démonſtration pour le ſecond Quarré; & par conſéquent le Quarré Parfait qui eſt une combinaiſon des deux premiers, aura toutes les mêmes proprietez qu'ils ont, qui ſont celles de la Propoſition; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XI.

Les Quarrez Parfaits étant conſtruits comme dans la Propoſition précedente: Je dis qu'on peut les varier en pluſieurs autres qui ne ſuivront plus les regles précedentes.

Ces variations ſe feront en tranſpoſant les bandes les unes à la place des autres, c'eſt-à-dire les verticales à la place des verticales, & les horizontales à la place des horizontales; mais avec cette regle, que celles qui étoient également éloignées de celle du milieu, le ſoient encore après leur tranſpoſition.

Par exemple, ſi dans le Quarré de 7 de ra-

cine de la Propoſition précedente, je tranſpoſe la premiere bande horizontale & que je la mette à la place de la troiſiéme, & la troiſiéme à la place de la premiere ; il faut auſſi mettre la derniere à la place de la cinquiéme, & la cinquiéme à la place de la derniere, ce Quarré changé ſera encore parfait : car alors toutes les cellules oppoſées centralement & également éloignées du centre, ſe trouvent encore également éloignées du centre & centralement oppoſées. Ce ſera la même choſe pour le changement des autres bandes tant horizontales que verticales.

PROPOSITION XII.

Il y a encore d'autres variations qui ſervent à rendre des Quarrez parfaits, leſquels ne le ſeroient pas par la conſtruction ſuivant les premieres Propoſitions. Il ſuffira d'en donner quelques exemples pour les faire connoître.

1. *Quarré.*

2	5	3	1	4
4	2	5	3	1
1	4	2	5	3
3	1	4	2	5
5	3	1	4	2

2. *Quarré.*

3	0	2	4	1
0	2	4	1	3
2	4	1	3	0
4	1	3	0	2
1	3	0	2	4

Soient les deux Quarrez Primitifs formez par la Propoſition quatriéme, où l'on prend pour le premier, qui eſt celui des nombres ſimples, le dernier nombre de l'ordre de la premiere bande horizontale pour recommencer la ſeconde ; & pour le ſecond, qui eſt celui des racines,

nes, on prend le premier de l'ordre après le premier dans la premiere bande horizontale pour recommencer la ſeconde.

Il eſt évident par ce qui a été dit ci-devant, que dans le premier Quarré la bande diagonale qui deſcend de gauche à droite eſt fauſſe; car le nombre 2 eſt répeté dans toutes ſes cellules, & ce nombre 2 n'eſt pas le moyen de ceux de la racine, lequel eſt 3. De même dans le ſecond Quarré, par la conſtruction, la bande diagonale qui deſcend de droite à gauche, a l'unité dans toutes ſes cellules, au lieu qu'elle devroit avoir le nombre 2 qui eſt le moyen des multiples de la racine: c'eſt-pourquoi on cherche ſi en changeant de la même maniere dans ces deux Quarrez Primitifs, quelques bandes de place, on pourra les rendre parfaits; & l'on trouve que ſi la cinquiéme bande horizontale de chacun eſt tranſportée à la place de la quatriéme, & la quatriéme à la place de la cinquiéme, les diagonales défectueuſes ſe trouveront parfaites. Car dans le premier il manque à la bande horizontale où ſont les nombres 2, cinq unitez, & par la tranſpoſition au lieu de 2 & 2, on aura 4 & 5, ce qui corrige le défaut: mais il faut auſſi prendre garde, ſi dans l'autre bande diagonale qui eſt juſte, ce changement n'y cauſe point d'erreur, comme on le voit, puiſqu'au lieu de 5 & 1 on y ſubſtitue 3 & 3 qui fait la même ſomme.

Il faut voir encore ſi dans le ſecond Quarré, qui eſt celui des racines, ce même changement ne cauſe point d'erreur, & corrige celui qui eſt à la bande diagonale où ſont les nombres ſimples; car il faut faire le même changement dans l'un que dans l'autre, afin que les racines com-

binées avec les nombres ſimples faſſent les mêmes ſommes que d'abord & ſans répetition. On voit donc dans ce Quarré que la bande diagonale où ſont les unitez en a cinq de moins qu'il ne faut ; mais par ce changement au lieu de 1 & 1, on aura 4 & 3 qui corrige le défaut, & pour l'autre diagonale qui eſt juſte, on aura 2 & 2 au lieu de 0 & 4 qui font la même ſomme. C'eſt-pourquoi ces deux Quarrez ainſi corrigez, comme on les voit ici, donneront par leur combinaiſon le Quarré Parfait.

1. Quarré.				
2	5	3	1	4
4	2	5	3	1
1	4	2	5	3
5	3	1	4	2
3	1	4	2	5

2. Quarré.				
3	0	2	4	1
0	2	4	1	3
2	4	1	3	0
1	3	0	2	4
4	1	3	0	2

Quarré Parfait.				
17	5	13	21	9
4	12	25	8	16
11	24	7	20	3
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

On pourra faire auſſi d'autres changemens ſemblables dans les bandes horizontales ou verticales, mais dans les conditions marquées ci-deſſus.

Autres variations des Quarrez Parfaits.

Il y a encore de ſemblables variations aux Quarrez Parfaits, en tranſportant des bandes horizontales à la place d'autres horizontales, ou des verticales à la place des verticales ; pourvû que les nombres changez dans les diagonales faſſent la même ſomme que ceux qui y étoient auparavant.

Par exemple, dans le Quarré Parfait qu'on vient de former, on peut changer la premiere ban-

bande horizontale à la place de la derniere, & réciproquement, & le Quarré ſera encore parfait.

De même, on peut changer dans le même Quarré la premiere bande horizontale à la place de la quatriéme, & reciproquement, & le Quarré ſera encore parfait.

De même, en changeant la troiſiéme bande horizontale à la place de la cinquiéme, & reciproquement.

Et ainſi des autres. Mais il faut remarquer que ces Quarrez changez peuvent encore recevoir d'autres changemens, comme dans le dernier que je viens de marquer, on peut mettre la premiere bande verticale à la place de la troiſiéme, & réciproquement.

On peut faire auſſi de ſemblables changemens aux Quarrez formez par les regles des premieres Propoſitions, ce qui augmente de beaucoup le nombre de leurs variations; & ces Quarrez ainſi changez ne ſe rapportent plus aux regles de ces Propoſitions, comme on peut voir en les réſolvant en leurs Quarrez Primitifs.

PROPOSITION XIII.

Dans la multitude des Quarrez Parfaits qu'on peut former ſur une même racine plus grande que trois, il y en a qui ont une proprieté particuliere, & dont M. *Frenicle* a parlé le premier, à ce que je ſache: Savoir, que ſi l'on ôte une enceinte de cellules au Quarré Parfait, le Quarré reſtant ſoit encore un Quarré Parfait, & ainſi de ſuite juſqu'au Quarré 9 dont on ne peut pas ôter d'enceinte. Ces ſortes de Quarrez ne ſe rapportent point aux regles de mes premieres

Propoſitions ; & il y a grande apparence que M. *Frenicle* avoit propoſé ce Problême à M. de *Fermat*.

Pour faire ces ſortes de Quarrez, & pour trouver tous ceux qu'on peut faire ſur la même racine, je donne ici une methode qui en abrege de beaucoup le travail, en réduiſant les nombres qui les compoſent à des nombres beaucoup plus ſimples, & qui fait voir en même temps la démonſtration de la conſtruction.

Je propoſe ſeulement ici le Quarré de 5 de racine, lequel ſervira pour tous les autres Quarrez de même nature.

Je fais d'abord une Table de tous les nombres du Quarré que je range de ſuite en deux colonnes, dans la premiere deſquelles ſont les nombres juſqu'à celui du milieu qui eſt ici 13, & dans l'autre ſont leurs complémens vis à vis juſqu'à la ſomme 26 des deux extrêmes, ou du double de celui du milieu 13, qui eſt ici complément à lui-même, & je mets entre deux leur difference juſqu'à 13, avec les ſignes plus + & moins — les uns d'un côté & les autres de l'autre, pour montrer qu'il faudroit ajoûter cette difference aux nombres moindres que 13 pour aller juſqu'à 13, & aux autres qui ſont leurs complémens, qu'il la faudroit ôter pour les réduire à 13 ; enſorte que ces differences deviennent communes, & les ſignes + & — ont ſeulement rapport aux differences. Enfin je me ſers ſeulement de ces differences dans

Nomb.	*Diff.*	*Nomb.*
1	+ 12	— 25
2	+ 11	— 24
3	+ 10	— 23
4	+ 9	— 22
5	+ 8	— 21
6	+ 7	— 20
7	+ 6	— 19
8	+ 5	— 18
9	+ 4	— 17
10	+ 3	— 16
11	+ 2	— 15
12	+ 1	— 14

dans la recherche des nombres qui doivent composer le Quarré, suivant ce qui est requis par le Problême.

Maintenant pour former le Quarré de 9 du milieu, qui est le plus petit qu'on puisse faire, car un n'est pas consideré comme un Quarré; je place d'abord 13 au milieu, qui est le nombre moyen de tous les nombres du Quarré proposé; & je prens dans les differences quelque nombre à volonté pour la cellule de l'angle *A*, comme 9, & quelqu'autre nombre, comme 1, pour la cellule *B* de l'autre angle de la premiere bande horizontale, & je cherche à remplir les deux bandes *AB*, *AD*; car leurs complémens doivent remplir les deux autres bandes *CD*, *CB*, & la cellule *D* sera le complément de la cellule *B*; c'est-pourquoi les deux cellules *B* & *D* auront le même nombre pour leur difference, mais avec un signe different. Il ne faut donc plus qu'un nombre à chacune de ces bandes pour remplir leurs cellules du milieu.

A		B
4	23	12
21	13	5
14	3	22
D		C

Or les differences pour les cellules de chaque bande doivent être égales à zero, en mettant à leurs nombres le signe + & moins, comme on le trouve à propos.

A *B*
+9 +1 −10 = 0 pour *AB*
A *D*
+9 −1 −8 = 0 pour *AD*

Je pose donc par la supposition pour la bande *AB*, +9 pour la cellule *A*, +1 pour la cellule *B*, ce qui fait +10, & je trouve 10 entre

tre les differences ; c'eſt-pourquoi je mets — 10, & le tout = 0.

Je fais la même choſe pour la bande verticale AD dans laquelle j'ai déja + 9 pour A, & je dois mettre — 1 pour D, puiſque + 1 eſt pour B, & pour remplir l'équation de cette bande il faut encore — 8, que je trouve auſſi dans les differences, & — 8 ſera la difference de la cellule du milieu AD.

Si l'on ne pouvoit pas trouver entre les differences des nombres propres à remplir ces équations, il faudroit faire une autre ſuppoſition ou en tout ou en partie ſeulement.

Les autres bandes CD, CB auront les mêmes differences dans les cellules oppoſées centralement, & avec des ſignes contraires.

Maintenant avec ces differences je remplis les cellules du Quarré. Pour la cellule A j'ai + 9, & je trouve dans la Table le nombre 4 qui répond à + 9, lequel je mets dans la cellule A. Pour la cellule B j'ai + 1, & dans la Table le nombre correſpondant eſt 12, & pour la cellule D on a — 1, qui donne 14 pour cette cellule, comme — 9 donne 22 pour la cellule C. Pour la difference — 10 de la cellule du milieu de la bande AB, on a 23 dans la Table qu'on écrit dans cette cellule, & ſon complément 3 pour ſon oppoſée. Enfin pour la cellule du milieu de la bande AD, on a — 8, à qui appartient le nombre 21 qu'on met dans cette cellule, & ſon complément 5 à l'oppoſite. Par ce moyen le Quarré de 9 eſt rempli comme il faut, & la ſomme des nombres de toutes ſes bandes ſera 39. Il reſte maintenant à faire l'enceinte.

J'efface d'abord dans la Table les differences qui

qui m'ont ſervi pour le Quarré de 9, & je fais à peu près la même operation pour cette enceinte compoſée de quatre bandes, que j'ai fait pour les bandes du Quarré du milieu.

$$\overset{A}{+7}\ \overset{B}{+5}\ +2\ -11\ -3 = 0 \text{ pour la bande } AB$$

$$\overset{A}{+7}\ \overset{D}{-5}\ -12\ +6\ +4 = 0 \text{ pour la bande } AD.$$

A				B
6	11	24	16	8
25	14	23	121	1
7	121	13	51	19
9	114	3	221	17
18	15	2	10	20
D				C

Je prens à volonté quelque nombre comme 7 dans les differences reſtantes pour la cellule *A* de la bande *AB* de l'enceinte, & quelqu'autre auſſi à volonté comme 5 pour la cellule *B* de la même bande auquel je mets le ſigne +; & par conſéquent on aura auſſi les cellules *A* & *D* de la bande *AD*. Il reſte donc à remplir trois cellules dans chacune de ces bandes, enſorte que la ſomme des nombres ſoit égale à zero, & je les trouve comme on voit ici, leſquelles contiennent toutes les differences de la Table.

J'écris donc dans ces cellules les nombres correſpondans aux differences avec leurs ſignes, & à l'oppoſite dans les autres bandes j'écris leurs complémens qui répondent auſſi aux mêmes differences, mais avec des ſignes contraires, & le Quarré ſera parfait comme on le voit ici.

Si l'on ne pouvoit pas faire l'enceinte avec les differences reſtantes du Quarré du milieu, en ſuppoſant les angles tels qu'on les a pris, il en faudroit prendre d'autres pour *B*, & enfin

d'autres pour *A* & pour *B* ; & ſi enfin on ne pouvoit pas remplir ces bandes, ce ſeroit une marque que le Quarré précedent, tel qu'on l'a trouvé, ne pourroit pas ſervir à faire cette eſpece de Quarré.

On trouve auſſi quelquefois pour un ſeul Quarré du milieu pluſieurs enceintes parfaites avec les mêmes angles, & d'autres encore en changeant les angles, comme on peut voir dans cet autre Quarré de la même racine, où ayant trouvé entre les differences, les deux bandes pour le Quarré du milieu,

A *B*
+3 −12 +9 = 0
A *D*
+3 + 6 −9 = 0

on aura pour l'enceinte,

A *B*
+7 +5 +1 −11 −2 = 0
A *D*
+7 −5 −4 −8 +10 = 0

ou bien

A *B*
+7 +5 +2 −10 −4 = 0
A *D*
+7 −5 +1 −11 +8 = 0

dont on pourra former deux Quarrez Parfaits ſur le même Quarré du milieu ; & en changeant les angles on en peut trouver pluſieurs autres ſur le même Quarré du milieu.

Si le Quarré du milieu a ſa racine plus grande que 5 comme 7, 9, &c. on prendra des nombres entre les differences pour remplir chaque enceinte ſéparément, de la même maniere qu'on a fait pour celle de 5.

Le Quarré du milieu, comme tout Quarré peut

peut ſe renverſer & retourner en 8 manieres differentes: mais auſſi les trois cellules du milieu dans chaque bande avec leurs oppoſées, font 6 variations dans les horizontales & 6 dans les verticales, ce qui fait 36 variations de l'enceinte, leſquelles étant multipliées par 8 variations du Quarré du milieu, donne 288 variations de chacun de ces Quarrez, comme dit M. *Frenicle*, ſans parler de ſes renverſemens & retournement qui ne changent pas le Quarré. Mais M. *Frenicle* donne une Table de 26 de ces Quarrez qui n'ont que deux differens Quarrez du milieu, & il dit qu'ils peuvent ſe varier chacun en 288, comme nous venons de trouver, & il ſemble que c'eſt toutes les variations qu'il avoit pû trouver par ſa methode; cependant le premier que j'ai donné ici par ma methode a un Quarré du milieu different de ceux de M. *Frenicle*, & c'eſt celui qui s'eſt preſenté d'abord: c'eſt-pourquoi je ne doute pas qu'il n'y en puiſſe avoir bien plus de 26, & par conſéquent il y aura de ces ſortes de Quarrez de la racine de 5, un bien plus grand nombre que 7488, comme le dit M. *Frenicle*; mais il ſeroit trop long & trop ennuyeux d'examiner tous les Quarrez qu'on peut faire de la même maniere, & il me ſuffit d'en avoir expliqué la methode.

Démonſtration de la Methode.

Il eſt évident dans ces ſortes de Quarrez, que chaque bande doit être compoſée du nombre du milieu du Quarré multiplié ou pris autant de fois qu'il y a de cellules dans la bande; & par conſéquent ſi l'excès des uns eſt égal au défaut des autres, ce qui eſt les differences, quoi-

que les uns ſoient en plus grand nombre que les autres, ces nombres enſemble feront autant de fois celui du milieu, qu'il y aura de nombres, comme on a pû voir dans l'exemple propoſé, & c'eſt ſur cette proprieté qu'eſt fondée cette regle, ce qui eſt facile à connoître.

Par ce moyen on peut trouver toutes les conſtructions poſſibles de cette eſpece de Quarrez.

Si l'on vouloit conſtruire un de ces Quarrez par enceintes ſans ſe ſervir de la methode précedente, on le pourra faire comme il ſuit. Mais on remarquera que tout l'artifice de cette conſtruction, conſiſte à faire que dans toutes les enceintes les cellules des angles oppoſez centralement, ſoient complément les uns des autres juſqu'à la ſomme du premier & du dernier nombre du Quarré, de même que tous les nombres oppoſez dans les bandes verticales & horizontales; & enfin que la ſomme des nombres de chaque bande horizontale ou verticale ſoit égale au multiple du nombre du milieu, qui eſt la moitié des extrêmes, par le nombre des cellules de la bande; d'où il ſuit évidemment que ſi toutes les enceintes ont cette proprieté dans le Quarré, lorſqu'on aura ôté du Quarré quel nombre d'enceintes on voudra, le reſte ſera toûjours Quarré Parfait.

On place donc d'abord dans les cellules du Quarré tous les nombres de ſuite du Quarré, comme on les voit dans la Figure, ce qu'on appelle l'ordre du Quarré naturel. On ſepare enſuite de ce Quarré toutes les enceintes juſqu'au milieu, & à cauſe que nous ſuppoſons le Quarré impair, il reſtera au milieu une cellule, laquelle contiendra le nombre moyen de tous les nombres du Quarré, lequel eſt auſſi

égal

égal à la moitié de la ſomme du premier & du dernier.

J'appelle la premiere enceinte, celle qui eſt autour de la cellule du milieu: celle qui ſuit ou qui envelope la premiere, ſera la ſeconde: la ſuivante ſera la troiſiéme, & ainſi juſqu'à l'enceinte exterieure ou derniere.

Dans toutes les enceintes on y conſidere d'abord huit cellules principales, & autant de nombres principaux: ces cellules ſont celles des quatre angles, & celles du milieu des quatre bandes, ſans avoir aucun égard aux autres cellules ni aux nombres qui y ſont.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

Les premieres, troiſiémes, cinquiémes, ſeptiémes, &c. enceintes ſe font d'une façon, & les autres qui ſont les 2e, 4e, 6e, 8e, &c. ſe

ſont d'une autre. On n'employe dans chaque enceinte magique que les nombres qui ſont dans les mêmes enceintes naturelles.

Pour la conſtruction des premieres, troiſiémes, &c. enceintes, on avance les huit nombres principaux qui ſont dans l'enceinte naturelle, ſeulement d'une moitié de bande, ſans en changer l'ordre, enſorte que les nombres qui étoient au milieu des bandes de l'enceinte naturelle, ſe trouvent aux angles de l'enceinte magique, & ceux des angles ſe trouvent au milieu des bandes. Enſuite on tranſportera les milieux de chaque bande à leurs oppoſez, comme on peut voir, par exemple, dans la troiſiéme enceinte du Quarré de 11 qu'on propoſe ici.

Il reſte maintenant à diſpoſer les autres nombres qui ſont encore dans les bandes, s'il y en a, car la premiere n'en a point. Ces nombres reſtans dans chaque bande ſont toûjours multiples de 4, leſquels ſont diſtribuez également des deux côtez de la cellule du milieu de la bande tant horizontale que verticale, & l'on ne cherche qu'à remplir la bande horizontale ſuperieure & la verticale à gauche. On laiſſera donc la moitié des nombres qui ſont dans ces deux bandes à leur place naturelle, en obſervant toûjours que ceux qu'on laiſſe ſoient dans chaque bande également éloignez de la cellule du milieu, & les autres on les changera avec leurs oppoſez qui ſont dans la bande oppoſée, comme on voit dans la troiſiéme enceinte, on a laiſſé 27 & 29 à leurs places, & l'on a mis à la place des deux autres 26 & 30, leurs oppoſez 92, 96, qui étoient dans la bande horizontale inferieure. On a fait la même choſe pour la verticale à gauche, en laiſſant 36 & 80 à leurs pla-

places, & mettant à la place de 47 & de 69 leurs oppoſez 53 & 75; par ce moyen on aura l'horizontale & la verticale toute diſpoſée, & l'on placera dans les deux autres bandes oppoſées à celles-ci, & dans les cellules oppoſées, les nombres complémens de ceux qui ſont placez, & toute l'enceinte magique ſera faite avec les nombres de l'enceinte naturelle qui y étoient.

56	2	113	114	5	121	7	118	119	10	6
22	13	14	79	104	105	106	87	20	21	100
33	32	58	92	27	97	29	96	28	90	89
34	19	36	37	70	83	74	41	86	103	88
45	46	53	40	60	73	50	82	69	76	77
11	65	31	63	51	61	71	59	91	57	111
67	68	75	84	72	49	62	38	47	54	55
78	107	80	81	52	39	48	85	42	15	44
99	98	94	30	95	25	93	26	64	24	23
110	101	108	43	18	17	16	35	102	109	12
116	120	9	8	117	1	115	4	3	112	66

Pour les autres enceintes qui ſont les ſecondes, quatriémes, ſixiemes, &c. les nombres des quatre angles demeureront dans leur place naturelle, & ceux des milieux ſeront tranſpoſez tant de haut en bas que de droite à gauche, & ainſi ces huit nombres ſeront tous placez dans l'enceinte. Pour les reſtans qui ſeront toû-

toûjours en nombre impair des deux côtez des milieux, on mettra dans la bande horizontale ſuperieure à la place des nombres qui ſont au milieu entre les angles & le milieu, ceux qui ſont dans les deux bandes verticales au milieu des deux moitiez d'embas, comme ici dans la quatriéme enceinte à la place de 15 on mettra 79, & à la place de 19 on mettra 87 ſans changer ces nombres de côté; & de même dans la premiere bande verticale laquelle eſt à gauche, à la place des nombres du milieu des deux moitiez, on y met les nombres du milieu des deux dernieres moitiez des deux horizontales naturelles, comme ici à la place de 35 on y met 19, & à la place de 79 on y met 107. Il reſte encore dans la bande horizontale ſuperieure & dans la verticale à gauche des nombres en quantité paire de chaque côté du milieu, dont une moitié ſera laiſſée dans ſa place, & l'on tranſpoſera l'autre moitié avec ſes oppoſez directement, en obſervant, comme on a fait ci-devant, de tranſpoſer dans la même bande ceux qui ſont également éloignez du milieu. Ces deux bandes étant diſpoſées, les deux autres qui leur ſont oppoſées le ſeront auſſi, en mettant à l'oppoſite des nombres qui ſont placez, leurs complémens à la ſomme du premier & du dernier, & tous les nombres qui ſervent à remplir l'enceinte magique ſont ceux de l'enceinte naturelle; car dans l'enceinte naturelle les nombres oppoſez centralement ſont tous complémens les uns des autres.

Il eſt facile à voir que ces ſortes de Quarrez peuvent être variez en pluſieurs manieres, ou par les differens nombres qu'on peut laiſſer ou tranſpoſer dans les enceintes, ou en retournant

&

& renverſant quelques enceintes, ou en tranſpoſant des bandes dans le Quarré Parfait, ou enfin en mettant dans les enceintes premiere, troiſiéme, cinquiéme, &c. au lieu des huit nombres principaux qui s'y trouvent naturellement, les huit autres d'une autre enceinte de même nature, ce qui ſe peut toûjours faire à cauſe que dans ces enceintes les trois nombres principaux de chaque bande feront toûjours une ſomme égale au triple de la cellule du milieu.

DEMONSTRATION.

LEMME I.

Dans le Quarré naturel toutes les bandes tant horizontales que verticales & diagonales, ont les nombres de leurs cellules en progreſſion Arithmetique, comme il eſt évident par la diſpoſition des nombres du Quarré; & par conſéquent tous ces nombres auront les proprietez de cette progreſſion.

LEMME II.

Dans le Quarré naturel & dans une enceinte, ſi l'on prend dans chacune des bandes horizontales ou verticales deux nombres également éloignez de celui du milieu des bandes ou des extrêmes, ces quatre nombres feront une ſomme égale au quadruple de celle du milieu, ou au double de la ſomme des extrêmes du nombre quarré propoſé.

Car ces deux nombres dans chaque bande oppoſée, feront une ſomme double du nombre

bre du milieu de la bande, ou égale aux extrêmes par le Lemme I. & ces deux nombres du milieu ou ces deux extrêmes, qui ſe trouvent dans une bande priſe de l'autre ſens, feront encore par les mêmes raiſons une ſomme double de la cellule du milieu, où égale aux deux extrêmes : c'eſt-pourquoi ces quatre nombres pris enſemble dans deux bandes oppoſées, feront le quadruple de la cellule du milieu, ou le double des deux extrêmes.

Comme dans l'exemple propoſé 26 & 30 font le double de 28 ; & 93 & 95 le double de 94 ; & enfin 38 & 94 le double de 61 : donc 26, 30, 93, 95 font le quadruple de 61, ou le double de 122, qui eſt la ſomme des extrêmes du Quarré. Ce ſera la même choſe pour les Quarrez qui n'ont point de milieu.

LEMME III.

Si dans quelque enceinte d'un Quarré naturel on prend les nombres de deux cellules du milieu, l'une horizontale & l'autre verticale, 50 & 60 dans nôtre exemple, & celui 73 de l'angle oppoſé à celui qui eſt entre les deux nombres qu'on a pris, ces trois nombres feront le triple de la cellule du milieu 61.

Car à cauſe de la progreſſion Arithmetique on aura $\frac{1}{2}$ 49 + $\frac{1}{2}$ 51 = 50, & $\frac{1}{2}$ 49 + $\frac{1}{2}$ 71 = 60 : mais auſſi $\frac{1}{2}$ 51 + $\frac{1}{2}$ 71 = 61 ; donc les trois nombres 50 + 60 + 73 ſe réduiſent à 49 + 73 + 61 : mais encore 49 + 73 = 2 × 61 ; donc 50 + 60 + 73 = 3 × 61. Ce qu'il falloit prouver.

LEM-

LEMME IV.

Lorſque dans les bandes d'une enceinte du Quarré naturel il y a entre les angles & le milieu un nombre impair de cellules; je dis que ſi dans une bande on laiſſe les angles à leur place, & qu'on change la cellule du milieu avec ſon oppoſée dans l'autre bande; enfin ſi au lieu des nombres des cellules du milieu entre le milieu & les angles, que j'appelle les cellules des quarts, on ſubſtitue les nombres des cellules des quarts les plus éloignez de cette bande, qui ſont dans les bandes à côté, on aura cinq nombres qui ſeront égaux à cinq fois celui du milieu.

Comme ici 37, 41, 70, 74, 83, & 37, 81, 40, 84, 63.

Car à cauſe de la progreſſion Arithmetique dans chaque bande, on a $37 + 41 = 2 \times 39$, & $70 + 74 = 2 \times 72$; mais $2 \times 72 = 61 + 83$, donc les cinq nombres ſe réduiſent à $2 \times 39 + 2 \times 83 + 61$: mais $2 \times 39 + 2 \times 83 = 4 \times 61$, donc les cinq nombres propoſez = à cinq fois 61.

Il eſt facile à connoître par ces Lemmes que la conſtruction du Quarré que nous avons donnée eſt juſte, puiſqu'elle y eſt compriſe & quelques autres encore que l'on pourroit faire.

PRO-

PROPOSITION XIV.

Comparaiſon & rapport des methodes qui ont été données juſqu'à préſent, avec celles que j'ai propoſées ici.

Le plus ancien Auteur, à ce que je crois, dont nous ayons des methodes pour diſpoſer des nombres quarrez dans un Quarré qu'on appelle *Magique*, eſt *Manuel Moſcopule*, dont j'ai trouvé un petit manuſcrit dans la Bibliotheque du Roi.

Il donne deux manieres de faire les Quarrez impairs. La premiere eſt de compter les cellules par deux & par trois pour placer les nombres du Quarré de ſuite, comme on verra dans l'exemple ſuivant du Quarré de 5 de racine.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Il place toûjours l'unité dans la cellule qui eſt au-deſſous de celle du milieu; enſuite il compte deux cellules y comprenant celle-là même & en deſcendant directement, puis étant venu à la ſeconde il détourne dans celle qui lui eſt la plus proche à droite où il place le nombre 2.

Enſuite il compte encore deux cellules en deſſous, y comprenant celle où eſt 2 : mais comme il n'y en a point, il remonte directement à celle qui eſt au haut du Quarré, & détournant à droite, il place 3 dans celle qui eſt voiſine. Il pourſuit de même, & lorſque les cellules manquent à droite, il retourne à la pre-

premiere bande qui eſt à gauche, comme on voit ici, & il pourſuit de même juſqu'à la racine qui eſt 5.

Etant venu au nombre de la racine, il compte trois cellules en deſcendant directement, & y comprenant celle où eſt la racine; & dans la troiſiéme ſans détourner, il met le nombre ſuivant 6, & il continue comme il a fait d'abord, comme s'il commençoit par le nombre 6, juſqu'au nombre 10 qui eſt un multiple de la racine: mais pour placer le nombre ſuivant 11, il compte encore trois cellules en deſſous, comme il a fait pour le nombre 6, & c'eſt la même choſe après tous les multiples de la racine, & par ce moyen il acheve le Quarré, comme on le voit ici.

10	18	1	14	22
4	12	25	8	16
23	6	19	2	15
17	5	13	21	9
11	24	7	20	3

Pour ſa ſeconde maniere, où il compte par trois & par cinq, comme il dit, il met toûjours l'unité au milieu de la bande horizontale ſuperieure, & en comptant trois cellules en deſcendant y compris celle qui eſt remplie, il place 2 dans celle qui eſt la plus proche à droite de la troiſiéme; & comptant encore trois cellules en deſcendant, il met à la droite le nombre 3, & il continue de même juſqu'à la racine en remontant en haut quand il eſt au bas du Quarré, & paſſant à la premiere bande verticale à gauche quand il n'y a plus de cellules à la droite, de la même maniere qu'il a fait dans l'autre methode.

Mais quand il eſt venu juſqu'à la racine ou à ſes multiples, il compte cinq cellules en deſcendant directement, & il place dans la cinquiéme

quiéme le nombre, comme 6, qui recommence un autre multiple des racines, comme on voit dans cette Figure du Quarré.

La premiere methode de cet Auteur n'eſt qu'un cas de celle que j'ai donnée dans ma dixiéme Propoſition, comme on pourra voir ici en faiſant la réſolution du Quarré fait par ſa methode en deux Quarrez Primitifs, dont l'un contiendra les nombres ſimples, & l'autre les racines.

Premier.

1	4	2	5	3
4	2	5	3	1
2	5	3	1	4
5	3	1	4	2
3	1	4	2	5

Second.

10	20	5	15	0
0	10	20	5	15
15	0	10	20	5
5	15	0	10	20
20	5	15	0	10

Dans ces deux Quarrez qui ne ſont qu'un cas des regles générales des premieres Propoſitions, comme je l'ai marqué dans ma dixiéme, tous les nombres oppoſez centralement & également éloignez du centre, étant pris deux à deux, font une ſomme égale au double de celui de la cellule du milieu.

Car le premier de ces Quarrez qui contient les nombres ſimples, a dans ſa bande horizontale du milieu ces nombres ordonnez ſuivant la regle de cette Propoſition, & la bande horizontale ſuivante recommence par le premier nombre de l'ordre après le premier de la bande ſuperieure. C'eſt-pourquoi le même nombre ſe trouvera répeté dans la diagonale qui deſcend de droite à gauche, & ce nombre étant

tant auſſi celui de la cellule du milieu du Quarré eſt le moyen de ces nombres ; & le Quarré ſera bon par ce qui a été remarqué dans la même Propoſition X.

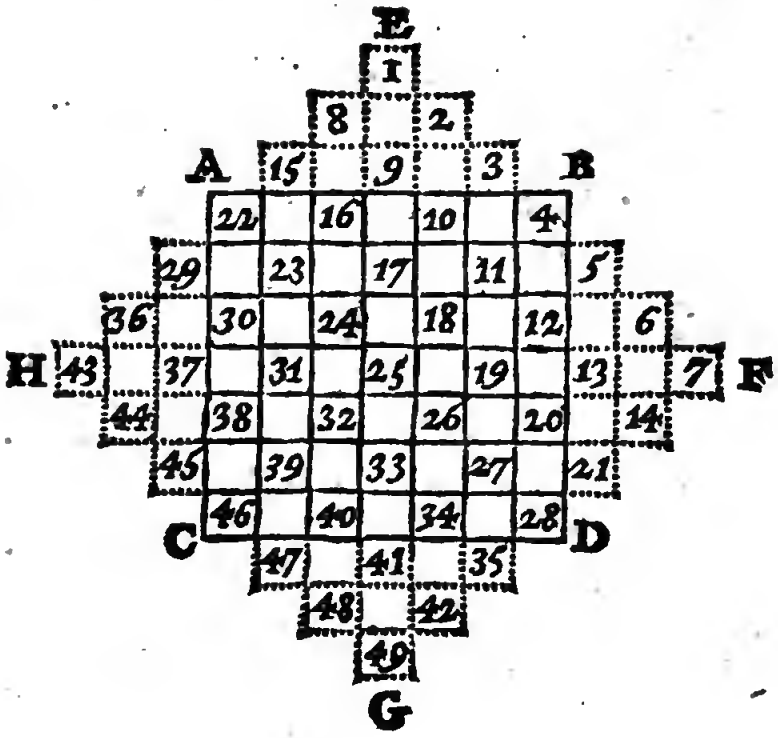
Pour le Quarré des racines il ſuit auſſi les mêmes regles, & comme ces deux Quarrez ſont formez par deux répetitions differentes des nombres de l'ordre, le Quarré Parfait ſera bon.

Pour ce qui eſt de la ſeconde methode, ce n'eſt auſſi qu'un cas de ma ſixieme Propoſition; car ce Quarré étant réduit dans ſes deux primitifs, on trouvera l'ordre des nombres ſimples de la premiere bande horizontale 5, 3, 1, 4, 2, dans l'exemple ci-deſſus, & celui des racines 5, 15, 0, 10, 20, & celui des nombres ſimples ſe fait en recommençant les bandes horizontales ſuivantes par le premier qui ſuit celui du milieu dans l'ordre de la bande ſuperieure ; & celui des racines par celui du milieu de la bande ſuperieure.

On remarquera que par cette methode les nombres qui recommencent les bandes horizontales des Quarrez Primitifs ne ſont pas toûjours le même quantiéme après le premier, mais differens dans chaque Quarré ; ce qui ne change pas les regles de ma ſixiéme Propoſition.

M. *Bachet* dans ſes *Problêmes plaiſans* imprimez en 1624., dit qu'il a vû les ſept nombres Quarrez depuis 3 de racine juſqu'à 9 tout diſpoſez ſuivant la queſtion des Quarrez Magiques, & c'eſt comme ils ſont dans *Agrippa*; mais qu'il n'a trouvé en aucun endroit de regle pour les faire : que pour ce qui regarde les Quarrez impairs, il en a inventé une qu'il

qu'il donne comme on la voit ici ; mais que pour les pairs il n'a pû rien trouver qui l'ait ſatisfait.



Il fait d'abord le Quarré *ABCD* comme dans cet exemple de 7 de racine, puis il ajoûte à chaque côté de ce Quarré des eſpeces de pyramides de cellules qui vont toûjours en diminuant de deux cellules juſqu'à l'unité, ainſi le premier Quarré *ABCD* ſe trouve changé en un autre Quarré plus grand *EFGH*, dont les cellules quarrées ſont poſées ſur l'angle par rapport aux côtez de ce Quarré, & chacun de ces côtez n'a auſſi que ſept cellules ; il écrit dans ce nouveau Quarré *EFGH* tous les nombres de ſuite du Quarré propoſé, comme on les voit ici.

En-

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

Enſuite il tranſporte les nombres des pyramides dans les cellules vacantes du premier Quarré, celle d'enhaut en bas, celle de bas en haut, & celle d'un côté à l'autre, ſans les renverſer ni les retourner, & par ce moyen tout le premier Quarré eſt rempli ſuivant ce qui eſt requis dans la Propoſition, comme on le peut voir ici.

Il dit qu'on peut faire la même choſe avec d'autres nombres, pourvû qu'ils ſoient en progreſſion Arithmetique.

Cette methode donne la même diſpoſition que la premiere de *Moſcopule*; c'eſt-pourquoi tout ce que j'ai dit de celle-là ſervira pour celle-ci : mais celle de *Moſcopule* eſt plus ſimple que celle de *Bachet*.

M. *Frenicle* donne d'abord la même regle que celle de *Bachet*, comme on peut voir dans le Traité de ces ſortes de Quarrez qu'il avoit compoſé, lequel j'ai fait imprimer ſur ſes manuſcrits. Il donne enſuite des variations de ces Quarrez, comme je les ai marquées dans ma Propoſition 11. Mais enfin il propoſe de faire ces ſortes de Quarrez de telle maniere, que ſi l'on en ôte des enceintes juſqu'au Quarré du milieu, qui eſt 1 dans les impairs, & 4 dans les pairs, le Quarré reſtant ſera toûjours un Quarré Magique.

Il s'étend fort au long ſur ces ſortes de Quarrez; mais la methode qu'il donne pour les faire n'eſt qu'un ſimple tatonnement pour

choiſir les nombres du Quarré. Il eſt vrai qu'il fait pluſieurs remarques, leſquelles peuvent beaucoup ſervir pour la conſtruction.

J'ai expliqué dans ma treiziéme Propoſition une maniere aſſez facile & ſimple pour trouver tous les Quarrez poſſibles d'une même racine leſquels ayent cette proprieté, & j'ai donné enſuite une methode générale pour faire un de ces Quarrez qui peut être varié en pluſieurs manieres.

La conſtruction de cette eſpece de Quarré Magique étoit un Problême qui s'étoit rendu célébre du temps de M. *Frenicle*, & la maniere de le conſtruire paroiſſoit plus ſimple que celle dont on ſe ſervoit pour ceux qui n'avoient pas cette proprieté, car la démonſtration en étoit évidente. C'eſt-pourquoi l'Auteur des *Nouveaux Elemens de Geometrie* ne donne que cette conſtruction, que le Pere *Preſtet* a rendu plus claire dans ſes *Nouveaux Elemens de Mathematique.*

M. *de la Loubere* Envoyé extraordinaire auprès du Roi de *Siam*, rapporte dans la Relation de ſon voyage fait en 1687, qu'il avoit appris que les *Indiens* de *Surate* avoient une methode de ranger les Quarrez Magiques ; mais qu'il ne pût en avoir connoiſſance que pour les impairs, qu'il rapporte comme il ſuit.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

On met l'unité au milieu de la premiere bande horizontale, & en montant diagonalement de gauche à droite. On place tous les nombres de ſuite du Quarré, & quand les bandes manquent en haut on deſcend en bas, & quand elles

les manquent à droite on paſſe à gauche : cela ſe fait juſqu'à ce que l'on trouve la cellule remplie où il faudroit aller, ce qui arrive lorſque les nombres ſont les multiples de la racine; alors on met le nombre ſuivant dans la cellule immédiatement au-deſſous du dernier, & par ce moyen on remplit tout le Quarré.

Il eſt aiſé de voir que cette conſtruction n'eſt qu'un cas de ma dixiéme Propoſition, où toutes les cellules oppoſées centralement & également éloignées du centre, font une ſomme égale à celle des deux nombres extrêmes. Il donne enſuite un exemple tiré d'*Agrippa*, qui eſt fait ſuivant la premiere regle de *Moſcopule*.

Mais comme M. *Bachet* n'avoit point donné de démonſtration de ſa methode, M. *de la Loubere* dit qu'il l'a cherchée. Il la donne enſuite, & elle me paroît fort ingenieuſe, quoique difficile. Il en tire des manieres de varier ces Quarrez.

Il ajoûte enfin une penſée de M. de *Malezieu* Intendant de Monſeigneur le Duc du *Maine*, ſur les raiſons qu'on a eues de diſpoſer les Quarrez Magiques ſuivant la methode *Indienne*, qui eſt celle, à ce qu'il dit, qui peut les mieux executer.

M. *Poignard* grand Chanoine de *Bruxelles*, qui a fait imprimer l'année derniere un Traité de ces ſortes de Quarrez ſous le nom de *Quarrez ſublimes*, propoſe d'abord ſa methode générale dans la premiere Propoſition, qui eſt comme on peut voir, toute la même que celle que donne M. *de la Loubere* pour la methode *Indienne*. Sa ſeconde Propoſition contient, à ce qu'il dit, une methode générale pour la variation de ces Quarrez ; *ſavoir*, *en partageant les*

termes de la progreſſion par de petits traits de 5 en 5, parceque le côté du Quarré eſt de cinq cellules, ce qui fera cinq membres chacun de cinq termes, comme il s'enſuit 1, 2, 3, 4, 5, | 6, 7, 8, 9, 10, | 11, 12, &c. *Après avoir ainſi partagé tous les chiffres de la progreſſion, on variera chaque membre l'un comme l'autre par la tranſpoſition uniforme des termes de chaque membre: par exemple* 3, 1, 4, 5, 2, | 8, 6, 9, 10, 7, | 13, 11, 14, *& l'on formera avec ces membres ainſi diſpoſez le Quarré propoſé, écrivant de ſuite les chiffres ſelon la methode générale de la Propoſition I.*

Cette maniere de varier les Quarrez eſt fort belle & fort facile, mais elle n'eſt pas générale comme il dit ; car elle pourra manquer dans des Quarrez dont les racines ne ſont pas des nombres premiers, comme on peut voir ici dans le Quarré de 9 de racine : car l'ordre des nombres de la progreſſion étant diſpoſé à volonté, & comme on le voit ici 3, 6, 4, 1, 2, 5, 9, 8, 7, | 12, 15, 13, 10, 11, 14, 18, 17, 16, | 21, 24, &c. & rempliſſant le Quarré ſuivant la methode générale, on trouvera que la ſomme des nombres de toutes les bandes ſera 369, hormis la diagonale qui deſcend de gauche à droite qui a 372.

51	55	68	80	3	13	20	36	43
58	65	81	7	15	19	32	44	48
64	77	8	12	22	29	45	52	60
74	9	16	24	28	41	53	57	67
5	17	21	31	38	54	61	69	73
18	25	33	37	50	62	66	76	2
26	30	40	47	63	70	78	1	14
34	42	46	59	71	75	4	11	27
39	49	56	72	79	6	10	23	35

Il eſt facile à voir par ce que j'ai expliqué dans mes trois premieres Propoſitions, que ce défaut

défaut vient de ce que par la conſtruction de M. *Poignard*, il ſe trouve que le Quarré Primitif des nombres ſimples de la racine recommence ſes bandes horizontales ſuivantes par le cinquiéme de l'ordre ſuperieur dans ce Quarré, & que la diagonale qui deſcend de gauche à droite aura tous les ſixiémes de l'ordre après le premier, & ſix étant les deux tiers de la racine, les nombres ſimples y ſeront repetez de trois en trois & trois fois, & ce ſeront les nombres 6, 2, 8: mais ces nombres faiſant 16 qui differe d'une unité du nombre 15 qui eſt le tiers de la ſomme de ceux de la racine, il ſe trouvera dans cette bande 3 unitez de trop. Car pour ce qui eſt des racines, le Quarré Primitif ſe trouve diſpoſé comme il faut, en ce que le nombre 36 qui eſt le moyen des racines, ſera dans toutes les cellules de la bande diagonale qui deſcend de droite à gauche, ce qui doit arriver par cette methode.

On auroit pû prendre d'autres ordres des nombres ſimples pour faire réuſſir la methode de M. *Poignard* dans ce Quarré, comme 3, 5, 4, 1, 2, 6, 8, 7, pour les nombres de la premiere racine; car alors les nombres de la diagonale auroient été 5, 2, 8, répetez trois fois qui auroient fait 45 dans le Quarré Primitif, ce qu'il falloit; mais la methode ne ſera pas générale.

PROPOSITION XV.

Examen du nombre des variations de ces Quarrez par la methode que j'ai propoſée.

Il eſt certain par ma methode que le nombre des variations ſera plus grand à proportion que la racine du Quarré ſera plus grande : mais pour faire voir l'étendue de ces variations, je ne les conſidererai que dans le Quarré de 7 de racine.

On ſait par les regles des combinaiſons ordinaires, qu'on peut donner à 7 choſes ou nombres, & ſeulement par rapport aux places les unes à l'égard des autres 5040 diſpoſitions. Ainſi dans le Quarré que je propoſe on peut varier l'ordre des nombres ſimples dans le premier Quarré Primitif & dans la premiere bande horizontale en 5040 manieres, & de cet ordre dépend toute la diſpoſition du Quarré ſuivant les differentes repetitions dans les bandes horizontales. Ce ſera la même choſe pour le Quarré Primitif des racines.

On voit donc de là que ſi l'on diſpoſe le premier Quarré Primitif que je ſuppoſe celui des nombres ſimples par la premiere Propoſition, & celui des racines par la ſeconde, ils auront chacun 5040 variations, dont chacune de l'un pourra être combinée avec tout le nombre des autres, & ce qui produira autant de Quarrez Parfaits; on aura donc par ce ſeul moyen 25, 401, 600 variations de ce Quarré.

Mais comme on peut prendre par la troiſié-

me.

me Propoſition d'autres repetitions dans l'ordre pour former les bandes horizontales inferieures des Quarrez Primitifs, comme le troiſiéme, le quatriéme, &c. de l'ordre de la bande horizontale ſuperieure, on pourra combiner les Quarrez Primitifs en 12 manieres differentes, ſans parler de la repetition par le premier & le dernier de l'ordre, on aura donc pour ces variations 12 fois le nombre qu'on vient de trouver, ce qui eſt 304,819,200 variations.

Il y a encore les répetitions par le premier après le premier de l'ordre & le dernier, avec la ſujetion que le même nombre qui ſe trouve dans toute la diagonale, ſoit le moyen de l'ordre; & comme on le peut faire dans l'un & dans l'autre Quarré Primitif ſéparément, on aura 29, 030, 400 variations, leſquelles étant jointes aux premieres feront en tout par cette methode 334, 886, 400 variations de ce Quarré de 7.

Mais il y en a encore une infinité d'autres qui ne ſe rapportent point à cette regle, & dont j'ai donné un échantillon dans la douziéme Propoſition, & entre leſquels ſont ceux dont les enceintes étant ôtées, il reſte encore des Quarrez Parfaits.

Dans tous ces Quarrez on ne compte point ceux qui ſe feroient par le renverſement ou par le retournement de ces Quarrez, puiſqu'en effet ils ne ſeroient pas differens dans l'arrangement de leurs nombres.

DE L'INVERSE DES TANGENTES ET DE SON USAGE.

Par M. ROLLE.

* QUOIQUE les secondes formules des Tangentes & celles d'un ordre plus élevé ne soient pas d'un aussi grand usage que les autres formules de Tangentes, il est peut-être bon de marquer en peu de mots comment on pourroit faire l'Inverse de ces formules du second ordre, & de celles d'un ordre plus élevé, par le moyen des regles que j'ai proposées dans les quatre Memoires que je donnai à l'Academie en 1704 pour l'Inverse des premieres formules, & qui ont été imprimez dans la même année : C'est la premiere chose que je me suis proposé ici. Ensuite j'y marquerai de nouveaux usages de l'Inverse des premieres formules.

ARTICLE I. Soit pour exemple d'une seconde formule de Tangentes, celle qui est marquée ici en *A*.

A.... $5yydx^2 = 3xxdy^2$.

Et qu'on veuille remonter à son égalité génératrice : Ayant pris une égalité indéterminée pour représenter cette génératrice, comme je l'ai

* 23. Juin 1705.

'ai dit dans mon ſecond Memoire, on aura auſſi celle qui eſt ici en *B*.

$B \ldots\ . \ nsy^{t} = hx^{s}$.

Enſuite on prendra la ſeconde formule de cette génératrice, ſuivant le Journal du 13 Avril 1702, pag. 388. Edit. d'Amſt. & cette formule ſera comme on la voit ici en *C*.

$C \ldots\ . \ 3nsyydy^{2} = 5hx^{3}dx^{2}$.

Comparant cette formule *C* à la propoſée *A* pour faire évanouïr les inconnues relatives dx & dy, & diviſant la réduite par la ſuppoſée, comme je l'ai dit au ſecond Memoire, il ne reſtera rien du tout. Ainſi l'on n'aura point de Problême auxiliaire, & dans ce cas la ſuppoſée eſt la génératrice de la formule propoſée. De maniere que l'égalité *B*, quoiqu'indéterminée, eſt la génératrice de la ſeconde formule *A*. Dans tout autre cas on pourſuivroit ſelon les regles du ſecond Memoire, en quoi il ne paroît point de difficulté.

REMARQUES. Dans cet exemple on auroit pû prendre $sy^{r} = hx^{c}$ pour la génératrice ſuppoſée, comme je l'ai dit dans mon quatriéme Memoire, & il y a des recherches où cela eſt comme neceſſaire. Ainſi l'égalité *A* étant propoſée comme une premiere formule, & voulant trouver ſa génératrice, alors la ſuppoſée $sy^{r} = hx^{c}$ donneroit d'abord pour génératrice $sy^{c\sqrt{3}} = hx^{c\sqrt{5}}$, dans laquelle on voit que les coefficiens ſont entierement indéterminez, & qu'il y a encore de l'indétermination aux expoſans. Mais avec toute cette indétermination il y aura du moins un expoſant irrationel : ce qui fait naître des difficultez dont il ſera parlé dans la ſuite.

Delà on voit auſſi qu'une même égalité *A* ſeroit une premiere formule à l'égard d'une génératrice, & une ſeconde formule à l'égard d'une autre génératrice, &c.

L'égalité marquée *G* eſt la premiere formule de la génératrice *H*, & la ſeconde formule de *K*.

Pareillement l'égalité *L* eſt la premiere formule de *M*, & la ſeconde formule de *N*.

$G.\ a^4 dy^2 = 36ppxxdx^2.$
$H.\ aay = 3pxx.$
$K.\ a^4yy = 6ppx^4.$
$L.\ fdy^2 = 3xdx^2.$
$M.\ 3fyy = 4x^3.$
$N.\ fyy = x^3.$

Ainſi une même égalité eſt une formule de differens ordres par rapport à differentes génératrices: d'où l'on voit qu'il ſeroit bon de ſavoir de quel ordre eſt la formule propoſée avant que de chercher les génératrices: ſinon il faudroit faire un dénombrement, comme on le dira dans la ſuite.

Les formules du ſecond ordre, & au delà, ſont ſouvent diviſibles; mais en les prenant dans leur entier, les limites que j'ai données pour les génératrices des premieres formules, peuvent ſervir pour les génératrices des ſecondes formules, & de celles qui les ſuivent. Et ſi l'on propoſe un diviſeur d'une formule du ſecond ordre, & au delà, comme la formule entiere, il faut y avoir égard.

Les regles que j'ai données ſur les Tangentes preſcrivent de faire évanouïr les ſignes radicaux, & par conſéquent les fractions des expoſans. Ainſi il ne faut point être ſurpris, ſi

fau-

faute de le faire, on trouvoit de fauſſes formules. Par exemple, ſi l'on a la génératrice R, & que, ſans faire évanouïr les fractions des expoſans, on y applique les regles abregeantes que j'ai propoſées dans le Journal du 13 Avril 1702 pour trouver la ſeconde formule de cette génératrice, ces regles donneroient l'égalité qu'on voit en P ; ce qui feroit peut-être croire que P eſt la ſeconde formule de R. Mais par l'Inverſe de mes Memoires, il ſe trouvera que cette formule eſt fauſſe.

$$R.\ a^{\frac{1}{2}}yy = x^{\frac{1}{2}}.$$

$$P.\ 2a^{\frac{1}{2}}dy^2 = \tfrac{15}{4}x^{\frac{1}{2}}dx^2.$$

Si l'on vouloit faire quelque uſage de l'Inverſe des formules du ſecond ordre, & au delà, il faudroit ſe ſouvenir que les ſecondes ſuppoſent que les premieres ſoient détruites ; que les troiſiémes ſuppoſent la deſtruction des premieres & des ſecondes, ainſi de ſuite : ce qui obligeroit de faire que chaque formule qui ſe doit détruire, ſoit égale à 0, & de réſoudre les égalitez qui en réſultent, ſi déja cela n'étoit fait.

ARTICLE II. Les regles dont je me ſers pour l'Inverſe générale des premieres formules de Tangentes, ont des uſages qui leur ſont particuliers. En voici un qui paroît notable. C'étoit une difficulté conſiderable il y a quinze ans de trouver les lieux les plus ſimples pour les effections Geometriques ; mais une plus grande difficulté de reconnoître de quel genre eſt un lieu, ou une égalité génératrice. J'ai donné une regle très-courte & très-préciſe pour la premiere difficulté dans le Traité des *Effections Geometriques* que je publiai en l'année 1691. Car ayant tiré la racine quarrée du premier ex-

poſant de l'égalité propoſée, on voit tout d'un coup par cette regle les lieux les plus ſimples qui doivent ſervir à réſoudre cette égalité. Mais comme il eſt beaucoup plus difficile de former des methodes générales pour la ſeconde recherche, celles que j'ai propoſées ſur ce ſujet demandent beaucoup d'operations, & même les regles que d'autres Auteurs ont données pour cette recherche, ſont encore bien longues, quoique ces regles n'aient été faites que pour des cas particuliers. En voici une qui s'étend à toutes les égalitez, & qui eſt capable d'un grand abregement. Je l'ai tirée de l'Inverſe des Tangentes, comme on le va voir ici.

Pour joindre l'exemple à la regle, je prens l'égalité qui eſt marquée ici en *D*.

$$D \ldots\ x^{18} - a^5 d^5 x^3 y^5 + d^6 n^6 y^6 = 0.$$

Et je me propoſe de trouver le veritable genre de cette égalité génératrice.

Pour cela je prens la premiere formule des Tangentes, & ſi je me ſers de t pour exprimer la ſoûtangente des y, la formule ſera comme on la voit en *F*.

$$F \ldots 18x^{18} = 3a^5 d^5 y^5 x^3 - 5a^5 d^5 x^3 y^4 t + 6d^6 n^6 y^5 t = 0.$$

Enſuite je regarde cette formule, comme ſi elle m'étoit propoſée, pour en trouver la génératrice ſous ſa forme la plus ſimple, par la methode que j'ai donnée pour cette Inverſe: de maniere qu'en parcourant les génératrices indéterminées que fournit cette methode, il eſt bon de commencer par les plus ſimples; ce qui me donne la génératrice indéterminée marquée ici en *S*, d'où je tire la premiere formule des Tangentes que l'on voit en *T*, comme le preſcrit la methode.

S....

$S \ldots\ sppy = hx^3.$
$T \ldots\ sppt = 3hx^3.$

Je compare la formule T à la formule F pour faire évanouïr l'expreſſion de la ſoûtangente; je diviſe la réduite par la ſuppoſée S, le tout ſelon la methode, & je trouve que le Problême auxiliaire ne conſiſte que dans la ſeule égalité V.

$$V \ldots\ d^6 n^6 h^6 - pp a^3 d^5 s h^5 + p^{12} s^6 = 0.$$

Où l'on voit que s & h ſont dans une ſituation réciproque; & lorſque cela arrive, la propoſée eſt du même genre que la ſuppoſée. Ainſi la propoſée D eſt du même genre que la ſuppoſée S. Mais S eſt du ſecond genre. Donc la propoſée eſt auſſi du ſecond genre. *Ce qu'il falloit trouver.*

Il y a des cas où il faudroit encore quelques operations, mais la voie eſt toûjours la même. Ce qui ſera amplement expliqué en d'autres Memoires.

Remarques. Au lieu de parcourir les génératrices indéterminées que fournit la ſeconde regle de la methode, on auroit pû ſuppoſer $sy^r = hx^c$, & cela abrege très-conſiderablement, lorſque la propoſée eſt réductible à un binome. Il y a encore d'autres moyens fort abregeans, que l'on donnera dans la ſuite avec les éclairciſſemens & les démonſtrations neceſſaires.

VERITABLE HYPOTHESE DE LA RESISTANCE DES SOLIDES,

Avec la Démonſtration de la Courbure des corps qui font Reſſort.

Par M. BERNOULLI Profeſſeur à *Bâle.*

Lettre du 12. *Mars* 1705.

* POUR faire mieux entendre ce que je dirai en ſon temps du *Centre de Tenſion*, ſuivant la promeſſe que j'en ai faite dans mon Memoire du 13. Mars 1703 †. je croi devoir expliquer auparavant une hypothêſe qui me paroît le véritable Principe de la Réſiſtance des Solides, & en tirer la démonſtration de la courbure que prennent les reſſorts pliez, à laquelle on a donné le nom d'*Elaſtique.*

Galilée eſt le premier qui ait examiné cette réſiſtance des corps, & qui ait cherché combien il falloit plus de force pour rompre un corps ſolide en le tirant directement ſuivant ſa longueur, que pour le rompre tranſverſalement.

*. 4. Juillet 1705. † Inſeré dans les *Memoires de l'Academie* 1703. pag. 96.

ment. Pour cet effet il conſidera une poutre, une planche ou une perche priſmatique * *ABCD* fichée horizontalement dans un mur *AB* avec un poids *P* ſuſpendu à ſon extrémité; & s'imaginant un levier mobile ſur ſon apui *A*, il a trouvé par ſon raiſonnement, que la force qui arracheroit cette poutre du mur ſuivant la direction horizontale *AD* ou *BC*, doit être au poids *P* capable de la rompre tranſverſalement ſuivant la direction *CD*, comme la longueur *AD* à la moitié de la hauteur *AB*.

Mrs. *Leibnitz* & *Mariotte* pouſſérent enſuite cette ſpéculation; & retenant la même hypothêſe du levier, ils conçûrent de plus dans tous les corps ſolides une infinité de fibres, leſquelles avant que ces corps plient & rompent tranſverſalement, doivent être tendues plus ou moins, ſuivant qu'elles ſont plus ou moins éloignées de l'apui du levier, & doivent par conſéquent réſiſter autant qu'elles ſont tendues. C'eſt ce qui leur a fait trouver que la force neceſſaire pour arracher une poutre directement, eſt à celle qu'il faut employer pour la rompre tranſverſalement, en raiſon de *AD* au tiers de la hauteur *AB*. Ce qui approche beaucoup plus de la verité que ce qu'en a dit *Galilée*. Mais aucun de ces Auteurs ne conſiderant les corps comme ſujets à compreſſion, & ſur tout leur hypothêſe des tenſions des fibres proportionnelles aux forces tendantes, ne s'accordant pas préciſément avec la nature; c'eſt la raiſon pourquoi ils n'ont pas encore rencontré aſſez juſte, & que leur doctrine a beſoin de quelque correction. Ainſi M. *Varignon* a eu raiſon de dire dans les Memoi-

* Fig. I.

moires de l'Academie de 1702. pag. 88. *que cette hypothèſe, quoique très vrai-ſemblable, pourroit n'être pas encore au gré de tout le monde.* Voici (je croi) la véritable, à laquelle M. *Varignon* pourra appliquer ſa Regle générale, comme il l'a déja appliquée aux deux hypothèſes précédentes.

Pour ce qui eſt de la Courbure des corps à reſſort, on n'en a parlé juſqu'ici que d'une maniére fort douteuſe. *Galilée* y a auſſi penſé: il s'eſt imaginé que cette Courbure étoit parabolique; mais cette conjecture eſt très-fauſſe. Depuis lui je ne ſai perſonne qui ait rien donné de meilleur. Il y a environ onze ans que j'entrepris le premier de déterminer cette Courbure géométriquement: j'en donnai la conſtruction dans les Journaux de *Leipſic*; mais d'une maniere encore aſſez imparfaite, ne conſiderant alors que les fibres exterieures des ſurfaces de la lame pliée, au lieu qu'il faut faire attention à toutes celles qui compoſent ſon épaiſſeur. C'eſt-pourquoi je vais tâcher de ſuppléer à ce défaut, & de perfectionner le Principe de la Réſiſtance des Solides, & ma conſtruction de la Courbe Elaſtique: l'un & l'autre ſe fera en même temps en ſe ſervant des Lemmes qui ſuivent.

LEMME I.

Des Fibres de même matiére & de même largeur ou épaiſſeur, tirées ou preſſées par la même force, s'étendent ou ſe compriment proportionnellement à leurs longueurs.

DEMONST. 1°. Soient deux fibres *AB*, *AE**, dont

* FIG. II.

dont la plus longue AE ſoit diviſée en parties AB, BC, CD, DE, égales chacune à la plus courte AB de ces deux fibres; qu'on affermiſſe la plus longue au point D, & qu'on attache à ſon extrémité E le poids P; la partie DE s'étendra autant que la plus courte fibre AB l'eſt par ſon poids P égal à l'autre, à cauſe de (*hyp.*) $DE=AB$. Qu'on affermiſſe enſuite la fibre AE en C, & qu'on ôte l'arrêt ou l'attache qu'on vient de ſuppoſer en D; la partie CD s'étendra auſſi autant que fait la plus courte fibre AB, à cauſe de l'action continuelle de la peſanteur du poids P. Qu'on lâche l'arrêt en C, & qu'on affermiſſe la fibre AE en B, & enfin en A; on trouvera de même que chacune de ces parties BC, AB, s'étendra encore autant. Donc l'extenſion EK de toute la fibre AE, ſera à l'extenſion BI de la plus courte fibre AB, comme AE eſt à AB. *Ce qu'il faloit prémierement démontrer.*

2°. Soient encore deux fibres de longueur inégale AD, AB*, dont la plus grande AD ſoit encore diviſée en parties AB, BC, CD, égales chacune à la moindre AB de ces fibres. Qu'on ſoûtienne l'autre AD en B; ſa partie AB ſe comprimera par le poids P qu'on aura mis deſſus, autant que fait la plus courte fibre AB par un poids égal, à cauſe de (*hyp.*) $AB=AB$. Qu'on ſoûtienne enſuite la fibre AD en C, & puis en D, ôtant chaque fois le ſoûtien de l'endroit où il étoit auparavant; chacune de ſes parties BC, CD, ſouffrira encore la même compreſſion, à cauſe de l'action continuelle du poids P. Donc la compreſſion

AK

* Fig. III.

AK de toute la fibre *AD*, eſt à la compreſſion *AI* de la fibre *AB*, comme *AD* eſt à *AB*. *Ce qu'il faloit ſecondement démontrer.*

LEMME II.

Des Fibres homogênes & même de longueur, mais de differente largeur ou épaiſſeur, s'étendent ou ſe compriment également par des forces proportionelles à leurs largeurs.

DEMONST. Soit *AF** la plus groſſe de ces fibres, laquelle on imaginera diviſée ſelon ſa largeur *BF* en d'autres fibres qui ſoient chacune de la largeur ou groſſeur de la plus menue *AB*. Il eſt clair que chacune de ces fibres réſultantes de la diviſion de la groſſe *AF*, pour être étendue ou comprimée autant que la fibre *AB*, demande un poids égal au ſien ; & par conſéquent que toutes ces fibres enſemble, c'eſt-à-dire la fibre entiere *AF*, pour arriver au même dégré d'extenſion ou de compreſſion *AI* que la moindre fibre *AB*, requiert un poids *Q* d'autant plus grand que le poids *P*, que la largeur ou épaiſſeur de la fibre *AF* eſt plus grande que celle de la fibre *AB*. *Ce qu'il faloit démontrer.*

LEMME III.

Des Fibres homogênes de même longueur & de même largeur, mais chargées de differens poids, ne s'étendent, ni ne ſe compriment pas proportionellement à ces poids ; mais l'extenſion ou la compreſſion cauſée par le plus grand poids, eſt à l'ex-

* FIG. III. & IV.

l'extenſion ou à la compreſſion cauſée par le plus petit, en moindre raiſon que ce poids-là n'eſt à celui-ci.

DEMONST. * Si les compreſſions étoient proportionelles aux poids qui les cauſent, il s'enſuivroit qu'ayant chargé la fibre AB d'un poids R qui fût au poids P en plus grande raiſon que la longueur de la fibre AB n'eſt à AI quantité de la compreſſion faite par le poids P, la fibre AB ſe comprimeroit plus que de toute ſa longueur; ce qui eſt abſurde. Donc la compreſſion d'une même fibre ou de fibres égales en tout, cauſée par le plus grand poids R, doit néceſſairement être à la compreſſion faite par le plus petit P, en moindre raiſon que le poids R n'eſt au poids P. Il en doit être de même des extenſions des fibres, l'extenſion n'étant autre choſe qu'une compreſſion négative, comme la force tendante n'eſt autre choſe qu'une force négativement comprimante. *Ce qu'il faloit démontrer.*

SCHOL. C'eſt auſſi ce que l'expérience confirme. Car ayant pris une corde de boyaux longue de 3 pieds, je l'ai chargée ſucceſſivement de 2, 4, 6 & 8 livres : j'ai remarqué qu'elle s'étendoit de 9, 17, 23 & 27 lignes; au lieu qu'elle eût dû s'étendre 9, 18, 27, 36 lignes, ſi les extenſions étoient proportionelles aux poids.

COROL. Si l'on conçoit une ligne $TVNv\theta$ †, dont les abſciſſes NR, NQ, marquent les forces tendantes; $N\rho$, Nu, les forces comprimantes : les appliquées RT, QV, les extenſions; &

* FIG. III. † FIG. V.

& $\rho\theta$, $\nu\upsilon$, les compreſſions d'une fibre de longueur & groſſeur données : Cette ligne $TV N\upsilon\theta$, que j'appelle *ligne de tenſion & de compreſſion*, ne peut être droite, mais courbe, concave vers l'axe $R\rho$, ayant du côté de $N\theta$ une aſymptote parallele à cet axe ; parceque la raiſon de RT à QV ($\rho\theta$ à $\nu\upsilon$) doit être moindre que celle de NR à NQ ($N\rho$ à $N\nu$), & que $\rho\theta$ ne ſauroit jamais exceder la longueur donnée de la fibre. Au reſte il eſt probable que cette Courbe eſt differente à l'égard de differens corps, à cauſe de la differente ſtructure de leurs fibres.

LEMME IV.

La même force qui fait plier une poutre ou perche ABCD* *de* AB *en* GF, *en étendant une partie de ſes fibres de la quantité du triangle* BSF, *& comprimant l'autre de la quantité du triangle* ASG, *ſeroit capable d'étendre l'aſſemblage de toutes les fibres ſur l'apui* A, *de la quantité du triangle* ABF, *ou bien de comprimer cet aſſemblage ſur l'apui* B *ou* F *de la quantité du triangle* BAG *ou* FAG.

DEMONST. Concevons pour un moment la poutre apuiée en *A* pour empêcher ſa compreſſion ; le poids *P* la fera un peu plier, comme de *AB* en *AF*. Qu'on ôte enſuite l'apui *A* après que la fibre *BF* eſt tendue autant qu'elle le peut être ; le point *F* ſervira d'apui, & le même poids *P* fera encore baiſſer la poutre, comme de *FA* en *FG*. Or il eſt clair que

* FIG. I.

que ſi l'on eût laiſſé librement aller la poutre ſans l'apuier en A, le poids P l'auroit d'abord fait plier de AB en GF. Donc la force qui peut tout à la fois étendre une partie de ſes fibres de la quantité du triangle BSF, & comprimer l'autre de la quantité du triangle ASG, eſt la même que celle qu'il faudroit pour étendre l'aſſemblage de toutes les fibres ſur l'apui A de la quantité du triangle ABF, ou pour comprimer ſur l'apui F de la quantité du triangle AFG.

Cela paroît encore en ce que la fibre en H étant tendue ſur l'apui A de la longueur HK, & comprimée en même temps ſur l'apui F de la longueur KI, c'eſt tout comme ſi elle étoit ſeulement tendue de la longueur $HI = HK - KI$; & que la fibre en N étant tendue ſur l'apui A de la longueur MN, & comprimée ſur F de la longueur ML, c'eſt tout comme ſi elle étoit ſeulement comprimée de la longueur $NL = ML - NM$. Or toutes les HI & NL font les triangles BSF & ASG, ainſi que toutes les HK font le triangle ABF, & toutes les KI le triangle AFG.

Corol. La force qui peut étendre la poutre ſur l'apui A de la quantité du triangle ABF, eſt donc la même que celle qui peut la comprimer ſur l'apui B ou F de la quantité du triangle BAG ou FAG: parceque chacune de ces forces eſt la même que celle qui peut l'étendre & le comprimer tout à la fois ſans apui, de la quantité des deux triangles BSF & ASG.

PRO-

PROBLEME I.

Trouver combien il faut plus de force pour rompre une poutre directement, c'eſt à dire, en la tirant ſuivant ſa longueur, que pour la rompre tranſverſalement.

SOLUT. * Soit la poutre $ABCD$ que l'on regarde comme compoſée d'une infinité de fibres homogênes de même longueur, & chargée à ſon extrémité du poids P, qui la faſſe plier de AB en GF en étendant une partie de ſes fibres de la quantité du triangle BSF, & comprimant l'autre de la quantité du triangle ASG; & que la force de ce poids ſoit préciſément celle qu'il faut pour rompre la poutre. Il paroît par le *Lem.* 4. que ſi l'on ſoûtenoit la poutre d'un apui en A, le même poids P étendroit ſes fibres de la quantité du triangle ABF, c'eſt à dire, ſa fibre extrême de la même longueur BF, & une des moyennes de la longueur HK, qui ſont les appliquées du triangle ABF. Qu'on repréſente ces longueurs BF & HK par les appliquées de la ligne de tenſion RT & QV; ainſi que les forces requiſes pour étendre ces longueurs, par les abſciſſes NR & NQ. Soient nommées AB, b; AD, c; BF (RT), t; HK (QV) p; NR, m; NQ, n.

L'on aura $BF(t).\ HK(p) :: AB(b).\ AH = \frac{bp}{t}$; dont la différentielle $\frac{b\,dp}{t}$ marquera la largeur

* FIG. I. FIG. V.

geur de la fibre EH. Et parceque la réſiſtance que fait la fibre en H, eſt proportionnée à la force abſolue NQ, dont elle eſt tirée, à la largeur de la fibre EH par le *Lem.* 2. & à la diſtance de l'apui AH par la nature du levier; cette réſiſtance ſera $= n \times \frac{bdp}{t} \times \frac{bp}{t} = \frac{bbnpdp}{tt}$; & par conſéquent la réſiſtance que font toutes les fibres enſemble, ſera $= \frac{bb}{tt} \times \int npdp$, c'eſt à dire $= \frac{bb}{tt} \times \int mtdt$ par rapport à tout le triangle ABF. Donc cette réſiſtance étant égale à l'action du poids P, laquelle a pour valeur (*momentum*) $AD \times P$, l'on aura $\frac{bb}{tt} \times \int mtdt = AD \times P = c \times P$; & par conſéquent auſſi $P = \frac{bb}{ctt} \times \int mtdt$.

Suppoſons maintenant qu'il faille rompre la poutre ſuivant la direction AD ou BC; il eſt clair que toutes les fibres compriſes dans l'épaiſſeur AB (b) de la poutre, doivent être toutes également tendues, chacune de la longueur BF; & par conſéquent tirées chacune de la même force NR ou m: ce qui donne bm pour la ſomme de toutes ces petites forces. D'où l'on voit que la force requiſe pour rompre la poutre en BF directement, c'eſt à dire, en la tirant ſuivant ſa longueur AD ou BC, eſt à celle que doit avoir le poids P pour la rompre tranſverſalement au même endroit, comme bm eſt à $\frac{bb}{ctt} \times \int mtdt$, c'eſt à dire, comme la longueur (c) de la poutre eſt à $\frac{c}{mtt} \times \int mtdt$

$\int mtdt$. Or cette quantité $\frac{b}{mtt} \times \int mtdt$ eſt toûjours plus petite que le tiers de la hauteur AB; car de ce que $\frac{t}{p} \prec \frac{m}{n}$ par le *Lem.* 3. il s'enſuit que n eſt toûjours $\prec \frac{mp}{t}$, $npdp \prec \frac{mppdp}{t}$, & $\int npdp \prec \int \frac{mppdp}{t} = \frac{mp^3}{3t}$. Donc tout le triangle ABF donnera $\int mtdt \prec \frac{mt^3}{3t} = \frac{mtt}{3}$; & enfin $\frac{b}{mtt} \times \int mtdt \prec \frac{b}{mtt} \times \frac{mtt}{3} = \frac{1}{3}b = \frac{1}{3}AB$. Ce qui s'accorde avec les expériences de M. *Mariotte*, qui a toûjours trouvé cette quantité moindre que le tiers, & plus grande que le quart de la hauteur AB. Voyez ſon *Traité du Mouvement des Eaux*, Part. 5. Diſc. 2.

COROL. Si l'on conçoit la poutre comme ſoûtenue d'un apui en F, & comprimée de la quantité du triangle AFG, & qu'on repréſente les racourciſſemens de la fibre extrême AG, & d'une ſes moyennes KI, par les appliquées de la ligne de compreſſion * $\rho\theta$, $\kappa\upsilon$, ainſi que les forces comprimantes de ces fibres par les abſciſſes $N\rho$, $N\kappa$: nommant $AG(\rho\theta), \tau$; $KI(\kappa\upsilon), \pi$; $N\rho, \mu$; $N\kappa, \nu$; on trouvera de même que la réſiſtance que toutes les fibres font enſemble à leur compreſſion, par raport au triangle KFI, eſt $= \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \nu\pi d\pi$, & $= \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \mu\tau d\tau$ par raport au triangle AFG. Donc puiſque (*Lem.* 4.) il faut la même force pour vaincre la réſiſtance que les fibres font à leur compreſſion, que pour vaincre celle qu'elles font à leur

* FIG. V.

leur extenſion; l'on aura $\frac{bb}{tt} \times \int m\,t\,dt = \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \mu\,\tau\,d\tau$; & par conſéquent auſſi $tt.\ \tau\tau :: \int m\,t\,dt. \int \mu\,\tau\,d\tau$. D'où il paroît que les lignes de tenſion & de compreſſion étant données, c'eſt à dire, m étant donnée par t, & μ par τ, le raport qu'il y a entre t & τ (entre BF & AG, ou entre BS & AS) ſera auſſi donné; & qu'ainſi le point S, qui ne ſouffre ni extenſion ni compreſſion, ſera trouvé.

PROBLEME II.

Trouver la Courbure de la ligne Elaſtique, c'eſt à dire, celle des lames à reſſort qui ſont pliées.

Solut. * La lame $IKCN$ eſt un parallélogramme rectangle en ſon état naturel, affermie ou clouée à l'un de ſes bouts IK, & chargée à l'autre N du poids P, qui lui fait prendre la courbure IBN ou KAC; EA eſt une de ſes parties infiniment petite, étendue en dehors de la quantité du triangle BSF, & comprimée en dedans de la quantité du triangle ASG; EH & FG prolongées concourent au point M centre du cercle oſculateur de la Courbe. Soient maintenant AD ou $NX = x$, ND ou $AX = y$, l'épaiſſeur de la lame IK ou $AB = b$, le poids $P = bb$, la longueur de la fibre EB ou $AH = dz$, la longueur de celle pour laquelle eſt conſtruite la ligne de tenſion & de compreſſion $= f$, & enfin la force qui pe t

* Fig. V.

peut étendre la fibre EB de la longueur BF, ſoit marquée par $NR = m$, & celle qui peut comprimer la fibre AH de la longueur AG, par $N\rho = \mu$.

Or (*Lem.* 4.) le poids P pourroit étendre la particule EA de la lame ſur l'apui A de la quantité du triangle ABF en vertu du levier DAB, ou bien la comprimer ſur l'apui F de la quantité du triangle FAG en vertu du levier CFG: les bras des leviers AD & FC ſont ici conſiderez comme égaux, à cauſe du peu d'épaiſſeur AF de la lame. C'eſt ce qui nous donne bbx ($P \times AD$ moment du poids P) $= \frac{bb}{tt} \int mt\,dt$ quantité de la réſiſtance des fibres (par le *Prob.* 1.) Ainſi en diviſant par bb, l'on aura $x = \frac{\int mt\,dt}{tt}$. Le *Corol. du Prob.* 1. donne auſſi $\frac{\int mt\,dt}{tt} = \frac{\int \mu\tau\,d\tau}{\tau\tau}$. On aura de plus (*Lem.* 1.) $f.t$ $(RT) :: dz (EB)$. $\frac{t\,dz}{f} = BF$; comme auſſi $f.\tau$ $(\rho\theta) :: dz\ (HA)$. $\frac{\tau\,dz}{f} = AG$. Et parceque $BF.AG :: BS.AS$; donc $BF + AG \left(\frac{tdz+\tau dz}{f}\right)$. $BF\left(\frac{t\,dz}{f}\right) :: AB\ (b)$. $BS = \frac{bt}{t+\tau}$. Enfin à cauſe des triangles ſemblables BSF & HMG, l'on aura $BF\left(\frac{t\,dz}{f}\right)$. $BS\left(\frac{bt}{t+\tau}\right) :: HG$ (qui ne diffère pas ſenſiblement de AH ou dz). $HM = \frac{bf}{t+\tau}$ rayon du cercle oſculateur, lequel (comme l'on ſait) dans toutes les Courbes s'ex-

s'exprime généralement par $\frac{dxdz}{ddy}$. Donc on aura $\frac{bf}{t+\tau} = \frac{dxd\tau}{ddy}$, ou $bf\,ddy = \overline{t+\tau} \times dxdz$; & en prenant les ſommes, $bf\,dy = dz \times \overline{ſt+\tau} \times dx$; & en quarrant $bbff dy^2 = dz^2 \times \overline{\int t+\tau \times dx}^2 = \overline{dx^2+dy^2} \times \overline{\int t+\tau \times dx}^2$, ou bien $bbff - \overline{\int t+\tau \times dx}^2 \times dy^2 = dx^2 \times \overline{\int t+\tau \times dx}^2$; & en tirant la racine quarrée $dy\sqrt{bbff - \overline{\int t+\tau \times dx}^2} = dx \times \int t+\tau \times dx$; ou enfin $dy = \frac{dx \times \int t+\tau \times dx}{\sqrt{bbff - \overline{\int t+\tau \times dx}^2}}$ qui eſt la différentielle de l'ordonnée de la Courbe que l'on cherche.

Nous avons donc trouvé trois équations: ſavoir $x = \frac{\int mtdt}{tt}$, $\frac{\int mtdt}{tt} = \frac{\int \mu\tau d\tau}{\tau\tau}$, & $dy = \frac{dx \times \overline{ſt+\tau} \times dx}{\sqrt{bbff - \overline{\int t+\tau \times dx}^2}}$, dont la premiére exprime le raport qui eſt entre t & x, l'autre entre t & τ, & la troiſiéme celui d'entre x & y; ce qui détermine entiérement les points de la Courbe.

Pour la conſtruire on tracera premiérement la Courbe ONZ telle que faiſant $OX = RT = t$, & $YZ = \rho\theta = \tau$, NX ſoit $= \frac{\int mtdt}{tt}$, & $NY = \frac{\int \mu\tau d\tau}{\tau\tau}$; car ayant coupé indéfiniment

dans l'axe $NX = NY$, ſi l'on fait $XA =$
$= \int \frac{dx \times \overline{ft + \tau} \times dx}{\sqrt{bbff - \overline{ft + \tau} \times dx}^2}$, le point A ſera dans
la Courbe requiſe KAC. Suppoſé donc, par exemple, que les lignes de tenſion & de compreſſion fuſſent droites (quoiqu'elles ne ſoient jamais telles *par le Corol. du Lem.* 3.) ayant alors $\frac{NR}{RT}\left(\frac{m}{t}\right) = \frac{a}{g}$, & $\frac{N\rho}{\rho\theta}\left(\frac{\mu}{\tau}\right) = \frac{a}{h}$; l'équation differentielle de la Courbe ſera $dy =$
$= \frac{xxdx}{\sqrt{\frac{4aabbff}{g \times \overline{g + h^2}} - x^4}}$ & $BS.AS :: g.h$. Mais
ſuppoſé que ces lignes-là fuſſent des paraboles, que g fût le paramétre de la premiére, & b celui de la ſeconde; alors cette équation deviendra $dy = \frac{xdx\sqrt{x}}{\sqrt{\frac{gbbff}{16 \times \overline{g + h + 2\sqrt{gh}}} - x^3}}$, & $BS.$
$AS :: \sqrt{g}. \sqrt{h}$. &c.

OB-

Fig. 2.

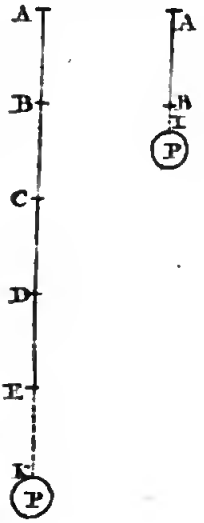


Fig. 3.

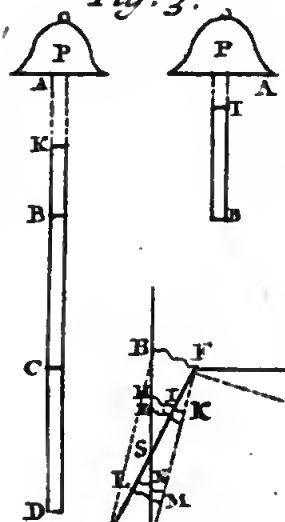


Fig. 4.

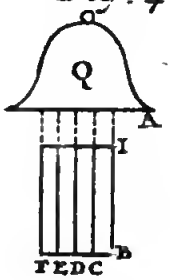


Fig. 1.

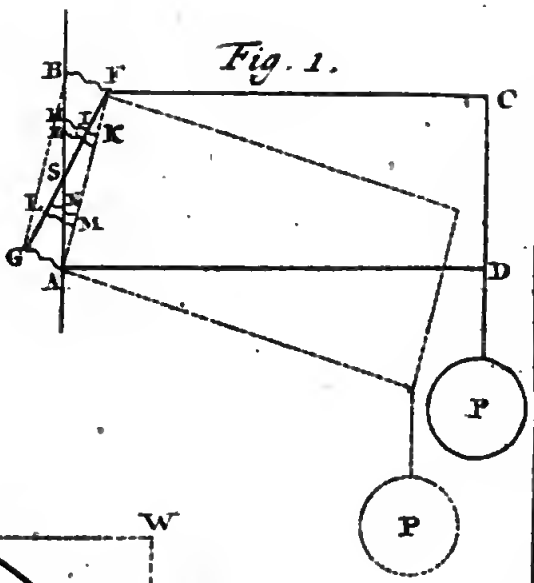
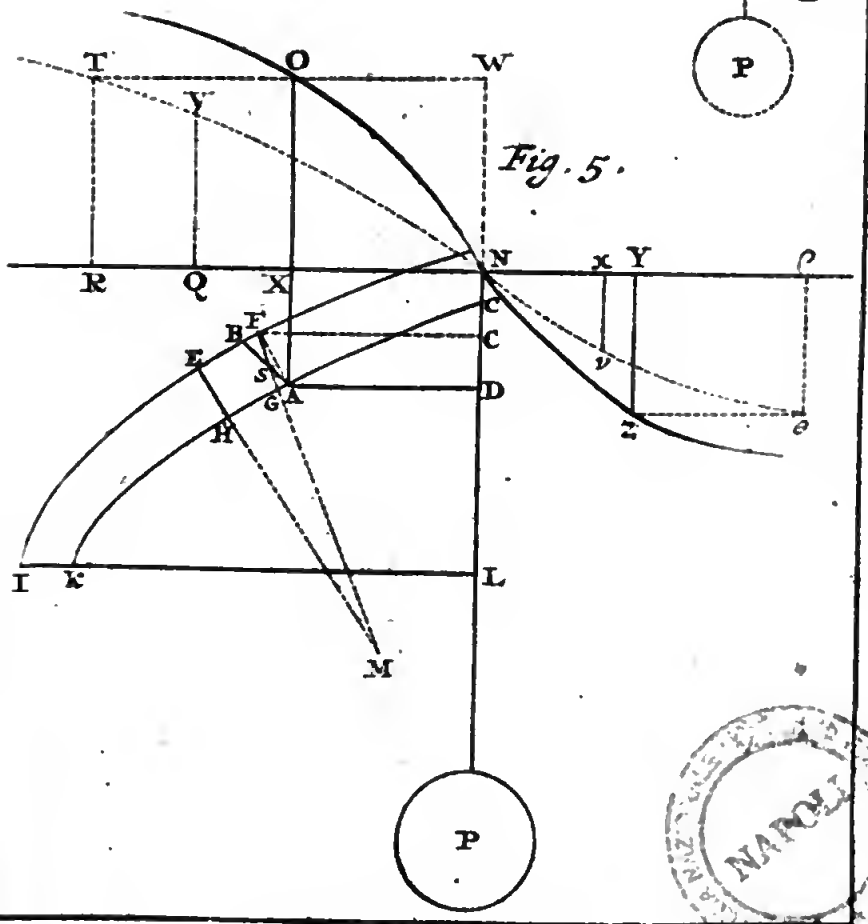


Fig. 5.



NANCY

OBSERVATIONS SUR LA GRATIOLE.

Par M. BOULDUC.

* JE n'ai quaſi travaillé juſqu'à préſent que ſur les medicamens purgatifs étrangers, & entre ceux-là ſur les plus violents. Je les laiſſerai pour quelque temps, afin de donner place à quelques-uns des nôtres, pour tâcher de découvrir par nôtre travail & par nos experiences, ſi nous ne pourrions pas les mettre en évidence, & nous les rendre auſſi familiers que nous avons fait juſqu'à préſent les autres, perſuadé que je ſuis, que ſi l'on n'eſt point encore parvenu à ce point, c'eſt pour n'y avoir peut-être pas fait aſſez d'attention, & pour ne s'être pas donné la peine de les examiner d'aſſez près, pour les pouvoir mettre en uſage avec la même ſûreté & avec la même utilité. Si je n'y parviens pas auſſi heureuſement que je me le ſuis propoſé, du moins en aurai-je fait la tentative, & je pourrai par-là donner occaſion à d'autres d'y travailler.

Je dirai donc aujourd'hui ce que j'ai fait de l'un des plus violents d'entre les nôtres, c'eſt la Gratiole, qui toute violente que nous la connoiſſons, n'a pas laiſſé d'être appellée *Gratia Dei*, & peut-être par diminutif *Gratiola*; par-

* 8 Juillet 1705.

parceque cette grace eſt pour l'ordinaire accompagnée de violents effets, d'autant que ſouvent en operant elle fait vomir & purger par irritation.

Cependant par le long & frequent uſage que j'en ai fait juſqu'ici, je ne me ſuis point apperçû qu'on dût autant l'apprehender que la Coloquinthe, que la Gomme-gutte & ſemblables. On ne la redoute que parcequ'on ne l'a pas aſſez connue ni maniée; je n'en ſuis pas ſurpris, ç'a été l'uſage de tous les temps, ſurtout en remedes, de negliger ce que nous poſſedons, & de nous attacher à ce que nous ne poſſedons pas. Si cette plante nous étoit envoyée de bien loin, nous la vanterions comme la Scammonée, le Senné, la Rhubarbe & les autres.

La Gratiole, que nous connoiſſons aujourd'hui ſous ce nom, ſans en vouloir faire la deſcription, que je laiſſe aux Botaniſtes, pour m'attacher uniquement à la connoître dans les differentes parties qui la compoſent, eſt connue pour un parfaitement bon hydragogue, qui purge par haut & par bas, priſe en ſubſtance ou en infuſion: je l'ai éprouvée comme un très-bon vermifuge, infuſée dans le lait, auſſi-bien que pour l'aſcite, l'effet de cette maniere en eſt fort doux, d'autant que ce menſtrue par ſa viſcoſité, ne peut diſſoudre de ce mixte, que ce qu'il a de plus velouté, pendant que ſes parties roides reſtent dans le marc.

Cette qualité ſpecifique contre les vers, peut être attribuée à ſon extrême amertume, ou à quelqu'autre principe qui ſe trouve en cette plante, qu'on n'a pas encore démêlé.

Il eſt conſtant même, comme l'ont fort bien remarqué ceux qui en ont écrit, qu'elle eſt un fort bon vulneraire appliquée ſur les playes;

&

& peut-être n'a-t-on point encore obſervé, comme j'ai fait, que la racine de cette plante donnée en poudre au poids de demie dragme, même une dragme, eſt un remede ſpecifique contre la dyſſenterie, & qu'elle fait aſſez l'effet de l'Ypecacuanha, quand on n'a pas laiſſé faire trop de progrès au mal; auſſi ai-je remarqué que cette racine a quelque adſtriction au goût independemment de ſon amertume.

Je viens préſentement au détail de ce que j'ai obſervé dans les differentes decompoſitions de cette plante, d'où par la ſuite je tirerai mes conſéquences, qui peut-être donneront lieu à d'autres de nous en donner leurs réflexions.

J'ai travaillé d'abord ſur la Gratiole nouvellement arrachée de terre & pleine de ſuc; j'en avois quatre livres quinze onces avec les racines; je les ai ſeparées, elles ont peſé quatorze onces, & n'ont plus peſé que trois onces & demie après avoir été bien ſechées: ces quatorze onces & demie de racines renfermoient donc dix onces & demie d'humidité.

Les quatre livres une once de tiges & feuilles ſeparées des racines, ont produit deux livres quatre onces de ſuc, qui après avoir été dépuré par réſidence & paſſé par le filtre, ne s'eſt plus trouvé peſer que deux livres une once & demie: les deux onces & demie de féces ont été réduites à très-peu de choſe après avoir été bien ſechées, & le peu qu'il y en avoit m'a paru d'abord un peu ſalé, & ſur la fin d'une amertume aſſez acre.

Ces tiges & feuilles après en avoir tiré par forte expreſſion la quantité de ſuc ci-deſſus

marquée, n'ont plus peſé que vingt-quatre onces, & ſechées qu'elles ont été dix onces & demie : ce marc contenoit donc encore treize onces & demie d'humidité qu'on n'avoit pû ſéparer par l'expreſſion.

Ce ſuc ainſi dépuré étoit d'un verd pâle, comme ce qu'on appelle Celadon, & ce qui eſt ſurprenant peu amer, par comparaiſon à ce qu'eſt la plante dans ſon entier, auſſi le marc eſt-il reſté beaucoup amer.

J'ai réduit ces deux livres une once & demie de ſuc dépuré en ſyrop fort épais par le bain vaporeux : l'humidité que j'en ai tirée étoit d'une odeur aſſez agreable, inſipide au goût, laiſſant pourtant quelque temps après un peu d'impreſſion de chaleur ſur la langue, accompagnée de ſechereſſe.

J'ai mis cette eſpece de ſyrop épais, qui paroiſſoit très-uni dans ſes parties, dans une petite terrine de terre, & la terrine à la cave pendant un mois, après lequel j'ai trouvé au fonds & aux parois du vaiſſeau de petits globules qui réſiſtoient un peu ſous la dent, qui ne laiſſoient après de s'étendre & ſe fondre ſur la langue aſſez facilement : ils étoient, auſſi-bien que le reſte du ſyrop, d'un ſalé acide, laiſſant ſur la fin un peu d'amertume avec acreté & adſtriction. C'étoit le ſel eſſentiel de la plante.

Ce ſuc ainſi épaiſſi, & methodiquement deſſeché à chaleur très-douce en conſiſtence d'extrait très-ſolide, s'eſt trouvé peſer ſept dragmes.

Cet extrait, quelque deſſeché & ſolide qu'il ſoit, s'humecte très-aiſément à l'air, & les parties exterieures de la maſſe ſe fondent toutes en

en ſyrop par ſucceſſion de temps. Cela eſt aſſez ordinaire à tous ces extraits qui abondent en ſels.

J'ai fait quelques eſſais de cet extrait autant que j'en ai trouvé l'occaſion ; j'ai veritablement remarqué qu'il purgeoit, mais non-pas autant que je l'aurois crû : il a beaucoup pouſſé par les urines, n'a cauſé que quelques nauſées, ſans vomiſſement, encore ces nauſées pouvoient-elles venir de la trop grande plenitude de ceux à qui j'ai donné cet extrait. La doſe a été de 24 à 30 grains.

Comme preſque toute l'amertume de cette plante m'a parû être reſtée dans le marc des tiges & feuilles dont j'avois tiré le ſuc, j'ai inferé à bon titre que ce marc n'étoit pas entierement dépouillé ni dénué de toute la qualité de la plante ; & de fait, j'ai encore tiré de la moitié de ce marc (qui peſoit dix onces & demie) par nombre de décoctions & macerations faites avec l'eau, une once douze grains d'extrait, j'en aurois donc tiré deux onces un ſcrupule ou environ, ſi j'avois employé la totalité. J'ai été bien-aiſe de garder de ce marc pour quelques-autres experiences qui auront leur place dans une autre occaſion.

Il eſt donc évident qu'on tire plus d'extrait du marc de cette plante, toutes proportions gardées, par les décoctions, que l'on en tire du ſuc, puiſque le ſuc de 4 liv. 2 onces de Gratiole n'a produit que ſept dragmes d'extrait, & que le marc de cette quantité en a donné deux onces une dragme & demie.

Ce dernier extrait, à la difference du premier, eſt bien moins ſalé acide, d'une amertume conſiderable, avec beaucoup d'apreté, ce

que n'eſt point l'autre, il purge auſſi beaucoup plus à même doſe.

Ce procedé d'extraire ainſi les extraits à l'égard des plantes ſucculentes, pour en avoir toute la qualité, nous prouve bien qu'il eſt plus à propos de les faire par les réiterées decoctions, qu'avec les ſucs ſeulement, à moins toutefois que dans de certaines occaſions l'on ne reconnût dans le ſuc de quelques plantes, quelque qualité qui ſeroit differente de celle qui ſeroit reſtée dans le marc, qui ne conviendroit point aux intentions.

Quelques Auteurs ont prétendu & nous ont décrit les extraits des plantes ſucculentes par les ſucs dépurez; mais probablement qu'ils n'avoient pas remarqué, comme je viens de le faire, ce qu'on pouvoit encore tirer d'extrait du marc, après en avoir tiré le ſuc; j'ai été, comme eux, dans cette erreur, & j'en ai été tiré par mes experiences: ce qui y a contribué, c'eſt pour avoir pluſieurs fois remarqué que les ſyrops de fleurs de peſchez & de roſes faits avec leurs ſucs, étoient moins purgatifs que les mêmes ſyrops préparez de la ſeule décoction du marc deſdites fleurs, dont même on avoit tiré le ſuc.

La raiſon en eſt aſſez ſenſible: les ſucs étant pleins de leur ſel eſſentiel, ne ſont point en état de délayer, d'étendre, de diſſoudre & d'entraîner celui qui reſte dans le marc ou parties ligneuſes des plantes, lequel n'eſt ſouvent pas different de l'autre; & quand même il le ſeroit, il conviendroit ſouvent de l'y joindre, pour ne point dénaturer la qualité du mixte: d'où je croi pouvoir conclure, qu'il ſeroit plus à propos de faire les extraits des plantes ſucculentes

lentes & de leurs parties par les infusions, macerations & décoctions bien dépurées, qu'avec leurs sucs.

Je ne prétens par pour cela faire passer pour une regle absolue, cette methode de faire les extraits des plantes succulentes; car il y en auroit de telles, comme j'ai déja dit, dont l'extrait du suc pourroit être different en qualité de celui du marc, & que ne voulant avoir de la plante que l'une ou l'autre qualité, on seroit à la verité obligé d'en faire d'abord l'extrait avec le suc, & ensuite avec la décoction du marc, pour s'accommoder de l'un ou de l'autre suivant les indications; & alors c'est l'experience qui doit guider celui qui les ordonne & qui les doit employer: car veritablement il y a nombre de mixtes qui ont en eux des vertus opposées.

J'ai continué mes observations sur la plante seche avec des dissolvans differens. Seize onces de feuilles & tiges bien seches, par les réiterées décoctions faites avec de l'eau & bien dépurées, ont produit quatre onces trois dragmes d'extrait très-solide.

Le marc bien dessecché n'a plus pesé que dix onces; ainsi l'on peut compter qu'il s'est perdu en seize onces que j'avois employées, une once cinq dragmes de matiere, qui ne peuvent être que les terrestritez & résidences des décoctions.

Je n'ai tiré de cinq onces de ce marc par l'esprit de vin que quarante-cinq grains d'extrait. Mes vûes dans cette operation étoient de connoître si cette plante contenoit quelques principes, sur lesquels l'eau ne pouvoit pas mordre: l'on pourroit donc croire que cette petite

quantité d'extrait ſeroit la partie reſineuſe de la plante, ce qui ne vaut pourtant pas la peine d'être comparé à celle que j'ai tirée en premier lieu avec l'eau. Il ne m'a paru après cela dans ce marc ainſi dépouillé aucune qualité, ſi ce n'eſt que quelque adſtriction, & par la calcination que j'en ai faite, que quelques grains de ſel fixe, dont on ne peut tirer d'autres conſéquences, ſi ce n'eſt, comme je l'ai déja dit, que les mixtes ainſi travaillez ne peuvent plus contenir que très-peu ou point de parties ſalines.

Je remarquerai ici en paſſant qu'il a fallu cinq livres & demie de cette plante verte pour en avoir ſeize onces de ſeche, & que les proportions de cet extrait de la plante ſeche comparez avec celui fait avec le ſuc & avec les décoctions du marc, l'un & l'autre en même ſaiſon ſe rapportent aſſez en quantité auſſi-bien qu'en effets.

Pareille quantité de cette plante ſeche n'a produit d'extrait fait avec l'eſprit de vin, que deux onces un gros d'extrait très-ſolide; ce qui nous prouve que l'eſprit de vin tire plus de moitié moins d'extrait de cette plante que l'eau; ce qu'on ne peut attribuer qu'au peu d'effet que l'eſprit de vin fait ſur les parties ſalines; auſſi cet extrait fait & préparé avec l'eſprit de vin purge plus par les ſelles & avec plus d'irritation que celui qui eſt fait avec l'eau, qui non-ſeulement agit par les ſelles, mais encore beaucoup par les urines.

Ce marc dont j'ai tiré l'extrait avec l'eſprit de vin après avoir été bien ſeché ne peſoit plus que douze onces, & a produit encore trois onces ſix dragmes d'extrait par les réiterées décoctions que j'en ai faites avec l'eau ſeule; partant

tant ces ſeize onces de matiere m'ont produit par ces deux differentes extractions cinq onces ſept dragmes d'extrait, c'eſt quelques dragmes de plus que celui fait avec l'eau ſeule.

D'où j'oſe conclure, comme j'ai déja fait, qu'en certains mixtes il eſt fort inutile de ſe ſervir d'eſprit de vin pour en tirer les extraits, à moins que d'avoir pour cela des raiſons particulieres.

J'ai fait le même travail ſur la racine ſeche : une once & demie de racines m'ont donné deux dragmes & demie d'extrait très-ſolide, préparé avec le diſſolvant aqueux.

Cet extrait au poids de 15 à 24 grains purge raiſonnablement, mais non-pas tant que celui des feuilles ; & de pareille quantité deſdites racines ſeches avec l'eſprit de vin, je n'ai tiré que quatre ſcrupules d'extrait : le marc après avoir été bien ſeché étoit encore beaucoup amer, auſſi en ai-je encore tiré avec l'eau plus d'une dragme d'extrait que l'eſprit de vin n'avoit pû diſſoudre.

J'oſe en cela avancer, comme j'ai déja fait en pareil cas, que ſi l'eſprit de vin étoit tel qu'on le pouvoit ſouhaiter & ſans flegme (ce qui n'eſt pas aiſé) il tireroit peu de cette plante auſſi-bien que de beaucoup d'autres de même nature, & que ce qu'il en a tiré & diſſout n'eſt que par proportion à la quantité de flegme que l'eſprit de vin contient, dont il eſt très-difficile de le dégager entierement ; d'où je continue de dire que cette plante ne contient que peu ou point de parties reſineuſes.

J'ai peu de choſe à dire de l'analyſe que j'ai faite de cette plante par la diſtillation ordinaire, n'y ayant rien remarqué d'extraordinaire,

ni qui fût bien different des autres que j'ai cidevant travaillées de même.

Néanmoins pour obſerver le même ordre, j'ai mis dans le bain vaporeux quatre livres de feuilles & racines recentes de Gratiole; j'en ai diſtillé avec ordre pluſieurs portions preſqu'à ficcité de la plante: toutes ces portions m'ont parû aſſez ſemblables au goût, à l'odorat & aux effets ſur les eſſais; j'ai retiré la matiere ſeche du bain de vapeur peſant vingt-cinq onces & demie, je l'ai miſe dans la cornue au reverbere clos & par un feu gradué, j'en ai tiré d'abord une liqueur un peu teinte, un peu amere & un peu acide, & ſucceſſivement les autres devenant à proportion plus colorées & plus acides, ſentant beaucoup l'Empyzome: la derniere portion étoit un peu volatile, mêlée d'une huile noire.

Toutes ces portions ont produit ſur les eſſais les effets ordinaires: la maſſe noire reſtée dans la cornue ne peſoit plus que ſept onces ſix dragmes, & après la calcination parfaite une once & demie, dont j'ai tiré à la maniere ordinaire quatre gros & demi de ſel fixe.

METHODE

De déterminer les longitudes des lieux de la terre par les Eclipſes des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, pratiquée en diverſes obſervations.

Par M. CASSINI le fils.

* LEs obſervations Aſtronomiques qui peuvent ſervir à trouver les longitudes de la terre avec une aſſez grande préciſion, meritent d'être employées à cet uſage ſi neceſſaire à la perfection de la Géographie & de la Navigation.

Les anciens ſe ſervoient des Eclipſes de Lune obſervées en même temps en differens lieux de la terre. Mais *Ptolemée* dans ſa Géographie ſe plaint que de ſon temps on n'avoit que très-peu de ces obſervations, & ne parle que d'une Eclipſe obſervée à *Arbelle* ville célébre par la victoire remportée par *Alexandre* en ce lieu-là, où il dit qu'elle arriva à 5 heures, & à *Carthage* à 2 heures, ſans déterminer l'année ni le jour.

Pline rapporte auſſi une Eclipſe de Lune obſervée à *Arbelle* au temps de la victoire d'*Alexandre* à 2 heures, & en *Sicile* au lever de la Lune.

La rareté de ces obſervations obligeoit les Géo-

* 22 Avril 1705.

Géographes à déterminer les longitudes par l'eſtime de la longueur des voyages, dans leſquelles on étoit ſi peu d'accord, que *Marin Tirien*, un des plus célébres Géographes de ſon temps, faiſoit la longitude compriſe entre les Iſles *Fortunées* & l'extrémité Orientale de la *Chine* de 225 degrez, au lieu que *Ptolemée* la trouvoit moins de 180, de ſorte qu'il y avoit entre l'un & l'autre une difference de plus de 45 degrez.

On a depuis obſervé un aſſez grand nombre d'Eclipſes de Lune en differens lieux, & particulierement dans les deux derniers ſiecles. On ne comparoit d'abord que le commencement & la fin de ces Eclipſes obſervées en divers lieux, dans leſquelles il y avoit beaucoup d'ambiguité, à cauſe de la difficulté de diſtinguer l'ombre veritable de la terre qui arrive par la perte de preſque tous les rayons du Soleil, de la penombre que l'on voit avant & après l'Eclipſe veritable. On y a depuis ajoûté l'Obſervation de l'Immerſion & de l'Emerſion des Taches de la Lune dans l'ombre que l'on apperçoit avec plus d'évidence, ce qui donne le moyen de comparer enſemble un plus grand nombre de Phaſes, & de déterminer avec plus de préciſion la difference des Meridiens.

Depuis que l'on a trouvé la théorie du mouvement des Satellites de Jupiter, & que l'on a dreſſé des Tables pour déterminer leurs Eclipſes qui ſont très-frequentes, on a experimenté qu'elles ſont plus faciles à déterminer avec exactitude que celles de la Lune auſquelles on les a préferé pour cet uſage, & l'Academie Royale des Sciences les a pratiquées avec ſes correſpondans en toutes les quatre Parties

du

du Monde, ce qui a ſervi à corriger les grandes erreurs qui ſe ſont trouvées dans les Cartes Géographiques.

On a enfin déterminé par une methode nouvelle & exacte les longitudes d'un grand nombre de Villes conſiderables par les Eclipſes du Soleil, qui ont été expoſées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences.

Après avoir pratiqué toutes ces methodes, je me ſuis appliqué à déterminer les longitudes de divers lieux par les Eclipſes des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, dont l'on n'avoit fait encore aucun uſage par la methode que je vais donner, & je les ai comparées avec celles qui avoient été déterminées par diverſes autres obſervations faites dans les mêmes lieux, afin de pouvoir connoître quelle eſt la préciſion que l'on peut attendre de ces ſortes d'obſervations.

Cette methode quoique fondée ſur le même principe que celle que mon Pere a inventée pour calculer les Eclipſes du Soleil, ne laiſſe pas d'en differer en pluſieurs circonſtances.

Premierement, parceque le centre du Soleil eſt toûjours dans l'Ecliptique ſans latitude, au lieu que les Etoiles fixes & les Planetes en ont preſque toûjours.

En ſecond lieu, parceque dans les Eclipſes du Soleil & dans ſes autres conjonctions & oppoſitions avec la Lune, le mouvement apparent de la Lune eſt plus regulier, ſon diamêtre apparent & ſa parallaxe plus faciles à déterminer qu'à diverſes diſtances du Soleil.

En troiſiéme lieu, parceque la révolution journaliere du Soleil qu'il faut employer pour la recherche des longitudes, eſt celle qui meſure

ſure le temps dans lequel conſiſte la difference des Meridiens recherchée, au lieu que la révolution journaliere des Etoiles fixes ou des Planetes qu'il faut auſſi employer dans la recherche des longitudes, n'eſt pas celle qui meſure le temps, quoique la difference ne ſoit pas ſi grande qu'on ne la puiſſe ſouvent negliger ſans erreur ſenſible.

En pluſieurs autres circonſtances la methode de ſe ſervir des Etoiles fixes eſt plus ſimple que celle qui employe le Soleil, où il faut mettre en uſage ſon mouvement propre, ſon diamêtre & ſa parallaxe ; ce qui n'arrive point dans les Eclipſes des Etoiles fixes, dont le diamêtre apparent, même par les Lunettes que l'on employe à cet uſage, n'eſt que de quelques ſecondes, qui n'ont point de parallaxe ſenſible, & dont le mouvement propre ne ſe peut point appercevoir dans l'eſpace d'un jour.

Dans les Eclipſes des Planetes par la Lune, il faut avoir égard à leur mouvement propre, à leur diamêtre apparent, & quelquefois à leur parallaxe lorſqu'elles ſont près de la terre.

Ces diverſes circonſtances auſquelles il a fallu avoir égard pour employer les obſervations de ces Eclipſes à déterminer les longitudes, m'ont porté à en décrire la methode de la maniere qui m'a paru la plus aiſée à pratiquer, après avoir donné une idée générale de la théorie de ces Eclipſes.

L'on conſidere d'abord que les rayons qui viennent du centre de l'Etoile *E* (*vide* 1. *Fig.*) & qui vont terminer en cone à la circonference de la terre, paſſant par l'orbe de la Lune y occupent un eſpace circulaire *O B*, dont chaque point répond à quelque point de la terre *A C*,

AC, & y forment une projection de l'hemiſphere de la terre qui eſt expoſé directement à l'Etoile. Lorſque cette Etoile eſt fixe & qu'elle n'a par conſéquent aucune parallaxe ſenſible, alors les rayons qui forment cette projection peuvent paſſer pour paralleles, & l'eſpace qu'ils occupent dans l'orbe de la Lune eſt cenſé égal à celui qui eſt compris par la circonference de la terre; de ſorte que le demi-diamêtre de la terre vû de la Lune que l'on ſait être égal à la parallaxe horizontale de la Lune, eſt égal au demi-diamêtre de cette projection.

Si cette Etoile avoit quelque parallaxe ſenſible, comme il arrive à quelques Planetes, principalement lorſqu'elles ſont dans leur Perigée; alors le demi-diamêtre de cette projection ſeroit plus petit que le demi-diamêtre de la terre de la grandeur de cet angle, qu'il faudroit par conſéquent retrancher de la parallaxe horizontale de la Lune.

Lorſque la Lune par ſon mouvement propre paſſe par l'endroit de ſon orbe où les rayons de l'Etoile ont formé cette projection de la terre, il eſt évident qu'elle interceptera les rayons de l'Etoile aux lieux de la terre qui répondent à chaque endroit de la projection par où elle paſſera, qui verront l'Eclipſe de l'Etoile dans cet inſtant; & comme ſon mouvement propre ſe fait de l'Occident vers l'Orient, ceux qui ſont à l'Occident l'appercevront ordinairement les premiers, & elle ſera vûe ſucceſſivement par les pays qui ſont à l'Orient.

Pour déterminer quels ſont les lieux qui doivent appercevoir cette Eclipſe, il eſt neceſſaire de repréſenter dans cette projection les lieux de la terre qui y répondent.

Soit

Soit donc AB le demi-diamêtre du diſque de la terre projetté dans l'orbe de la Lune, (*vide Fig.* 2.) l'Etoile en A dans le centre de cette projection, CV le cercle de declinaiſon qui paſſe par l'Etoile & par le pole du monde.

Si l'Etoile étoit ſur l'Equinoxial ſans aucune declinaiſon, alors le rayon qui part du centre de l'Etoile & paſſe par le centre de la projection rencontreroit ſur la ſurface de la terre quelque point de l'Equinoxial, & par conſéquent l'Equinoxial ſeroit repréſenté dans la figure circulaire de la projection par un diamêtre comme OB, & les deux poles qui en ſont éloignez de 90 degrez ſeroient ſur la circonference, le pole Septentrional dans la partie ſuperieure en C, & le pole Meridional dans l'inferieure en V. Les paralleles de chaque lieu de la terre ſeroient auſſi repréſentez par des lignes droites paralleles à ce diamêtre.

Mais ſi l'Etoile a quelque declinaiſon de l'Equinoxial, alors le rayon qui va de l'Etoile au centre de la projection, termine à un point ſur la terre dont la latitude répond à la declinaiſon de l'Etoile, & qui par conſéquent eſt éloigné de l'Equateur, lequel dans ce cas doit être repréſenté de même que les paralleles par des Ellipſes, plus ou moins ouvertes, ſelon que la declinaiſon eſt plus ou moins grande, & les poles de la terre qui dans le premier cas étoient ſur la circonference du cercle, doivent être placez entre le centre & la circonference.

L'on détermine la ſituation du pole Septentrional, en prenant de côté & d'autre du point C des arcs CD, CE, égaux à la declinaiſon de l'Etoile, & tirant la ligne DE qui coupe le cercle de declinaiſon CV au point P.

Lorſ-

Lorſque cette declinaiſon eſt Septentrionale, alors l'Equinoxial doit être placé dans la Figure au-deſſous du diamêtre vers le midi; enſorte que le point *A* qui repréſente le lieu de l'Etoile ſoit à ſon égard au Septentrion, & par conſéquent le pole Septentrional ſera en *P* dans l'hemiſphere expoſé à l'Etoile que j'appelle l'hemiſphere ſuperieur.

Au contraire lorſque la declinaiſon eſt Meridionale, alors l'Equinoxial doit être placé au-deſſus du point *A*, & par conſéquent le pole Septentrional *P* ſera de l'autre côté dans l'hemiſphere inferieur.

Il faut maintenant conſiderer que pendant le temps de chaque Eclipſe, le même lieu de la terre doit être repréſenté à diverſes heures à divers endroits de ſon parallele, à cauſe de la révolution journaliere, ſoit qu'on l'attribue à l'Etoile & à l'orbe de la Lune dont le mouvement journalier eſt d'Orient en Occident, ſuivant l'hypothêſe des anciens, ou à la révolution du globe de la terre dans le même eſpace de temps d'Occident vers l'Orient, ſuivant l'hypothêſe moderne, qui repréſente le mouvement de chaque lieu de la terre ſuivant ſon parallele.

L'on trace les paralleles de chaque lieu en prenant de côté & d'autre des points *D*, *C*, *E*, les arcs *CQ*, *CT*, *DF*, *DI* & *EH*, *EG* égaux au complément de la latitude du lieu dont l'on veut décrire les paralleles, & tirant par les points *H*, *I*, *Q*, *T*, *F*, *G* les lignes *HI*, *QT*, *FG* qui ſont paralleles à *AB*, & coupent le cercle de declinaiſon *CV* aux points *K*, *X*, *L*. Les deux extrêmes *K* & *L* terminent le petit diamêtre de l'Ellipſe; enſorte que le point *L* eſt au-

au-deſſus de la figure dans l'hemiſphere expoſé à l'Etoile & le point *K* au-deſſous dans l'hemiſphere inferieur, lorſque la declinaiſon de l'Etoile eſt Septentrionale. Tout au contraire, lorſque la declinaiſon eſt Meridionale, le point *K* eſt dans l'hemiſphere expoſé à l'Etoile, & le point *L* dans l'hemiſphere inferieur.

Diviſant *KL* en deux, l'on a le centre de l'Ellipſe en *Z*, par lequel ſi l'on tire la droite *MN* parallele à *QT*, & terminée en *M* & *N* par les perpendiculaires *QM* & *TN*, enſorte que *MN* ſoit égale à *QT*, la ligne *MN* eſt le grand diamêtre de l'Ellipſe qui paſſe par les points *M*, *K*, *N*, *L*, & qui repréſente le parallele du lieu cherché.

Lorſque l'Etoile paſſe par le Meridien d'un lieu dont l'on a décrit le parallele, alors le Meridien de ce lieu concourt avec le cercle de declinaiſon de l'Etoile qui eſt repréſenté dans cette figure par le diamêtre *CV*, qui paſſe par le pole *P* & par l'Etoile en *A*. Et comme la ſituation de chaque lieu ſur la terre ſe détermine par l'interſection de ſon Meridien avec ſon parallele, ce lieu doit être alors placé dans la figure, dans l'interſection de *CV* avec la partie de l'Ellipſe expoſée à l'Etoile qui eſt en *L*, lorſque la declinaiſon de l'Etoile eſt Septentrionale, & en *K* lorſqu'elle eſt Meridionale.

Suppoſant que le cercle de declinaiſon de l'Etoile ſoit fixe, quelque temps après le Meridien du lieu dont l'on a décrit le parallele decline vers l'Orient de ce cercle; de ſorte qu'ayant marqué dans l'interſection du parallele avec le cercle de declinaiſon l'heure du paſſage de l'Etoile par le Meridien, il faudra marquer l'heure ſuivante & les autres de ſuite d'Occident

cident en Orient, qui repréſenteront dans cette projection le lieu apparent de l'Etoile à ces heures differentes.

Pour marquer ces heures ſur les Ellipſes qui repréſentent les paralleles, il faut décrire du centre *Z* à l'intervalle du grand diamêtre *ZM*, un cercle qu'on diviſera en 24 parties, & tirer de ces diviſions des perpendiculaires à ce diamêtre, qui diviſeront l'Ellipſe en autant de parties. L'intervalle entre ces diviſions ſera d'une heure moins 10 ſecondes dans les Eclipſes des Etoiles fixes, à cauſe qu'elles font leur révolution en 23 heures & 56 minutes. L'on peut dans la pratique negliger ces ſecondes, qui ſont peu ſenſibles ſur le parallele.

Le pole du monde & les paralleles diviſez en heure étant repréſentez dans cette projection, il faut décrire enſuite la trace du mouvement propre de la Lune. Cette trace eſt differente en divers mois. Elle eſt toûjours repréſentée par une ligne qui ne differe pas ſenſiblement d'une ligne droite, mais qui paſſe dans les diverſes conjonctions de la Lune avec la même Etoile à diverſes diſtances du centre, & avec des inclinaiſons differentes aux lignes droites qui repréſentent les diamêtres de l'Equinoxial & des paralleles. Le mouvement horaire de la Lune par ces traces differentes, eſt auſſi different d'un mois à l'autre; ce qui arrive à cauſe de ſa diverſe diſtance à l'Apogée & au Perigée de la Lune & du Soleil, de même qu'à ſes conjonctions, oppoſitions & quadratures avec le Soleil, qui ſont autant de termes d'inégalitez du mouvement propre de la Lune.

Pour décrire la trace de la Lune pour le temps propoſé, l'on cherchera la parallaxe horizon-

rizontale de la Lune, que l'on trouvera ou par les Tables, ou par l'obſervation du demi-diamêtre de la Lune dans le temps de l'obſervation, & l'on diviſera le demi-diamêtre AB en autant de parties qu'il y a de minutes dans la parallaxe.

L'on cherchera auſſi l'aſcenſion droite & la declinaiſon de l'Etoile pour le temps de la conjonction, de même que l'aſcenſion droite & la declinaiſon de la Lune pour ce temps, & pour quelques heures avant ou après. Il eſt avantageux d'avoir l'aſcenſion droite & de la declinaiſon de l'Etoile par le moyen des obſervations immédiates.

L'on prendra la difference entre l'aſcenſion droite de la Lune & de l'Etoile à diverſes heures, & on la réduira en degrez & minutes d'un grand cercle que l'on prendra ſur les diviſions de la ligne AB, & on la portera de A vers B, ſi l'aſcenſion droite de la Lune eſt plus petite, & de A vers O, ſi elle eſt plus grande. Ayant ainſi marqué divers points comme b, d, e, l'on élevera ſur AO les perpendiculaires, br, ds, eh, ſur leſquelles l'on prendra la difference entre la declinaiſon de l'Etoile & celle de la Lune aux heures marquées, que l'on portera de A vers C lorſque la declinaiſon de l'Etoile eſt Septentrionale, & en même temps plus petite que celle de la Lune; car ſi elle étoit plus grande, il faudroit la marquer de A vers V. Au contraire ſi la declinaiſon de l'Etoile & de la Lune eſt Meridionale, alors il faut marquer la difference de leur declinaiſon de A vers C lorſque la declinaiſon de l'Etoile eſt plus grande que celle de la Lune, & de A vers V lorſqu'elle eſt plus petite.

Il

Il peut arriver auſſi que l'Etoile & la Lune étant fort près de l'Equateur, la declinaiſon de la Lune & celle de l'Etoile ſoient l'une Meridionale & l'autre Septentrionale ; & alors il faut prendre leur ſomme, que l'on portera de *A* vers *C* lorſque la declinaiſon de la Lune eſt Septentrionale, & de *A* vers *V* lorſqu'elle eſt Meridionale. La ſituation de la Lune à l'égard de l'Etoile étant ainſi déterminée à ces diverſes heures, l'on tirera la ligne *hsr*, qui repréſente la trace que le centre de la Lune a décrit en paſſant par la projection du diſque de la terre dans ſon orbe. L'on diviſera chaque intervalle horaire en 60 minutes, & l'on marquera ſur cette trace les heures auſquelles l'on a déterminé l'aſcenſion droite & la declinaiſon de l'Etoile. Ces heures ſeront diſpoſées ſuivant la ſuite des ſignes, & ſont celles que l'on compte pour le Meridien du lieu auquel l'on veut comparer les obſervations faites en divers autres endroits.

Le centre de la Lune faiſant ſon mouvement ſur cette trace d'Occident en Orient, ſon bord Oriental rencontrera ſucceſſivement divers points des paralleles qui ſe trouvent ſur ſa route, auſquels il interceptera les rayons de l'Etoile, & c'eſt à quoi l'on a égard pour déterminer les longitudes. Car chaque Obſervateur comptant dans l'inſtant que le bord de la Lune lui intercepte les rayons de l'Etoile, c'eſt-à-dire, dans l'inſtant qu'il obſerve l'Eclipſe, l'heure qui eſt marquée ſur ſon parallele, la difference qui eſt entre cette heure & celle qui eſt marquée ſur la trace de la Lune, laquelle eſt décrite pour un Meridien déterminé, eſt la difference entre le Meridien de ce lieu, & le Me-

ridien fixe auquel l'on compare les autres obſervations. Il en eſt de même lorſqu'après que l'Etoile a été couverte pendant un certain temps, la Lune vient à la quitter par ſon bord Occidental.

Pour déterminer le temps de ces Phaſes, l'on prend ſur *AB* avec un compas les minutes du demi-diamêtre de la Lune, & poſant une pointe ſur le parallele à l'heure que l'on a obſervé l'Immerſion de l'Etoile, l'on porte à cet intervalle vers l'Orient l'autre pointe ſur l'orbite de la Lune.

L'on place auſſi ſur le même parallele une pointe du compas à l'heure que l'on a obſervé l'Emerſion, & l'on porte l'autre vers l'Occident ſur la trace de la Lune.

Si l'on a déterminé exactement le lieu de la Lune, ou par des obſervations immédiates, ou par des Tables, les pointes du compas marqueront ſur l'orbite de la Lune les mêmes heures que ſur le parallele, puiſque lorſque l'Etoile nous a paru entrer dans la Lune ou en ſortir, elle étoit éloignée du centre de la Lune de la grandeur de ſon demi-diamêtre: mais s'il y a quelque difference, comme il arrive ſouvent lorſque l'on ſe ſert des Tables, à cauſe que l'on ne peut pas déterminer le lieu de la Lune avec la préciſion avec laquelle l'on calcule les Eclipſes de la Lune & du Soleil, la Lune ayant deux équations hors de ſes conjonctions & oppoſitions avec le Soleil: Alors il faut corriger le lieu de la Lune en cette maniere.

L'on place une pointe du compas ſur l'heure à laquelle l'on a obſervé l'Immerſion, & l'on décrit à l'intervalle du demi-dia-

diamêtre de la Lune un arc de cercle vers l'Occident.

L'on place enſuite une pointe du compas ſur l'heure du parallele à laquelle l'on a obſervé l'Emerſion, & l'on décrit au même intervalle un arc de cercle vers l'Orient. L'on prend enſuite ſur les diviſions horaires de la trace de la Lune, l'intervalle qui s'eſt écoulé entre les deux obſervations, qui eſt le temps de la durée de l'Eclipſe, & on le place en α & β, enſorte que la ligne $\alpha\beta$ terminée par les deux arcs de cercle ſoit parallele à l'orbite de la Lune. L'on marque en α l'heure de l'Immerſion, & en β celle de l'Emerſion, & l'on diviſe cet intervalle en minutes, qui ſont de la même grandeur que celles qui étoient marquées ſur l'orbite h, s, r.

Suppoſant l'obſervation exacte, cette ligne $\alpha\beta$ repréſente la trace veritable de la Lune. Car la direction de l'orbite de la Lune, & ſon mouvement horaire tiré des Tables dont l'on ſe ſert dans cette correction, ne peuvent pas differer ſenſiblement de la direction de l'orbite & du mouvement horaire veritable.

L'orbite de la Lune étant ainſi corrigé, ſi l'on veut connoître la difference des Meridiens entre le lieu pour lequel on a déterminé la ſituation de la Lune, & un autre où l'on a obſervé la même Eclipſe; il faut placer ſur le parallele de ce lieu une pointe de compas ſur l'heure à laquelle l'on a obſervé l'Immerſion de l'Etoile, & décrire vers l'Occident à l'intervalle du demi-diamêtre de la Lune, un arc de cercle qui coupe la trace veritable du centre de la Lune $\alpha\beta$ prolongée, s'il eſt neceſſaire, de côté ou d'autre. La difference qui eſt

entre l'heure marquée ſur la trace de la Lune par cette interſection & l'heure de l'obſervation, eſt la difference des Meridiens entre le lieu de l'obſervation & celui au Meridien duquel l'on a déterminé le lieu de la Lune: car l'heure où la pointe du compas eſt placée ſur le parallele d'un lieu, eſt celle que l'Obſervateur compte dans l'inſtant de l'obſervation; & l'heure où eſt placée l'autre pointe du compas ſur la trace de la Lune, eſt celle que l'on compte au même inſtant dans le lieu au Meridien duquel l'on a déterminé la ſituation de la Lune. Or la difference entre l'heure que l'on compte en divers lieux dans le même inſtant, eſt la difference des Meridiens.

L'on détermine auſſi la difference des Meridiens par l'obſervation de l'Emerſion, en plaçant une pointe du compas ſur le parallele à l'heure de l'obſervation, & portant l'autre pointe vers l'Orient. La difference entre les heures marquées par ces pointes, eſt la difference des Meridiens qui doit être la même que celle qui réſulte de l'Immerſion, ſuppoſé que la figure ait été décrite exactement, & que les obſervations ayent été faites avec ſoin de part & d'autre.

Voici diverſes obſervations d'Eclipſes des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune qui ont été faites depuis quelques années, comparées à celles qui ont été faites en même temps par nos Correſpondans en diverſes Villes, à *Marſeille* par le P. *Laval* Jeſuite & par le P. *Feuillée* Minime, & à *Bologne* par Mrs *Manfredi* & *Stancari*. Quelques-unes de ces obſervations ont été inſerées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences.

La premiere eſt une Eclipſe de l'œuil du Tau-

Taureau Aldebaram par la Lune, qui fut obſervée en même temps à *Paris* & à *Bologne* le 19 Août 1699.

1h 41′ 30″ du matin à *Paris* Immerſion d'Aldebaram dans la partie claire de la Lune.

2h 19′ 20″ Emerſion d'Aldebaram de la partie obſcure de la Lune.

2h 6′ 39″ du matin à *Bologne* Immerſion d'Aldebaram dans la partie claire de la Lune.

3h 5′ 25″ Emerſion de la partie obſcure.

Ayant dreſſé une figure de la maniere qui a été décrite ci-deſſus, où l'on a déterminé le pole Septentrional, les paralleles de *Paris* & de *Bologne*, & la trace que la Lune a décrite en paſſant par la projection de la terre dans ſon orbe, l'on a déterminé par l'Obſervation de l'Immerſion la difference des Meridiens entre *Paris* & *Bologne* de 36′ 53′ d'heure, & par l'Emerſion de 36′ 35″.

La ſeconde obſervation eſt l'Eclipſe de la même Etoile par la Lune, qui a été faite en même temps à *Bologne* & à *Marſeille* le 2 Janvier 1700.

6h 31′ 33″ du ſoir à *Marſeille* Immerſion d'Aldebaram dans la partie obſcure de la Lune.

7h 42′ 32″ à *Marſeille* Emerſion de la partie claire.

7h 3′ 42″ à *Bologne* Immerſion dans la partie obſcure.

8h 16′ 32″ Emerſion.

Cette Eclipſe n'ayant point été obſervée à *Paris*, l'on a tracé dans la Figure qui repréſente la projection de la terre dans l'orbe de la Lune les paralleles de *Marſeille* & de *Bologne*,

& l'on y a décrit la trace de la Lune pour le Meridien de *Marſeille*.

Par l'obſervation de l'Immerſion dans la partie obſcure, l'on a déterminé la difference des Meridiens entre *Bologne* & *Marſeille* de 24′ 22″, & par celle de l'Emerſion de 24′ 2″.

Prenant le milieu entre ces differences, & y ajoûtant la difference des Meridiens entre *Paris* & *Marſeille*, que l'on a déterminé par les Satellites de Jupiter de 12′ 30″, l'on aura la difference des Meridiens entre *Paris* & *Bologne* de 36′ 42″ peu differente de celle que l'on a trouvée par les obſervations précedentes.

* Il faut remarquer ici qu'il y a une erreur dans l'obſervation d'Aldebaram faite à *Bologne* le 2 Janvier 1700, rapportée dans les Memoires de l'Academie 1701, pag. 81. où il faut lire 7^h 3′ 42″ à la place de 7^h 3′ 32″, & 8^h 16′ 32″ à la place de 8^h 12′ 23″.

La troiſiéme obſervation eſt auſſi une Eclipſe d'Aldebaram qui a été obſervée à *Paris*, à *Perpignan*, à *Marſeille* & à *Bologne* le 16 Fevrier 1701.

Nous étions alors à *Perpignan* occupez à prolonger la ligne Meridienne de l'Obſervatoire.

6^h 30′ 18″ du ſoir à *Perpignan* Immerſion d'Aldebaram dans la partie obſcure de la Lune.

7^h 44′ 10″ Emerſion d'Aldebaram de la partie claire.

6^h 43′ 8″ à *Paris* Immerſion d'Aldebaram à quelques ſecondes près, à cauſe des nuages qui couvrirent enſuite le Ciel; de ſorte qu'on ne pût obſerver l'Emerſion.

6^h

* Cette faute ne ſe trouve point dans l'Edit. d'Amſt.

$6^h\ 46'\ 18''$ à *Marſeille* Immerſion d'Aldebaram.
$7^h\ 58'\ 23''$ Emerſion.
$7^h\ 21'\ 19''$ à *Bologne* Immerſion d'Aldebaram.
$8^h\ 30'\ 13''$ Emerſion.

Cette Eclipſe ayant été obſervée en quatre endroits differens, je l'ai choiſie pour donner un exemple de la methode qu'il faut pratiquer pour déterminer les longitudes par ces ſortes d'obſervations.

Ayant décrit le cercle $OCBV$ qui repréſente la projection du diſque de la terre dans l'orbe de la Lune, j'ai tiré à angles droits les deux diamêtres OB, CV, dont l'un repréſente le cercle de declinaiſon, & l'autre le diamêtre de l'Equinoxial. L'on a diviſé OB en minutes, enſorte que AB ſoit égale à la parallaxe horizontale de la Lune qui étoit alors de $58'\ 5''$. J'ai pris de côté & d'autre du point C, CD, CE, égales à la declinaiſon Septentrionale d'Aldebaram qui étoit alors de $15^d\ 52'\ 10''$, & j'ai tiré la ligne DE qui coupe le cercle de declinaiſon au point P, qui repréſente le pole Septentrional, lequel eſt dans ce cas dans l'hemiſphere expoſé à l'Etoile. J'ai pris de côté & d'autre des points D, C, E; CQ, CT, DF, DT, EH, EG égales à $41^d\ 9'\ 50''$ complément de la hauteur du pole de *Paris*, & j'ai tiré les lignes HKI, QT, FG. Ayant enſuite diviſé KL en deux parties égales en Z, j'ai tiré par Z la ligne MZN parallele à QT, ſur laquelle j'ai abaiſſé les deux perpendiculaires QM & TN, & j'ai tracé par les points $DMKN$ une Ellipſe qui repréſente le parallele de *Paris*. La hauteur du pole de *Perpignan* étant connue de $42^d\ 41'$, celle de *Marſeille* de $43^d\ 17'$ & celle de *Bologne* de $44^d\ 30'$, j'ai décrit de la même maniere les

Ellipſes qui repréſentent les paralleles de ces Villes, & j'ai placé dans les interſections L, l, de la partie ſuperieure de ces Ellipſes avec le cercle de declinaiſon CV, l'heure du paſſage de l'Etoile par le Meridien qui eſt arrivé à *Paris* à $6^h\ 18'\ 25''$.

Le paſſage de la Lune par le Meridien fut obſervé à *Paris* le 16 Fevrier à $6^h\ 17'\ 20''$, & la hauteur Meridienne de ſon bord ſuperieur de $57^d\ 0'\ 0''$; ce qui donne ſon aſcenſion droite de $64^d\ 29'\ 20''$, & ſa declinaiſon Septentrionale de $16^d\ 5'\ 26''$. L'aſcenſion droite d'Aldebaram étoit alors de $64^d\ 44'\ 0''$, & ſa declinaiſon Septentrionale de $15^d\ 52'\ 10''$. La difference entre l'aſcenſion droite de l'Etoile & celle de la Lune étoit donc à $6^h\ 17'\ 20''$ à *Paris* de $14'\ 40''$, & la difference de declinaiſon de $13'\ 15''$.

Les minutes de la difference d'aſcenſion droite étant ſur un parallele, on les a réduites en minutes de degré d'un grand cercle, & l'on a eu $14'\ 5''$ que l'on a pris ſur les diviſions de AB, & que l'on a porté de A vers B, à cauſe que l'aſcenſion droite de la Lune étoit plus petite que celle d'Aldebaram. L'on a réduit auſſi en minutes d'un grand cercle le mouvement horaire de la Lune en aſcenſion droite, calculé par les Tables, & corrigé par les obſervations, qui étoit alors de $33'\ 0''$, & l'on a eu $31'\ 42''$ que l'on a porté de b en d, & de a en e. La declinaiſon Septentrionale de la Lune étant plus grande que celle d'Aldebaram, l'on a élevé des trois points déterminez par l'aſcenſion droite des perpendiculaires de A vers C, ſur leſquelles l'on a pris la difference entre la declinaiſon de l'Etoile & celle de la Lune qui convient à chaque heure, & qui étoit à $6^h\ 17'\ 20''$

20″ de 13′ 15″, à 7h 17′ 20″ de 19′ 15″, & à 8h 17′ 20″ de 25′ 15″, & l'on a tiré par ces trois points une ligne qui repréſente la trace que le centre de la Lune a décrite depuis 6h 17′ 20″ juſqu'à 8h 17′ 20″. Après avoir diviſé chacune de ces heures en 60 minutes, l'on a pris ſur les diviſions de la ligne *AB* 15′ 33″, qui ſont égales au demi-diametre horizontal de la Lune; & ayant placé une des pointes du compas à 6h 30′ 18″, qui eſt le temps que l'on a obſervé l'Immerſion d'Aldebaram à *Perpignan*, l'on a décrit vers l'Occident un arc de cercle qui a coupé l'orbite de la Lune à 6h 29′ 0″. L'on a enſuite porté une des pointes du compas à 7h 44′ 10″ heure de l'Emerſion, & l'on a décrit vers l'Orient un autre arc de cercle qui a coupé l'orbite à 7h 44′ 30″, ce qui donne le temps de la durée de l'Eclipſe de 1h 12′ 30″ plus petit d'une minute & 20 ſecondes que celui qu'on a trouvé par l'obſervation; ce qui marque que la trace de la Lune décrite ci-deſſus n'eſt pas dans ſa ſituation exacte, & qu'il eſt neceſſaire d'y faire quelque correction. Suppoſant donc l'inclinaiſon de l'orbite & ſon mouvement horaire déterminez exactement l'on a pris ſur l'orbite de la Lune 1h 13′ 50″ durée de l'Eclipſe, & on les a placez entre les deux arcs de cercle qui ont été décrits ci-deſſus, enſorte que la ligne terminée par ces arcs fût parallele à la premiere trace de la Lune. Cette ligne repréſente l'orbite veritable de la Lune que l'on a plongé de côté & d'autre, & ſur laquelle l'on a marqué les heures qui répondent au Meridien de *Perpignan*.

Pour déterminer préſentement la difference des Meridiens entre *Perpignan* & *Paris*, l'on a

placé une pointe du compas sur la parallele de *Paris* à 6h 43′ 8″ heure de l'Immersion, & l'on a porté à l'intervalle du demi-diametre de la Lune l'autre pointe sur l'orbite, où elle a marqué 6h 45′ 50″ : la difference entre ces heures qui est de 2′ 42″, est la difference des Meridiens entre *Paris* & *Perpignan*, dont *Perpignan* est plus à l'Orient, à cause que l'heure marquée sur la trace de la Lune est plus grande que sur le Parallele de *Paris*.

L'on a determiné de la même maniere la difference des Meridiens entre *Perpignan* & *Marseille* par l'Immersion de 10′ 28″ & par l'Emersion de 10′ 18″, & entre *Perpignan* & *Bologne* par l'Immersion de 33′ 39″ & par l'Emersion de 34′ 23″.

En prenant un milieu entre les differences qui résultent des observations de *Marseille* & de *Bologne*, & y ajoûtant la difference des Meridiens entre *Paris* & *Perpignan* que l'on a determiné par les triangles de la Meridienne de 2′ 12″, l'on aura la difference des Meridiens entre *Paris* & *Marseille* de 12′ 35″, & entre *Paris* & *Bologne* de 36′ 13″, ce qui s'accorde à celles que l'on a trouvé par plusieurs observations des Satellites de Jupiter.

La quatriéme observation est une Eclipse de Jupiter par la Lune, qui fut observée en plein jour à *Paris* & à *Bologne* le 27 Juillet 1704.

1h 22′ 57″ après midi à *Paris* le bord précedent de Jupiter touchoit le bord éclairé de la Lune.

1h 24′ 20″ Jupiter est entré entierement.

2h 7′ 29″ Jupiter est entierement sorti.

2h 6′ 18″ à *Bologne* Jupiter touchoit le bord éclairé de la Lune.

2h 7′ 48″ Jupiter est entré entierement.

2h 51′ 38′ Jupiter est entierement sorti.

Le

Le diametre de Jupiter qui étoit d'environ 45 ſecondes étant ſenſible, l'on y a eu égard dans la comparaiſon de cette obſervation. L'on a eu auſſi égard à ſon mouvement en aſcenſion droite & en declinaiſon; mais on a negligé la parallaxe, qui n'étant que de deux ſecondes, ne peut pas diminuer ſenſiblement la projection de la terre dans l'orbe de la Lune.

Par la premiere obſervation faite de part & d'autre lorſque Jupiter touchoit la Lune, l'on a déterminé la difference des Meridiens entre *Paris* & *Bologne* de 36′ 18″ d'heure, par la ſeconde de 36′ 18″ préciſément de même que par la précedente, & par la troiſiéme de 35′ 48″.

Toutes les obſervations que je viens de rapporter s'accordent à déterminer les differences des Meridiens à quelques ſecondes près de celles qui réſultent des obſervations des Satellites de Jupiter, que l'on a jugé juſqu'à preſent les plus propres à cet uſage; ce qui fait voir l'utilité que l'on peut tirer de ces ſortes d'obſervations.

L'on peut ſe ſervir non-ſeulement des Etoiles principales qui ſont à 5 ou 6 degrez de côté & d'autre de l'Ecliptique, & qui ſe voient avec la Lune par de petites Lunettes, même des Etoiles moins conſiderables qui ſont à cette diſtance de l'Ecliptique en employant de plus grandes Lunettes, & ſe préparant de concert pour obſerver le temps de leur conjonction avec la Lune.

Dans les obſervations des Eclipſes des Etoiles fixes, il faut toûjours préferer la difference qui réſulte de l'obſervation faite dans la partie obſcure de la Lune; car alors divers Obſerva-

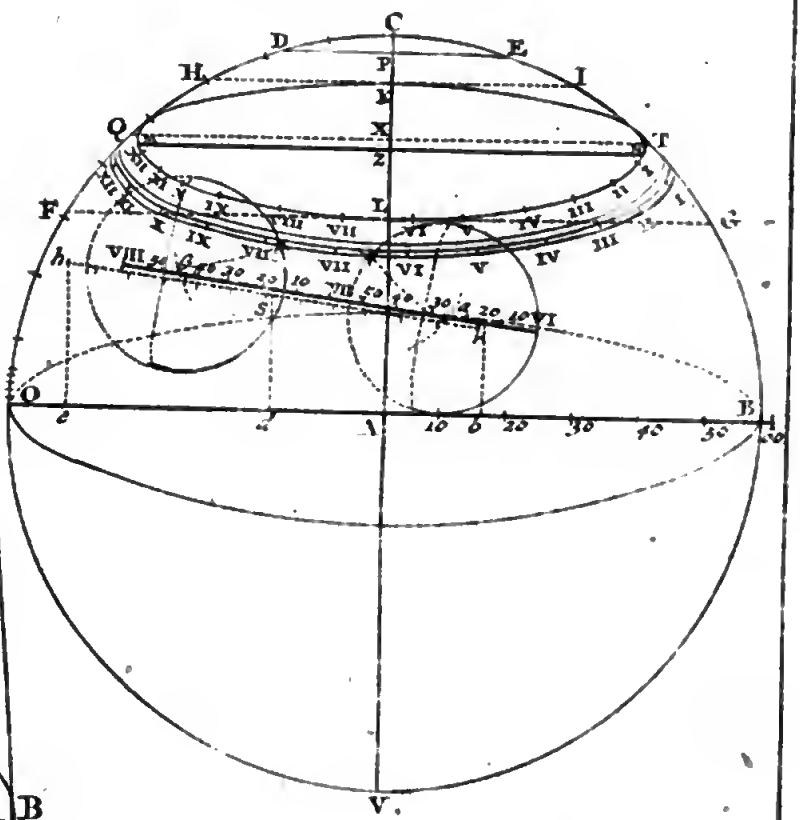
teurs dans un même lieu l'apperçoivent dans le même instant, quoiqu'avec des Lunettes d'une grandeur fort differente, comme nous l'avons experimenté plusieurs fois.

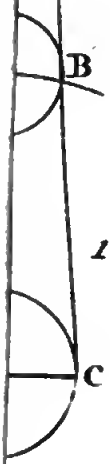
Il y a même apparence que la differente serenité de l'air dans les divers lieux où l'on fait les observations, ne peut pas faire d'erreur considerable dans la détermination des longitudes par cette methode, puisque pour l'ordinaire les Etoiles fixes paroissent ou disparoissent dans un même instant, sans augmenter ou diminuer de grandeur, comme font les Satellites de Jupiter, qui demandent pour l'ordinaire de plus longues Lunettes, avec une réduction quand elles sont de differente longueur, des Observateurs plus exercez, & une même disposition d'air de part & d'autre.

L'exactitude que l'on a trouvé dans la détermination des longitudes par cette methode, pourra engager les Astronomes à observer avec assiduité les Eclipses des Etoiles par la Lune, & à se les communiquer les uns aux autres pour en tirer cet usage, qui contribuera à la perfection de la Géographie & de la Navigation.

EX-

2.e Figure.





1.re Figure.

NAPOLI

EXPERIENCES PHYSIQUES.

Sur la Refraction des balles de Mouſquet dans l'eau, & ſur la réſiſtance de ce fluide.

Par M. CARRE'.

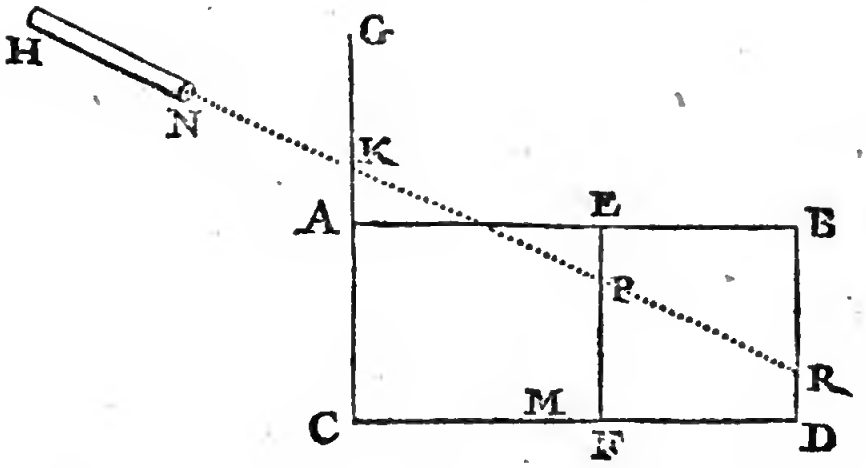
* COMME il y a pluſieurs perſonnes qui doutent ſi les balles de mouſquet ſouffrent refraction, c'eſt à dire quelque changement dans la détermination de leur mouvement lorſqu'elles ſont tirées obliquement dans l'eau, & que j'ai avancé ce fait comme certain dans un de mes Ecrits †, après quelques Auteurs; j'ai prié un de mes amis qui eſt depuis quelque temps à ſa maiſon de campagne de tâcher de l'éclaircir & de le verifier, & voici les experiences qu'il en a faites, que j'ai extraites de differentes Lettres qu'il m'a écrites.

„ 1°. J'ai tiré avec un fuſil chargé à balle, „ deux coups dans un baſſin de pierre plein „ d'eau, de deux pieds & demi de diametre, & „ profond de 16 pouces, ſous un angle de 20 „ degrez, & ſous celui de 80; mais je n'ai pû „ m'appercevoir ſi les balles ſouffrent quelque „ changement dans la détermination de leur „ mouvement, parceque le grand effort de l'eau

* 11. Juillet 1705. † *Voyez l'Hiſtoire de l'Academie de* 1702. pag. 20.

„ l'eau contre les parois du baſſin où j'avois
„ mis des ais, les a toûjours dérangez. Cet
„ effort eſt ſi grand qu'ayant tiré trois coups
„ de fuſil dans des bennes pleines d'eau, elles
„ ont été incontinent briſées, & c'étoit les
„ cerceaux d'embas que l'eau faiſoit caſſer.
„ Pour m'aſſurer davantage ſi c'étoit le grand
„ mouvement & l'effort de l'eau qui faiſoient
„ briſer ces vaiſſeaux, & non-pas la balle en
„ paſſant au travers; j'ai fait faire une caiſſe
„ quarrée d'un pied de haut, & de ſix pouces
„ d'épaiſſeur, dont les quatre ais qui faiſoient
„ la longueur, avoient chacun un pouce d'é-
„ paiſſeur, & les deux du bout en avoient cha-
„ cun deux, afin d'y bien attacher les autres
„ avec force cloux; je l'ai remplie d'eau par
„ un petit trou, enſuite j'ai tiré mon coup qui
„ a percé les ais fort exactement ſans les briſer,
„ mais l'eau s'eſt tourmentée de telle maniere
„ qu'elle a fait écarter ces ais les uns des au-
„ autres & a briſé la caiſſe.

„ 2°. Pour faire une experience plus exacte
„ ſur la Refraction d'une balle dans l'eau,
„ n'ayant pas été ſatisfait de la premiere; j'ai
„ fait remplir d'eau un baſſin de pierre, dont
„ la longueur interieure eſt de trois pieds trois
„ pouces, ſa largeur un pied huit pouces, &
„ ſa profondeur un pied un pouce, ſemblable
„ à *ABCD*. J'ai fait attacher à ſon côté *BD*
„ un ais pour recevoir les balles, un autre ais
„ *EF* préciſément au milieu, & ſur le fond
„ *CD* encore un qui le couvroit entierement:
„ tous ces ais étoient bien attachez, afin que
„ les coups ne les ébranlaſſent point. J'ai éle-
„ vé au-deſſus du côté *CA* un carton *GA* per-
„ pendiculaire à l'horizon: l'arquebuſe *HN*
étoit



„ étoit arrêtée fixe à huit pieds du baſſin ; l'ayant
„ tirée, la balle a percé le carton en *K*, & je
„ l'ai trouvée applatie à peu près comme une
„ piece de dix ſols vers *M*. J'ai tiré un ſecond
„ coup, & j'ai trouvé la balle diviſée en trois
„ morceaux auſſi applatis, ſans avoir reconnu
„ qu'ils aient frappé l'ais *E F*. J'ai tiré deux
„ autres coups avec une plus forte charge de
„ poudre, & je n'ai point trouvé de balles
„ dans le fond du baſſin, ni contre les ais :
„ ces balles avoient près de quatre lignes de
„ diametre, elles ſont faites exprès pour l'ar-
„ quebuſe, & ne peuvent entrer dans le canon
„ qu'en les poûſſant avec une baguette de fer,
„ parcequ'elles ſont fort juſtes.

„ 3°. Avant de tenter de nouveau l'expe-
„ rience de la refraction, j'ai crû que j'en de-
„ vois faire quelques autres pour m'éclaircir ſur
„ cet applatiſſement des balles. Pour cet effet
„ j'ai fait mettre dans un réſervoir de dix pieds
„ en quarré deux ais paralleles entr'eux & à
„ l'horizon, & à un pied de diſtance l'un de
l'au-

„ l'autre, celui de deſſus ne faiſant qu'un mê-
„ me plan avec la ſurface de l'eau. J'ai tiré
„ deux coups ſur cet ais ſous un angle de 30
„ degrez avec une égale charge de poudre: le
„ premier avec l'arquebuſe dont je me ſuis dé-
„ ja ſervi, & dont le canon a 3 pieds 2 pouces
„ 6 lignes de long, & la balle a 3 lignes $\frac{3}{4}$ de
„ diametre: le ſecond avec un fuſil dont le ca-
„ non a 3 pieds 10 pouces 3 lignes, & la balle
„ 7 lignes de diametre. La groſſe balle a per-
„ cé les deux ais, & par conſéquent a traverſé
„ toute l'étendue de l'eau qui étoit entre deux,
„ au lieu que la petite n'a percé que l'ais ſupe-
„ rieur, & je l'ai trouvée applatie ſur l'ais in-
„ ferieur; ce qui m'a fait juger que le fuſil eſt
„ plus propre pour faire l'experience de la re-
„ fraction que l'arquebuſe.

„ 4°. Voici ce que j'ai fait pour m'aſſurer
„ s'il y a une Refraction: Je me ſuis ſervi du
„ baſſin de pierre qui eſt décrit ci-deſſus, &
„ préparé de la même maniere; j'ai attaché
„ mon fuſil ſur deux appuis fixes, dont l'un
„ étoit à cinq & l'autre à ſept pieds de diſtance
„ du baſſin; je l'ai rendu fixe & immobile avec
„ des cloux mis à côté, afin qu'il ne variât
„ point, & qu'il pût demeurer dans ſa même
„ ſituation après le coup. Il faiſoit avec l'ho-
„ riſon ou avec la ſurface de l'eau du baſſin un
„ angle de 20 degrez, & il étoit chargé du
„ poids de 3 deniers 20 grains de poudre, avec
„ une balle de 7 lignes de diametre qui peſoit
„ 17 deniers 6 grains. L'ayant tiré, la balle
„ après avoir percé le carton en *K*, l'ais *E F*
„ en *P* a donné au point *R* où je l'ai trouvé
„ arrêtée. Ayant vuidé l'eau du baſſin, j'ai
„ fait mettre un fil ſur le milieu de cette balle

en

„ en *R*, que j'ai fait paſſer par le trou *P* & par
„ le trou *K* en le conduiſant juſqu'au centre
„ de la bouche du canon du fuſil, & il m'a
„ paru que ce fil ſe trouvoit aſſez exactement
„ au centre de ces trous.

„ J'ai réïteré la même experience en retirant
„ le fuſil un peu à côté, afin que la balle ne
„ donnât pas dans le même endroit. La balle
„ a percé le carton à un demi pouce de *K*, l'ais
„ *EF* à un demi pouce de *P*, & s'eſt auſſi ar-
„ rêtée à un demi pouce de *R*, enſorte qu'il
„ n'y avoit pas une ligne à dire que les centres
„ de ces deux balles ne fuſſent dans une même
„ ligne parallele à l'horiſon. L'on peut con-
„ clure de cette experience que s'il y a une re-
„ fraction elle n'eſt pas ſenſible.

„ J'ai voulu encore eſſayer ſi la balle de 7
„ lignes de diametre s'applatiroit en augmen-
„ tant la charge du fuſil; j'y ai donc mis 7 de-
„ niers 6 grains de poudre, & j'ai trouvé la
„ balle vers *M* applatie d'un côté : elle a un
„ peu frappé l'ais *EF*, mais ce n'eſt point ce
„ qui lui a cauſé ſon applatiſſement, puiſque
„ les balles percent trois ou quatre ais ſans per-
„ dre beaucoup de leur ſphericité.

„ J'ai mis la même charge de poudre dans
„ l'arquebuſe, & j'ai trouvé la balle vers *M* di-
„ viſée en deux parties, chacune inégalement
„ applatie ſans avoir touché l'ais *EF*. J'ai tiré
„ un ſecond coup n'ayant mis que la moitié
„ de la charge de poudre, la balle n'a point
„ atteint l'ais *EF*, & n'a perdu que peu de ſa
„ ſphericité.

„ 5°. Pour vous ſatisfaire entierement ſur
„ l'applatiſſement des balles, j'ai étendu un
„ linge dans l'eau parallelement à l'horizon à

deux

„ deux pieds de profondeur, dans un baſſin ou
„ réſervoir de 40 pieds de diametre & profond
„ de ſix pieds, afin d'y recevoir les balles. A-
„ yant mis dans mon fuſil une plus forte charge
„ de poudre avec une balle de 7 lignes de dia-
„ metre, je l'ai tirée contre ce linge, & elle y
„ eſt reſtée applatie, mais très-inégalement &
„ d'une figure fort irreguliere; & ayant chargé
„ de nouveau le fuſil d'un tiers de poudre de
„ plus, la balle s'eſt diviſée en pluſieurs petits
„ morceaux, dont j'en ai trouvé cinq ſur le
„ linge la plûpart de la groſſeur d'une lentille,
„ mais differemment figurez.

„ J'ai encore tiré une balle perpendiculaire-
„ ment à la ſurface de l'eau, elle s'eſt applatie aſ-
„ ſez regulierement, enſorte qu'elle étoit preſ-
„ qu'auſſi ronde & auſſi plate qu'un quart-d'é-
„ cu, au lieu que toutes celles qu'on tire avec
„ inclinaiſon s'applatiſſent irregulierement.

„ Il eſt bon que je vous faſſe remarquer qu'en
„ tirant une balle dans l'eau, il s'en éleve une
„ certaine quantité plus ou moins grande, & plus
„ ou moins haut ſuivant la charge de poudre,
„ c'eſt à dire que plus la charge eſt forte, plus
„ il s'éleve d'eau au-deſſus de ſa ſuperficie, &
„ je l'ai vûe s'élever juſqu'à 20 pieds de haut.

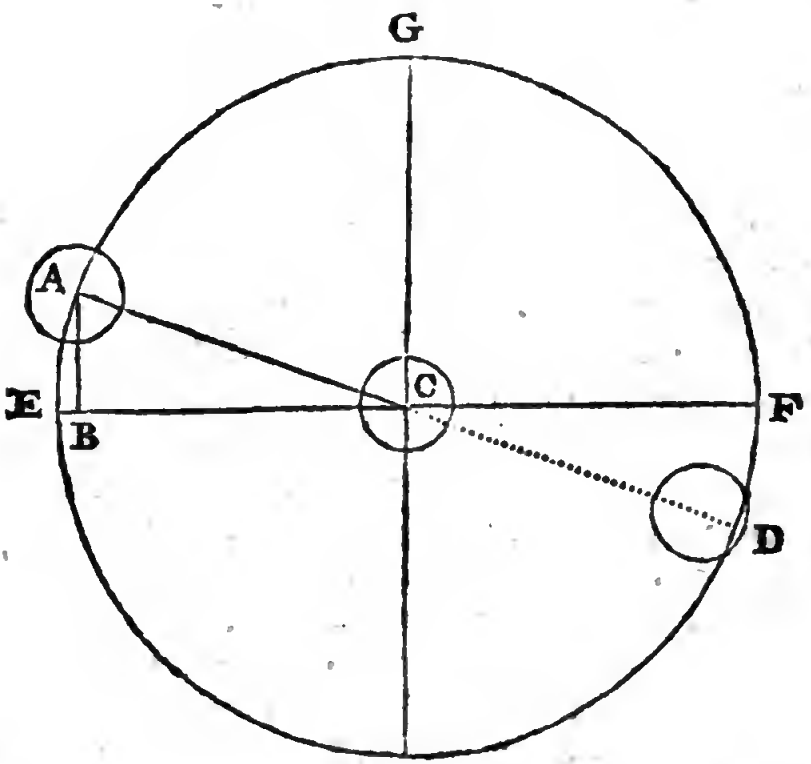
„ Il vous ſera facile à preſent de juger de la
„ cauſe de tous ces differens effets par ces di-
„ verſes experiences. Surquoi il faut remar-
„ quer que 4 deniers de poudre ou environ
„ pouſſent la balle de 7 lignes aſſez avant dans
„ l'eau, ſans qu'elle perde rien de ſa ſphericité;
„ qu'avec 8 deniers elle en perd la moitié, avec
„ 12 elle la perd entierement, & avec 16 elle
„ ſe diviſe en pluſieurs parties.

Re-

Reflexions ſur ces Experiences.

Il y a deux choſes à conſiderer dans ces experiences qui ont été faites avec beaucoup de ſoin & d'exactitude. La premiere eſt que les balles tirées ſous un angle de 20 degrez, n'ont pas changé en paſſant dans l'eau la détermination de leur mouvement au moins d'une maniere ſenſible. La ſeconde que ces balles étant pouſſées par une forte charge de poudre, ſe ſont applaties en entrant dans l'eau.

1°. Il ſemble d'abord ſuivant l'idée qu'on a de la réſiſtance des fluides, qu'une balle tirée dans l'eau ſous un angle de 20 degrez, & même ſous un beaucoup plus grand, devroit non-ſeulement changer de détermination, mais même qu'elle devroit réjaillir : car comme la quantité de matiere dans tous les corps eſt toûjours proportionnelle à leur poids, que les réſiſtances des fluides ſont en même raiſon que leurs denſitez, & que la denſité ou la peſanteur de l'eau eſt à celle de l'air comme 800 ou 850 eſt à 1, ſuivant quelques experiences, ou comme 1175 à 1, ſuivant celles qui ont été faites à l'Academie de *Florence*; donc l'eau doit faire plus de 800 fois plus de réſiſtance que l'air, & par conſéquent diminuer la vîteſſe de la balle de la même quantité. Or il eſt aiſé de faire voir, en ſuivant le raiſonnement de M. *Deſcartes* & de pluſieurs autres après lui, que ſi la balle à la rencontre de l'eau perdoit ſeulement la moitié de ſa vîteſſe, elle devroit réjaillir. Car ſoit décrit le cercle *EGD*, dont le diamêtre *EF* repréſente la ſéparation des ſurfaces de l'air & de l'eau : ſoit pris l'angle *ACE* de 20 de-



degrez, & dont le ſinus ſera *AB*, donc *CB* ſera le ſinus de ſon complément. Ainſi la balle étant pouſſée de *A* en *C*, on regardera ſon mouvement compoſé du vertical *AB* & de l'horizontal *BC*. Or comme *CB* eſt beaucoup plus grande que la moitié de *CE*, donc ſi la balle perdoit la moitié de ſa vîteſſe à la rencontre de l'eau, elle devroit réjaillir. Mais l'experience y eſt contraire. Il faut donc faire voir qu'elle perd ſi peu de ſon mouvement vertical, que non-ſeulement elle ne doit pas réjaillir, elle ne doit pas même changer de détermination d'une maniere ſenſible. Pour cela il faut prendre garde que c'eſt en entrant dans l'eau que la balle doit changer ſa détermination, que ſon mou-

mouvement ſuivant *AC* étant compoſé du mouvement horizontal égal à *BC*, & du mouvement perpendiculaire *AB*, on ne doit faire attention qu'à ce mouvement vertical, puiſque l'horizontal n'y eſt point oppoſé. 2°. Que cette balle ne trouve de la réſiſtance plus d'un côté que d'un autre, que juſqu'à ce qu'elle ſoit enfoncée dans l'eau de la moitié de ſon volume : c'eſt-pourquoi ſi le volume d'eau dont elle occupe la place étoit égal en peſanteur à la moitié de cette balle, comme ſi c'étoit du plomb fondu, par exemple, dans lequel elle entrât, il eſt clair que cette balle perdroit à peu près la moitié de ſa vîteſſe : mais parceque c'eſt de l'eau qui s'oppoſe à ſon mouvement, & que la peſanteur du plomb eſt à celle de l'eau environ comme 12 eſt à 1 ; donc ſi elle rencontroit un volume d'eau égal au ſien, elle perdroit une douziéme partie de ſon mouvement, puiſque, comme on vient de le dire, les réſiſtances que font les corps fluides à être ſeparez ſuivent les raiſons de leurs denſitez ou peſanteurs ; mais comme il n'en faut conſiderer que la moitié, donc cette balle ne doit perdre qu'une vingt-quatriéme partie de ſon mouvement vertical, c'eſt-à-dire la vingt-quatriéme partie de *AB*, ce qui eſt peu de choſe, donc ce changement de détermination ne doit pas être ſenſible. Que ſi l'on prétend que cette vingt-quatriéme partie eſt aſſez grande pour qu'on s'en apperçoive, l'on en rejettera la cauſe ſur ce que la balle perce deux ais & un carton, ce qui peut cauſer quelque petit changement dans ſon mouvement. On pourroit peut-être encore conſiderer le mouvement de peſanteur de la balle qui tend à la mouvoir verticalement de haut en bas, &

par

par conſéquent empêcher que ſon changement de détermination ne ſoit ſenſible: mais la grande vîteſſe de cette balle & le peu d'eſpace qu'elle parcourt doivent le faire regarder comme nul. Il n'en eſt pas de même des rayons lumineux, parceque dans leur paſſage de l'air dans l'eau ou dans les autres milieux tranſparens, il n'y a point de mouvement local, mais ſeulement des inégalitez de preſſion ou de réſiſtance dans ces differens milieux, comme on l'a expliqué ailleurs. Ainſi cela n'empêche pas qu'on ne doive toûjours conclurre que les rayons de lumiere paſſent plus facilement dans les milieux les plus denſes, & que c'eſt par cette raiſon qu'ils approchent de la perpendiculaire.

Il faut remarquer neanmoins que ſi on tire une balle fort obliquement, enſorte que l'angle d'incidence ne ſoit que de quelques degrez; comme ſon mouvement horizontal eſt fort grand par rapport au vertical, elle peut rencontrer une ſi grande quantité de parties d'eau en même temps, qu'elles l'empêcheront d'entrer dedans, & l'obligeront par conſéquent de rejaillir. C'eſt ce qui arrive quand on fait ce que l'on appelle des ricochets.

La ſeconde choſe qu'il faut conſiderer dans ces experiences, c'eſt l'applatiſſement des balles à la rencontre de l'eau, & il paroît d'abord ſurprenant qu'un corps fluide tel que l'eau qui cede aſſez facilement à ſa diviſion, puiſſe neanmoins faire la reſiſtance d'un corps ſolide. Mais ſi l'on fait reflexion à la grande vîteſſe de la balle, on verra qu'elle peut rencontrer une ſi grande quantité de parties d'eau en même temps, que leur réſiſtance ſera équivalente à celle

celle d'un corps dur, & cauſera ſon applatiſſement. Quand on paſſe la main dans l'eau avec quelque vîteſſe, on trouve une certaine réſiſtance; que ſi on l'y paſſe deux fois plus vîte, on trouvera une réſiſtance quadruple, parce-qu'on rencontre deux fois plus de parties d'eau à mouvoir en même temps avec une vîteſſe double; que ſi on l'y paſſe trois fois plus vîte, on trouvera une réſiſtance neuf fois plus grande, enſorte que les réſiſtances croiſſent en raiſon des quarrez des vîteſſes; donc la vîteſſe de la main pourroit être ſi grande, que la quantité de parties d'eau qu'elle rencontreroit dans un petit eſpace de temps, lui feroit une réſiſtance égale à celle d'un corps dur. En effet, ſi on étend la main parallelement à la ſurface de l'eau, & qu'on frappe avec force ſur cette ſurface, on ſent de la douleur; & je me ſouviens qu'un jour frappant fortement l'eau avec un bâton, il ſe caſſa. Il eſt donc facile de connoître par ce raiſonnement la cauſe de l'applatiſſement des balles de mouſquet tirées dans l'eau; & ce qui le confirme, c'eſt que plus la charge du fuſil eſt grande, plus ces balles s'applatiſſent; parce qu'ayant plus de vîteſſe, elles rencontrent une plus grande quantité de parties d'eau en même temps. C'eſt de cette maniere que l'on peut expliquer comment un bout de chandelle dont on aura chargé un fuſil, peut percer une planche aſſez épaiſſe.

COM-

COMPARAISON

Des obſervations du Barometre faites par le R. P. Sebaſtien Truchet *avec les nôtres.*

Par M. MARALDI.

* PARMI les obſervations du Barometre que le R. P. *Sebaſtien* rapporta dernierement à l'Academie, nous avons principalement conſideré celles qu'il a faites à *Clermont* & ſur le ſommet du *Mont-d'or* la plus élevée des montagnes d'*Auvergne*, dont nous avons déterminé la hauteur perpendiculaire ſur la ſurface de la mer par les angles de la meridienne, & ſur laquelle nous ne pûmes pas faire l'experience du Barometre, parcequ'elle étoit alors couverte de neiges.

Cette année 1705 le 8 Juin à 4 heures après midi le P. *Sebaſtien* obſerva ſur le ſommet du *Mont-d'or* que le vif argent ſe tenoit ſuſpendu dans le Barometre à la hauteur de 22 pouces 2 lignes. Le même jour à midi nous trouvâmes à l'Obſervatoire la hauteur du mercure de 27 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, & à 7^h $24'$ du ſoir il étoit à 27 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$, n'ayant augmenté que d'un quart de ligne depuis midi.

Entre la hauteur du mercure obſervée au *Mont-d'or* de 22 pouces 2 lignes, & celle de 27

* 5. Juillet 1705.

27 pouces 9 lignes $\frac{3}{4}$ obſervée à *Paris*, il y a une difference de 5 pouces 7 lignes $\frac{1}{4}$, dont le mercure à l'Obſervatoire s'eſt tenu plus élevé que ſur le haut du *Mont-d'or*. Nous avons tiré de nos experiences que le mercure au bord de la mer ſe tient ordinairement plus élevé qu'à l'Obſervatoire de 4 lignes & $\frac{1}{8}$. Donc ſur la montagne le mercure étoit plus bas de 5 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ qu'il n'auroit été en même temps au bord de la mer.

Dans les Memoires de l'Academie de 1703, nous avons dit que la hauteur perpendiculaire du *Mont-d'or* ſur la ſurface de la mer étoit de 1030 toiſes: mais M. *Caſſini* le fils par un calcul plus exact l'a trouvée depuis 14 toiſes plus haute; de ſorte que ſa hauteur perpendiculaire ſur la ſurface de la mer ſera de 1047 toiſes, auſquelles nous avons trouvé ci-deſſus qu'il répond une variation de 5 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ dans la hauteur du mercure.

Par la progreſſion fondée ſur les experiences rapportées dans les Memoires de l'Academie de l'an 1703 à cette hauteur du *Mont-d'or*, il devoit y avoir un abaiſſement de mercure de 5 pouces 7 lignes qui ſont 4 lignes de moins que par l'obſervation.

M. *de la Hire* nous a communiqué les obſervations du Barometre qu'il a faites les mêmes jours; & quoique ſon Barometre & le nôtre ſoient dans le même plan de l'Obſervatoire, ces obſervations ſont quelquefois un peu differentes entr'elles, ſoit que cela vienne de ce qu'elles ont été faites à differentes heures du jour, ou de quelqu'autre cauſe.

Par l'obſervation de M. *de la Hire* faite le 8 Juin à 5 heures $\frac{1}{2}$ du matin, la hauteur du Ba

rometre fût de 27 pouces 8 lignes $\frac{1}{3}$. Si on compare cette obſervation à celle du P. *Sebaſtien* de la même maniere que nous avons fait la nôtre, on trouvera par cette comparaiſon entre le niveau de la mer & le *Mont-d'or* une variation de 5 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$ dans la hauteur du Barometre, ce qui s'accorde à 3 lignes près à ce que donne la progreſſion.

Le P. *Sebaſtien* a fait une autre obſervation du Barometre à *Clermont* près du Couvent des Minimes, qui eſt l'endroit de la Ville où M. *Perier* fit l'an 1641 ſon experience du Barometre, le même jour qu'il le tranſporta ſur le *Puy de Domme* pour trouver la variation du Barometre qui répond à ces deux hauteurs.

Le 19 Juin à 6^{h} du ſoir le P. *Sebaſtien* trouva à *Clermont* la hauteur du mercure de 26 pouces 6 lignes.

A *Paris* par les obſervations faites avant & après il étoit à la hauteur de 27 pouces 10 lignes.

Donc la difference du mercure entre *Clermont* & *Paris* étoit de 1 pouce 4 lignes.

Nous avons dit ci-deſſus qu'entre *Paris* & le niveau de la mer, il y a dans la hauteur du mercure une variation de 4 pouces $\frac{1}{6}$.

Donc entre *Clermont* & la ſurface de la mer, il y aura eu alors 1 pouce 8 lignes $\frac{1}{6}$.

Par les obſervations de M. *Perier* faites l'an 1641 entre le Convent des Minimes & le haut du *Puy de Domme*, il y eût dans la hauteur du mercure une variation de 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$.

Donc du niveau de la mer juſqu'au ſommet du *Puy de Domme*, il y auroit eu par ces differentes obſervations dans la hauteur du mercure une variation de 4 pouces 9 lignes $\frac{2}{3}$, qui répond

pond à 810 toiſes de hauteur perpendiculaire du ſommet du *Puy de Domme* juſqu'au niveau de la mer. Par la progreſſion établie dans les Memoires il conviendroit à cette hauteur 55 lignes $\frac{1}{4}$ de variation du mercure, ce qui eſt different de 2 lignes ſeulement de l'obſervation.

Mais par l'obſervation de M. *de la Hire* faite le même jour 10 Juin, le Barometre étoit à la hauteur de 27 pouces 8 lignes ; & faiſant les mêmes réductions & comparaiſons que dans l'obſervation précedente, il y aura entre le bord de la mer & le ſommet du *Puy de Domme* une variation de $55\frac{1}{3}$ dans la hauteur du mercure, comme on le tire de la progreſſion établie dans les Memoires.

OBSERVATIONS SUR LES TANGENTES.

Par M. ROLLE.

* C'EST un préjugé de pluſieurs Géometres, que la Tangente d'une Courbe eſt toûjours perpendiculaire à un des deux axes générateurs lorſque la ſoûtangente eſt égale à 0. Il eſt vrai qu'en cela ils ont tacitement ſuppoſé que les appliquées font toûjours des angles droits avec leur axe, & qu'ils ne reconnoiſſent point d'autres Tangentes que celles que j'ai nommées *Tangentes abſolues* dans le Journal du 13

* 5. Août 1705.

13 Avril 1702. Mais avec ces conditions il ne ſeroit pas encore toûjours vrai de dire que la ſoûtangente étant θ, la Tangente ſoit perpendiculaire à l'axe. J'en ai donné des preuves pour les points les plus ordinaires des Courbes dans les Memoires de l'Academie de l'année 1703 page 162. Voici d'autres obſervations ſur des points extraordinaires, où l'on verra que pour un exemple dans lequel l'axe & la Tangente font un angle droit, il y en a une infinité où cela n'arrive point.

Pour cela, ſoient propoſées les Courbes que fournit l'égalité marquée *CC*.

$$CC \ldots\ y = \sqrt{ax} + \sqrt{by}.$$

Et que l'on veuille trouver les Tangentes de ces Courbes au point que déterminent $y = \theta$ & $x = \theta$. Alors il faudra faire évanoüir les ſignes radicaux ſuivant la methode dont je me ſers, & ces ſignes ayant diſparu, on aura la propoſée ſous la forme que l'on voit ici en *A*.

$$A \ldots\ aaxx - 2ayyx + y^4 = \theta.$$
$$- 2abyx - 2by^3$$
$$+ bbyy.$$

Et faiſant $x = z - c$ pour avoir la ſituation de la Tangente, on trouve la réſultante *B*.

$$B \ldots\ aazz - 2ayyz + y^4 = \theta.$$
$$- 2abyz - 2by^3$$
$$- 2aacz + bbyy$$
$$+ 2acyy$$
$$+ 2abcy$$
$$+ aacc.$$

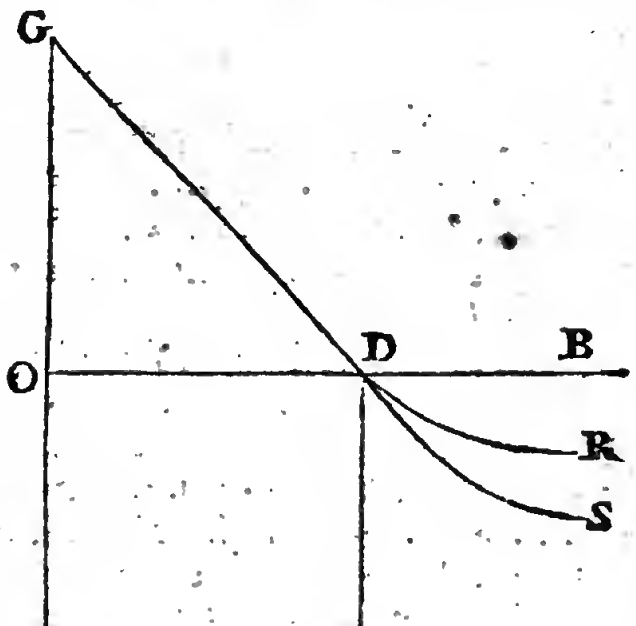
Cela poſé, ſi l'on prend *s* pour la ſoûtangente des *y*, & *t* pour la ſoûtangente des *z*, & que l'on cherche leurs valeurs dans l'égalité *B* par le moyen des Regles que j'ai données dans le Journal du 13 Avril 1702, pag. 388. Ed. d'*Amſt.*

d'*Amſt.* on trouvera les formules qui ſont marquées ici en *M* & en *P*.

$M \ldots\ s = \frac{az}{b}$. ou $b : a :: z : s$.

$P \ldots\ t = \frac{by}{a}$. ou $b : a :: t : y$.

Mais l'on a $y = \theta$ pour le point où il faut mener la Tangente, & ſubſtituant cette valeur de y dans $\frac{by}{a}$ qui eſt la valeur d'une ſoûtangente, on trouve que cette ſoûtangente eſt θ. Ainſi il faudroit conclurre, ſelon les préjugez, que la Tangente eſt perpendiculaire à l'axe. Ce qui eſt vrai lorſque $b = \theta$, mais cela ne ſe trouve point veritable dans tous les autres cas.



Lorſque $b = \theta$, la Courbe *DS* ou *DR* n'eſt que la parabole ordinaire, & dans ce cas la Tangente

gente au point D, eſt DT perpendiculaire à l'axe DB.

Mais ſi b eſt réel, le rapport de l'appliquée à la ſoûtangente change toûjours à meſure que l'on fait varier le rapport de b à a. Cela eſt évident en M & en P; & il eſt évident auſſi que cette varieté fournit une infinité de cas, où la Tangente au point D n'eſt ni parallele ni perpendiculaire aux axes. Ainſi pour un exemple qui favoriſe les préjugez, il y a une infinité d'exemples qui les combatent.

Lorſque $a = b$, la ſoûtangente s ou GO eſt égale à l'appliquée OD, quelque varieté que l'on veuille ſuppoſer dans b réel, ou bien dans a; ce qui eſt manifeſte dans la formule M. D'où il ſuit que dans tous ces changemens la Tangente fera toûjours un angle de 45 degrez avec chacun des axes, loin de leur être perpendiculaire ou parallele.

Je ne parle point de $a = 0$, parceque dans ce cas l'égalité propoſée n'exprime aucune Courbe, ni des autres cas où a, b, x, y ſont negatifs, parceque tous ces derniers cas rentrent dans les premiers.

Mais il eſt peut-être bon de faire ici une petite remarque dans l'Analogie qui eſt en P. C'eſt que y étant égal à 0, cette Analogie deviendroit $b : a :: t : 0$. Ainſi il ſembleroit que le rapport de t à 0 ſeroit infini. D'où il faudroit conclurre que la Tangente eſt parallele à un des axes, & par conſéquent perpendiculaire à l'autre axe. Mais il eſt facile de voir, 1°. Que t devient égal à 0 lorſque $y = 0$, & que les deux derniers termes de l'Analogie n'étant que des 0, leur rapport par cela ſeul ne ſeroit qu'un rapport indéterminé, comme je l'ai prouvé dans

dans la Methode des Queſtions indéterminées que je donnai au public en l'année 1699, page 62.

2°. Ce rapport reçoit toute ſa détermination quand on le compare au rapport de a & b, qui ſont les deux premiers termes de l'Analogie; & comme leur rapport eſt toûjours fini dans tous les cas où b eſt réel, il faut conclurre que le rapport de t à y eſt auſſi toûjours fini lorſque b eſt réel, quoique y ſoit anéanti.

On peut encore obſerver ici que cet exemple CC eſt celui que j'ai donné dans le Journal du 30 Juillet dernier p. 876; & comme je me ſuis ſervi dans ce Journal de la tranſpoſition générale des axes, on ne peut point mettre en doute la ſituation des Tangentes ni les conſéquences qui s'en déduiſent pour la methode de *Maximis & Minimis*.

Dans ce Journal les axes propoſez font un angle de 45 degrez avec les nouveaux axes, & prenant z pour exprimer les abſciſſes d'un de ces nouveaux axes, on trouvera en y appliquant ce que j'ai dit dans le Journal du 13 Avril 1702, que la ſoûtangente eſt $\frac{az+bz}{b-a}$; de maniere que ſi l'on prend l pour l'expreſſion de cette ſoûtangente, on aura l'Analogie marquée ici en V.

V.... $b-a : b+a :: z : l$.

D'où il eſt aiſé de voir comment j'ai formé la Regle que j'ai donnée dans ce Journal pour l'effection géometrique de la Tangente.

Delà encore ſe peuvent confirmer les obſervations que j'ai données ici ſur ce Problême. Par exemple, dans le cas où $b=a$, on

trouve $l = \frac{2ax}{\theta}$: ce qui montre que la Tangente eſt parallele à un des nouveaux axes, & par conſéquent perpendiculaire à l'autre. Et delà on peut voir auſſi que dans ce même cas la Tangente fait un angle de 45 degrez avec chacun des premiers axes, ou des axes propoſez, & dont la poſition eſt déterminée à l'égard de la Courbe dans l'égalité propoſée *CC*.

On trouve auſſi en prenant $b = \theta$ que $l = -z$. Ce qui fait voir que dans le cas où l'égalité génératrice ne fournit qu'une Parabole, la Tangente eſt perpendiculaire à un des axes propoſez, & qu'elle ſe confond avec l'axe réciproque. Mais que dans tous les autres cas la Tangente n'eſt ni perpendiculaire ni parallele aux axes propoſez, c'eſt-à-dire aux axes déterminez par l'égalité propoſée $y = \sqrt{ax} + \sqrt{by}$ marquée *CC*.

REMARQUES

Sur quelques Experiences faites avec pluſieurs Barometres, & ſur la Lumiere que fait un de ceux dont on s'eſt ſervi en l'agitant verticalement.

Par M. DE LA HIRE le fils.

NOUS avons deux Barometres à l'Obſervatoire, dont l'un a le tuyau de 1 ligne $\frac{1}{2}$ de diamêtre interieur, & il a 36 pouces

* 12. Août 1705.

ces ½ de hauteur; & par conſéquent lorſque le mercure eſt à 28 pouces, il reſte 8 pouces ½ de vuide. C'eſt celui dont nous nous ſervons ordinairement. L'autre a 2 lignes de diamêtre interieur, & de hauteur 32 pouces ¼, & par conſéquent il ne reſte que 4 pouces ¼ au-deſſus des 28 pouces. Ce Barometre eſt celui dont M. *Picard* ſe ſervoit, & qui a été le premier où l'on ait remarqué de la lumiere en l'agitant verticalement. Il en fait encore une très-grande à ſon ordinaire: l'autre n'en faiſoit point, quoiqu'il eût été rempli avec le même mercure que celui qui en fait; ce qui eſt très-certain, car on y avoit regardé fort ſouvent. Cependant depuis quelques jours, l'ayant agité, nous avons vû qu'il en faiſoit preſqu'autant que l'autre.

Ce Barometre de M. *Picard* a été vuidé & rempli pluſieurs fois ſans aucunes précautions, pour nettoyer le mercure & le tuyau; cependant il fait toûjours la même lumiere qu'il faiſoit d'abord. Mais nous avons obſervé que quoique cette lumiere fût très-vive, puiſqu'on la voyoit le ſoir à la chandelle & au clair de la Lune, le tuyau y étant expoſé: ſi pendant le jour on fermoit exactement une chambre, enſorte qu'il n'y fît point clair, & qu'un peu de temps après on y agitât le Barometre on ne lui voyoit point faire de lumiere, ce qui nous avoit d'abord fait croire qu'il ne faiſoit point de lumiere pendant le jour: mais voulant nous aſſurer davantage de cette experience, nous reſtâmes dans la chambre où il ne faiſoit point clair pendant plus d'un quart-d'heure; & alors agitant le Barometre que nous avions mis pendant ce temps là au Soleil, nous y vîmes la lumiere auſſi grande qu'on la voit la nuit. Cette

derniere experience détruisit la pensée que nous avions eue, & nous fit connoître qu'il falloit un temps considerable à la retine pour perdre l'ébranlement que lui cause la lumiere du Soleil.

La hauteur du mercure dans ces deux Barometres est toûjours differente de 3 lignes $\frac{1}{2}$, dont celui de M. *Picard* est plus haut. Nous en avons fait un autre depuis peu. Le mercure a été passé par un linge fin & bien net, & le tuyau qui a 3 lignes de diamêtre & 35 pouces de long a été bien nettoyé avec de l'esprit de vin, & ensuite bien seché avec des linges bien secs qu'on a passé dedans; & après l'avoir rempli avec bien du soin pour n'y point laisser de bulles d'air sensibles, nous avons remarqué que le mercure s'y tenoit à 1 ligne $\frac{2}{3}$ plus bas que dans le Barometre de M. *Picard*, & plus haut que dans l'autre de la même quantité à très-peu près.

Mais en mettant ce Barometre en experience, nous avons remarqué qu'après avoir rempli le tuyau avec le mercure & en avoir fait sortir tout l'air, & avoir plongé dans le mercure le bout ouvert qu'on bouchoit avec le doigt, le tuyau étant d'abord fort incliné; quand on l'élevoit & que le vuide commençoit à paroître au haut, on voyoit de petites bulles d'air presqu'imperceptibles, qui devenoient tout d'un coup grosses comme de petits pois, & qui entroient dans le vuide: les unes étant engagées entre le mercure & le tuyau, & les autres paroissant sortir du mercure, & faisant le même effet que s'il eût été bouillant. Nous remarquâmes aussi que ces bulles qui sortoient du mercure en élevant le tuyau lorsqu'elles étoient de-

devenues un peu groſſes, en le baiſſant elles diſparoiſſoient & ſembloient rentrer dans le corps du mercure, car à l'endroit où elles diſparoiſſoient on ne voyoit rien contre le tuyau. Ce Barometre n'a point fait de lumiere en l'agitant.

Il ne faut pas douter que toutes ces bulles, tant celles qui ſont engagées entre le mercure & le tuyau, que celles qui paroiſſent ſortir du mercure, ne ſoient de petites particules d'air qui y ſont renfermées & engagées, & qui étant alors déchargées de toute la peſanteur de l'atmoſphere & de la hauteur du mercure qui les comprimoit dans le tuyau lorſque le bout ouvert étoit en haut, n'occupent un volume très-grand par rapport à celui qu'elles occupoient auparavant; & il eſt certain que plus le tuyau ſera long pardeſſus 28 pouces & menu, & plus il y aura de ces bulles qui s'échaperont dans l'eſpace que le mercure quitte, puiſque tout le mercure qui occupoit cette place s'y eſt purgé d'air. C'eſt-pourquoi il paroîtroit qu'il faudroit prendre des tuyaux d'une longueur proportionnée aux endroits où l'on voudroit mettre les Barometres, & ne leur laiſſer qu'un pouce au-deſſus de la plus grande hauteur du mercure dans l'endroit où ils ſeroient, & qu'ils euſſent environ 3 lignes de diamêtre plûtôt plus que moins, & que le mercure fût bien purgé d'air. Avec ces précautions je crois qu'on pourroit faire des Barometres juſtes autant qu'on les peut faire.

Nous ne doutons plus à preſent que le Barometre dont nous nous ſervons ordinairement, & dont le tuyau eſt menu & trop long au-deſſus de 28 pouces, n'ait eu beaucoup de ces parti-

cules d'air engagées dans le mercure, & entre le mercure & le verre, qui s'étant dégagées en le mettant en experience, n'ayent occupé une place conſiderable dans le haut du tuyau, & que c'eſt la veritable cauſe pourquoi le mercure y eſt plus bas que dans ceux qui ſont plus larges & plus courts, où ces mêmes bulles dilatées ne font pas un effet ſi ſenſible, par les raiſons qu'on vient de rapporter.

On doit remarquer que les circonſtances que l'on a crû neceſſaires pour rendre un Barometre lumineux, paroiſſent être détruites par ce que nous venons de dire.

DE LA HAUTEUR DU MERCURE DANS LES BAROMETRES.

Par M. AMONTONS.

* VOICI une experience très-conſiderable, en ce qu'elle nous met dans la neceſſité de faire repaſſer par l'examen toutes les obſervations du Barometre qui ont été faites juſqu'à ce jour.

On a crû juſqu'ici que la hauteur du mercure dans les Barometres étoit toûjours ſenſiblement la même dans un même lieu, & on a été bien éloigné de croire qu'avec des verres à peu près

près ſemblables, remplis avec le même ſoin du même mercure, les hauteurs de ce mercure puſſent differer entr'elles, dans le même endroit & dans le même temps, de dix-huit lignes ou environ. C'eſt cependant ce que la Compagnie va voir, après que j'aurai remarqué qu'une des principales raiſons qui peut avoir empêché qu'on ne ſe ſoit encore apperçû de ce phénomene, vient de ce que la plûpart de ceux qui ont conſtruit les Barometres, ont negligé mal à propos d'y mettre des graduations qui expriment veritablement les hauteurs du mercure, & qu'ils ont preſque toûjours ſubſtitué à ces graduations veritables des graduations arbitraires, qui n'ont nul rapport aux hauteurs du mercure : ce qu'ils ont fait ſans doute parcequ'ils ont bien ſenti la difficulté qu'il y a de rendre ces ſortes d'inſtrumens uniformes, & que cela en augmenteroit le prix & en diminueroit le debit. C'eſt ainſi que l'interêt eſt ſouvent un obſtacle à la découverte de la Verité.

On peut donc voir que ce n'eſt pas ſans grande raiſon que j'ai rejetté de mes Barometres ces ſortes de graduations arbitraires, parceque je ſuis bien perſuadé qu'on ne peut ſe ſervir utilement des Barometres pour faire des obſervations exactes, s'ils ne ſont graduez en parties qui expriment les pouces & les lignes des hauteurs du mercure dont ils ſont chargez, & ſi d'ailleurs ils ne ſont reglez ſur un même Barometre qui en ſoit comme l'étalon & la regle, ſans quoi il n'y a rien que d'incertain & qui ne conduiſe à l'erreur.

En cherchant la raiſon du phénomene que je rapporte, il eſt difficile de ne pas l'attribuer à

l'inégalité des pores des differens verres, qui donnent paſſage plus ou moins aux petites parties de l'air, ſuivant qu'ils ſont plus ou moins ouverts: ce qui me paroît d'autant plus vraiſemblable, que je ſuis aſſuré que les verres des deux tubes avec leſquels je vais faire cette experience ſont differens en qualité.

Nous ſommes redevables de cette découverte à Monſeigneur le Chancelier. Il a un Barometre ſimple monté à la maniere d'*Angleterre*, c'eſt à dire, de ceux qui ont deux petites platines de cuivre ſur leſquelles ſont marquées les differentes diſpoſitions qui peuvent arriver dans l'air, comme beau temps, changeant, pluie, &c.

Monſeigneur le Chancelier avoit pendant un temps conſiderable experimenté avec ſatisfaction ce que ſon Barometre lui indiquoit: mais enfin ce Barometre s'étant détraqué, il eut recours à M. *Homberg* qui le lui remit en état. Depuis ce temps les variations de ce Barometre ſe ſont toûjours faites dans les parties baſſes des platines, c'eſt à dire aux endroits où elles n'indiquent que de la pluie, des vents & de l'orage. Monſeigneur le Chancelier ne remarquant rien de ſemblable dans la diſpoſition de l'air, m'envoia querir pour examiner ſon Barometre. La premiere choſe que je fis, fut de voir, en l'inclinant, ſi le vuide étoit bien fait; & ayant trouvé qu'il l'étoit autant bien qu'il le pouvoit être, & que d'ailleurs le mercure avoit toute la liberté du mouvement qu'on pouvoit demander, je répondis à Monſeigneur le Chancelier que je n'y voiois rien qui pût empêcher qu'il ne fît ſon effet. Il prit alors la peine de m'expliquer ce qu'il avoit re-

remarqué, de la maniere que je viens de le dire; & je lui demandai la permiſſion de faire emporter chez moi ſon Barometre pour l'examiner plus à loiſir; ce qu'il m'accorda. Je meſurai auſſi-tôt que je le pûs la hauteur du mercure; & ne l'ayant trouvé que de 26 pouces 6 lignes, tandis que trois autres verres qui étoient en experience, & dans leſquels le vuide n'étoit pas même ſi parfait, la donnoient de 28 pouces, je crus d'abord que cela pouvoit provenir du mercure, qui peut-être avoit une peſanteur extraordinaire: ce qui fit que je démontai ſur le champ ce Barometre, & aiant avec ſon mercure même chargé un de mes tubes, il s'y arrêta à 28 pouces, comme dans les trois autres qui étoient en experience. Je chargeai après cela avec d'autre mercure le verre du Barometre, mais le mercure ne s'y arrêta toûjours qu'à 26 pouces 6 lignes; ce qui ne me laiſſa plus aucun lieu de douter, & je connus que cet effet n'étoit uniquemeut cauſé que par le verre. Je pris donc le parti de changer ce verre, & de remonter le Barometre avec un autre: ce qu'ayant fait, le mercure ſe ſoûtint dans ce nouveau verre 18 lignes plus haut que dans celui que j'en ôtois; de ſorte que le jeu du Barometre qui ſe faiſoit avant cela dans les parties baſſes des platines, ſe feroit fait au contraire dans les parties hautes, ſi je n'euſſe rehauſſé les platines d'environ 4 à 5 lignes; encore Monſeigneur le Chancelier juge-t-il qu'elles le doivent être davantage: ce qui fait conjecturer que le verre que j'en ai ôté, n'eſt pas celui qui y étoit en premier lieu, dans lequel le vuide ſe faiſoit apparemment à

une

une hauteur moienne de celle qu'on remarque dans ceux-ci.

Au reſte ces remarques m'ont paru aſſez importantes pour en faire part à la Compagnie, afin que chacun puiſſe y avoir tel égard qu'il jugera à propos, & donner une autre explication de ce phenomene, ſi celle que j'ai rapportée n'eſt pas la veritable.

SUITE DES REMARQUES

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

Par M. AMONTONS.

* PAR l'inſpection du verre du Barometre de Monſeigneur le Chancelier, aiant jugé qu'il avoit été fourni par le ſieur *Deville* Emailleur, je le fus trouver au ſortir de l'Academie; & le lui aiant demandé, il me dit que cela étoit vrai. Je lui en fis faire auſſi-tôt quatre autres; ſavoir, deux du même verre, & deux autres d'une autre ſorte de verre; & lorſque j'eus chargé les uns & les autres de mercure conjointement avec les deux dont je m'étois ſervi pour faire l'experience à l'Academie, le mercure s'arrêta dans tous à des hauteurs differentes.

La

* 19. Août 1705.

La plus grande hauteur étoit de 28 pouces.

La ſeconde, d'une demi-ligne moins. C'étoit le verre de l'Academie où le mercure étoit reſté le plus haut.

La troiſiéme, d'une ligne ½ moins.

La quatriéme, de 7 lignes moins.

La cinquiéme, de 7 lignes ½ moins.

La ſixiéme, de 10 lignes moins. C'étoit le verre où le mercure à l'Academie s'étoit arrêté le plus bas.

Si bien que la difference de la ſeconde hauteur que j'avois trouvée le matin de 18 lignes, & l'après-midi à l'Academie de 19 lignes & plus, ne ſe trouva à 8 heures & demie du ſoir, que de 9 lignes.

Je laiſſai tous ces verres en experience; & le lendemain je trouvai encore ces mêmes hauteurs. Mais cette grande difference de 18 lignes, que je ne trouvois plus que de 9 lignes, m'embarraſſoit. Je jugeai que n'étant point arrivé autre choſe, que je ſache, au mercure, que d'avoir été bien manié, peut-être que la craſſe & l'humidité des mains auroient rebouché en partie les pores de ce verre. Je le déchargeai donc de mercure pour le bien laver par dehors, & le dégraiſſer, autant que je le pourrois, avec de l'eſprit de vin : mais après l'avoir fait & avoir rechargé ce verre de ſon mercure, je trouvai cette difference encore diminuée d'une ligne & demie, ce qui me fit réſoudre de n'y plus toucher. Je l'ai laiſſé en experience juſqu'aujourd'hui, & il n'a varié que comme tous les autres, c'eſt à dire qu'il eſt baiſſé d'environ deux ou trois lignes.

Comme tout ceci eſt fort bizarre; pour tâcher d'apporter quelque lumiere dans une choſe où

où il y en a ſi peu, ſauf l'avis de la Compagnie, le mien ſeroit de choiſir dans une multitude de verres, ceux qui chargez de mercure donneroient des hauteurs ſenſiblement differentes les unes des autres, & de les appliquer tous ſur une même graduation, ou, ce qui eſt la même choſe, ſur un même plan vertical, au bas duquel il y auroit une eſpece d'auge commune pleine de mercure, dans lequel ils tremperoient tous. Au deſſus de cette auge, à commencer de la ſurface du mercure, il y auroit des lignes paralleles tracées de pouce en pouce juſqu'à 29 ou 30 : les 4 ou 5 derniers ſeroient ſubdiviſez de ligne en ligne par d'autres paralleles.

Il conviendroit encore ajoûter à tous ces verres un autre verre de pareille longueur, mais uniforme d'un bout à l'autre, ſcellé hermetiquement par ſes deux extrémitez, & dans lequel il y auroit environ 28 pouces de mercure; le ſurplus vuide d'air groſſier.

Ce tube ſerviroit à faire connoître l'effet de la chaleur ſur le mercure, & toutes les fois que le mercure dans les autres verres n'auroit eu qu'un mouvement égal à celui-ci, on n'y auroit point d'égard, comme n'étant pas un effet du poids de l'atmoſphere. Un ſemblable tube, pour bien faire, devroit deſormais accompagner tous les Barometres ſimples dont on voudra ſe ſervir.

Toute cette machine conſtruite, comme je viens de dire, devroit être obſervée exactement pendant un temps conſiderable; & on pourroit s'aſſurer par-là,

1°. Si les variations arrivent dans tous dans le même temps.

2°. Si

2°. Si elles ſont égales dans tous, ou ſi elles ne ſont pas plutôt proportionnelles aux hauteurs du mercure dont chaque verre eſt chargé ; à quoi il y a beaucoup de vraiſemblance, s'il eſt vrai que les pores du verre donnent paſſage aux parties d'air qui ſont aſſez petites pour cela.

SUITE DES REMARQUES

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

Par M. AMONTONS.

M. *Homberg* nous aiant appris qu'il avoit lavé avec de l'eſprit de vin le tube du Barometre de Monſeigneur le Chancelier, cela fit ſoupçonner à quelques-uns que peut-être c'étoit ce qui étoit cauſe que dans ce tube le mercure s'y étoit ſoûtenu plus bas que dans les autres : ce que je jugeai d'autant plus vrai-ſemblable, qu'il me ſouvint que lorſque j'examinai pour la premiere fois ce Barometre, le petit reflet de lumiere que la courbure du haut du mercure a coûtume de faire, me parut plus obſcur qu'à l'ordinaire ; cela étant cauſé, comme je le juge préſentement, par quelque peu d'eſprit de vin reſté dans ce tube.

Ce

* 22. Août 1705.

Ce qui m'empêcha de m'en appercevoir alors, ce fut,

1°. Que le mercure me parut fort net tout le long du verre, ſans petites bûlles d'air, telles qu'elles ont coûtume de ſe former lorſque le tube n'eſt pas bien ſec.

2°. Parce qu'ayant incliné, comme je l'ai déja dit, ce Barometre; je trouvai le vuide autant bien fait qu'il a accoûtumé de l'être dans les verres les mieux chargez.

De plus, cette grande difference que j'avois d'abord trouvée dans la hauteur du mercure de ce Barometre, d'avec celle de mes autres verres, & qui diminuoit toûjours à meſure que je déchargeois & rechargeois ce tube, me ſembloit une confirmation du fait, en ce que cet effet pouvoit n'être qu'une ſuite de la diſſipation de ce peu d'eſprit de vin.

Enfin pour m'éclaircir & pour ſatisfaire à ce qui avoit été réſolu, je lavai avec de l'eſprit de vin ce tube par dedans, en le frotant aſſez fort avec un peu de cotton attaché au bout d'un fil de leton: puis l'aiant mis en égoût pendant une nuit entiere (ce qui me parut ſuffiſant, vû la grande facilité avec laquelle on ſait que l'eſprit de vin s'évapore) je le chargeai de mercure conjointement avec l'autre tube dans lequel le mercure s'étoit toûjours tenu fort haut, que je ne nettoiai point, quoiqu'il parût fort ſale. Après cela je trouvai effectivement entre les hauteurs du mercure de ces deux verres les 19 lignes de difference que j'avois trouvées à l'Academie, & le petit rebord de mercure obſcurci.

Quoique par-là le fait paroiſſe ſuffiſamment éclairci; la difficulté d'en expliquer la cauſe ſub-

ſubſiſte neanmoins toûjours toute entiere. Car enfin il ne paroît aucunement que cet eſprit de vin ſe réduiſe en air, comme on le pourroit croire; puiſque cet air devroit avoir une force de reſſort égale à 19 lignes de mercure, & que le verre étant mis dans une ſituation horizontale, cet air y occuperoit encore près de cinq lignes, au lieu qu'on n'y apperçoit déja plus rien, & que le tube fait encore avec l'horizon un angle de 45 degrez ou environ.

D'ailleurs les tubes neufs où le mercure s'étoit tenu 6 à 7 lignes plus bas dans les uns que dans les autres, & dont la difference diminue pareillement à meſure que je les décharge & recharge de mercure, ſans qu'on y puiſſe ſoupçonner d'y avoir jamais eu d'eſprit de vin, donne lieu de croire que l'eſprit de vin n'occaſionne une moindre hauteur de mercure, qu'en ce qu'il rend le verre plus net & empêche que le mercure ne faſſe une craſſe dans l'interieur du tube, qui peut-être bouche en partie les pores du verre. Mais pourquoi cette craſſe dans les Barometres qu'il y a long-temps qui ſont montez, ne continue-t-elle pas de boucher tout à fait ces pores? C'eſt dequoi il n'eſt pas aiſé de rendre raiſon.

Il eſt vrai que cette obſtruction des pores du verre ne paroît ſe faire qu'à meſure qu'on décharge & recharge les verres de leur mercure: & peut-être n'a-t-on point encore déchargé & rechargé de la ſorte un même verre aſſez de fois pour s'en être apperçû.

Quoi qu'il en ſoit, il paroît toûjours difficile d'expliquer le phénomene en queſtion, qu'en ſuppoſant qu'il paſſe une plus grande quantité des plus petites parties de l'air à travers

vers les verres dont les pores ſont plus ouverts & moins embarraſſez, comme je l'ai déja dit dans mes premieres remarques, & qu'on trouveroit peut-être des differences beaucoup plus conſiderables, ſi l'on ſe ſervoit de tubes faits d'autre matiere que de verre.

Au reſte ce n'eſt que du temps & de l'experience que nous devons attendre un plus grand éclairciſſement là-deſſus.

ETABLISSEMENT DE QUELQUES NOUVEAUX GENRES DE PLANTES.

Par M. TOURNEFORT.

* TOUT le monde convient que rien n'a plus contribué à la perfection de la Botanique, que l'établiſſement exact des genres des Plantes, ſous leſquels on a rangé les eſpeces qui ſont de même caractere. Dans cette vûe je ſuis perſuadé qu'on ne ſauroit mieux faire que de profiter des occaſions qui ſe préſentent pour obſerver la ſtructure des parties eſſentielles des Plantes dont le genre n'eſt pas encore connu. C'eſt par ce ſeul moyen que l'on peut achever de débrouiller une Science qui étoit reſtée dans une étrange confuſion faute d'un ſecours ſi neceſſaire. Voici quelques gen-

* 22. Août 1705.

genres nouveaux dont les Auteurs de Botanique n'ont pas encore déterminé le caractere.

MORSUS RANÆ.

C'eſt un genre de Plante qui produit deux ſortes de fleurs: Des nouées *A*, & d'autres qui ne ſont pas nouées *B*. Les unes & les autres ſont en roſe compoſées ordinairement de trois feuilles diſpoſées autour du même centre. Le calice *C* des fleurs nouées devient un fruit *D* oblong, partagé le plus ſouvent en ſix loges *E* remplies de ſemences aſſez menues *F*.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Morſus Ranæ foliis circinatis, floribus albis. *Nymphæa minor ſive Morſus Ranæ J B.* 3. 773. *Nymphæa alba, minima C B Pin.* 193.

MENISPERMUM.

C'eſt un genre de Plante à fleur en roſe *A*, compoſée de pluſieurs feuilles *B*, *C*, diſpoſées autour du même centre. Le piſtile *D* eſt à trois pieces, dont chacune *E* devient une baye *F*, qui renferme ordinairement une ſemence plate *G* échancrée en croiſſant.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Meniſpermum Canadenſe, ſcandens umbilicato folio. *Clematitis hederacea perennis, Virginiana, umbilicato folio, pappoſo flore H R Par. Clematis Hederæ folio H R Bleſ. Mor.*

CHRYSANTHEMOIDES.

C'eſt un genre de Plante à fleurs radices *AB*, dont le diſque *C* eſt compoſé de pluſieurs fleurons

rons *D*. La couronne *E* eſt à demi fleurons *F*, qui portent chacun ſur un embryon *G* de graine. Le calice *H* eſt ordinairement ſimple & fendu juſqu'à ſa baſe. Lorſque la fleur eſt paſſée, les embryons deviennent autant de coques *I*, qui ont toute l'apparence d'une baye; mais elles ſe durciſſent dans la ſuite, & renferment un noyau *K*.

Les eſpeces de ce genre ſont:

Chryſanthemoides Oſteoſpermum, Africanum, odoratum, ſpinoſum & viſcoſum Hort. Amſtel. tom. 1. 85. *Chryſanthemum Africanum, fruteſcens, ſpinoſum Flor. Noriberg.* 105.

Chryſanthemoides Africanum, Populi albæ foliis. *Chryſanthemum arboreſcens, Æthiopicum, foliis Populi albæ Breyn. Cent.* 1. 155.

CHAMÆBUXUS.

C'eſt un genre de Plante à fleur irreguliere *AB*, qui a toute l'apparence d'une fleur legumineuſe: cependant elle n'eſt compoſée que de trois feuilles, dont les deux ſuperieures *CD* ſont relevées & repréſentent l'étendard. L'inferieure *E* eſt creuſée en goutiere terminée par une eſpece de cuillieron *F*. Le piſtile *G* qui eſt renfermé dans cette goutiere devient un fruit *H* plat, aſſez rond, tout ſemblable à celui de la *Polygala*: car il eſt partagé en deux loges dans ſa longueur, leſquelles s'ouvrent ſur les bords *IK*, & renferment des graines oblongues *L*.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Chamæbuxus flore Coluteæ flaveſcente CB. Pin. 471. *Anonymos flore Coluteæ Cluſ. Hiſt.* 105.

Cha-

Chamæbuxus flore Coluteæ ex purpura rubescente CB. Pin. 471. *Varieté de la précedente.*

CAMPHORATA.

C'eſt un genre de Plante à fleurs à étamines *A*, qui ſortent du fond d'un calice *B* ou tuyau évaſé, & découpé quelquefois en trois parties *B*, quelquefois en cinq *C*. Le piſtile *D* devient une graine *E* envelopée dans une eſpece de capſule *F*, qui n'eſt autre choſe que le calice dont les pointes ſe ſont réunies *GH*, & laiſſent voir une petite échancrure.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Camphorata hirſuta CB. Pin. 486.

FICOIDES.

C'eſt un genre de Plante dont les fleurs *AB* ſont des cloches évaſées, découpées ordinairement fort menu, & percées dans le fond *C* par où elles s'articulent avec le piſtile *D*. Lorſque les fleurs ſont paſſées, le piſtile & le calice *E* deviennent tous les deux enſemble un fruit *FG* diviſé en pluſieurs loges *HI* remplies de ſemences *K*.

Les eſpeces de ce genre ſont:

1. Ficoides Africana, folio Plantaginis undulato, micis argenteis aſperſo.
2. Ficoides Africana, acaulos, latiſſimis, craſſis & lucidis, foliis conjugatis, flore aureo ampliſſimo.
3. Ficoides Africana erecta, Ocimaſtri folio, micis argenteis aſperſo, flore roſeo magno.
4. Ficoides Africana, erecta, ramoſa, Tripolii folio, flore aureo magno. *Ficoides ſeu Fi-*

cus aizoides, Africana, major, flore flavo, folio plano, latiori, H. L. Bat. Chryſanthemum aizooides Africanum primum ſeu latifolium Breyn. Cent. 1. 160.

5. Ficoides ſeu Ficus aizoides, Africana, folio anguſtiori *H. L.* Bat.

6. Ficoides ſeu Ficus aizoides, Africana, minor, multicaulis, flore intus rubente, extus incarnato *H. L.* Bat.

7. Ficoides Africana, folio enſiformi, dilutè virenti, flore aureo, brevi pediculo inſidente. *Ficoides ſeu Ficus humilis, folio triangulari lucido, obtuſo, flore aureo, magno Flor. Noriberg.*

8. Ficoides Africana, folio enſiformi, obſcurè virenti, flore longo pediculo inſidente.

9. Ficoides Africana, folio enſiformi variè inciſo, aureo flore pediculo inſidente.

10. Ficoides ſeu Ficus aizoides, Africana, procumbens, folio triangulari enſiformi *H. L.* Bat.

11. Ficoides ſeu Ficus aizoides Africana, triangulari folio longiſſimo, fructu multicapſulari, flore luteo major *H. L.* Bat. *Chryſanthemum aizooides Africanum ſecundum ſeu teretifolium Breyn. Cent.* 1. 161.

12. Ficoides Africana, folio triangulari, longiſſimo, flore aureo. *Chryſanthemum aizooides, Africanum, triangulari folio, flore aureo Breyn. Cent.* 1. 163.

13. Ficoides Africana, folio triangulari, longiſſimo, flore purpureo. *Chryſanthemum aizooides, Africanum, triangulari folio, flore purpureo Breyn. Cent.* 1. 164.

14. Ficoides Africana, folio triangulari, longiſſimo, flore carneo. *Chryſanthemum aizooides,*

des, Africanum, triangulari folio, flore carneo Breyn. Cent. 1. 164.

15. Ficoides ſeu Ficus aizooides, Africana, major, procumbens, triangulari folio, fructu maximo eduli *H. L.* Bat.

16. Ficoides Africana, folio longo, triangulari, incurvo, caule purpureo.

17. Ficoides Africana, folio triangulari, recurvo, floribus umbellatis, obſoleti coloris, externè purpureis.

18. Ficoides Africana, folio triangulari, flore flaveſcente.

19. Ficoides Africana, folio triangulari, lanceolato & aculeato.

20. Ficoides Africana, folio triangulari, incurvo & dentato.

21. Ficoides Africana, folio triangulari, obtuſo, in geminos aculeos abeunte, flore aureo.

22. Ficoides Africana, folio triangulari, apice rubro, caule purpuraſcente.

23. Ficoides ſeu Ficus aizoides Africana, minor erecta, triangulari folio viridi, flore intus aureo, foris purpureo *H. L.* Bat.

24. Ficoides ſeu Ficus aizoides, Africana, minor, erecta, folio triangulari, glauco, flore luteo *H. L.* Bat.

25. Ficoides Africana, fruteſcens, perfoliata, folio triangulari, glauco punctato, cortice lignoſo, tenui, candido.

26. Ficoides Africana, erecta, folio triangulari, glauco, punctis obſcurioribus notato.

27. Ficoides Africana, humilis, folio triangulari, glauco, bullato, flore luteo.

28. Ficoides Africana, humilis, folio trian-

gulari, glauco, dorſo aculeato, flore luteo.

29. Ficoides Africana, erecta, ramoſa, folio triangulari glauco & brevi, flore carneo.

31. Ficoides Africana, humifuſa, folio triangulari, longiori, glauco, flore flaveſcente.

31. Ficoides noſtras, Kali folio, flore albo. *Kali Craſſulæ minoris foliis C B. Pin.* 289. *Kali floridum, repens, aizoides, Neapolitanum Col. part.* 72.

32. Ficoides ſeu Ficus aizoides, Africana, folio tereti, procumbens, flore purpureo *H. L.* Bat.

33. Ficoides ſeu Ficus aizoides, Africana, folio tereti, procumbens, flore coccineo *H. L.* Bat.

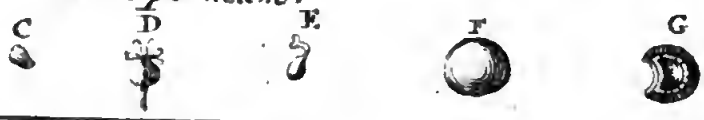
34. Ficoides Africana, folio tereti, in villos radiatos abeunte. *Ficoides Africana, erecta, teretifolia, nonnihil glauca, ſummitatibus foliorum ſpinoſis, ſpinulis in ſtellam diſpoſitis Flor. Noriberg.*

35. Ficoides Africana, aculeis longiſſimis & foliatis, naſcentibus ex foliorum alis.

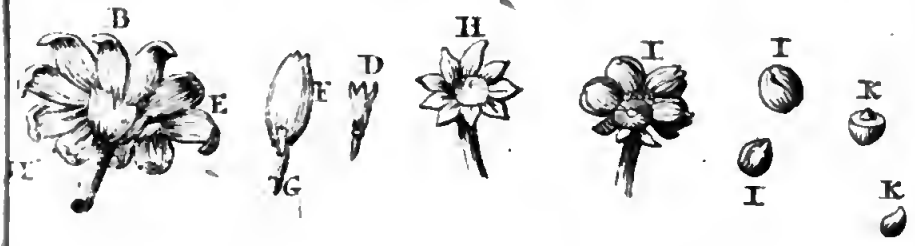
36. Ficoides Africana, repens & læte virens, flore purpureo.

Menisus Ranx.

Menispermum.



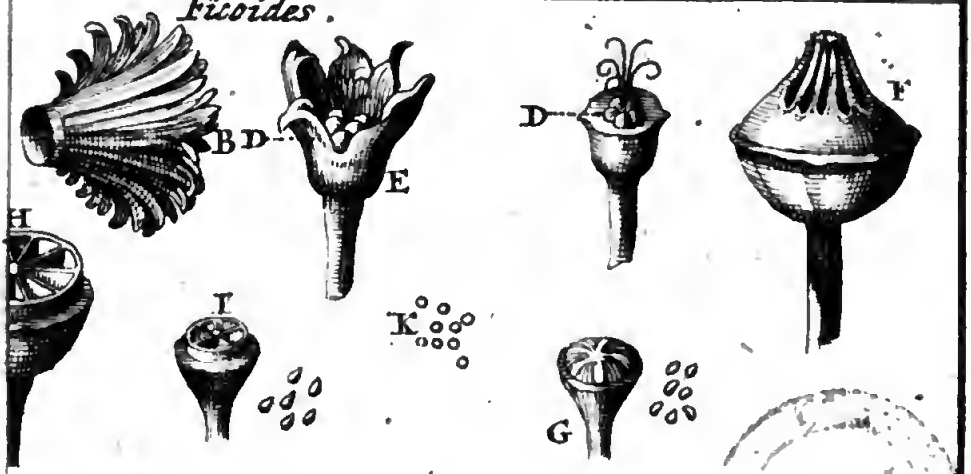
Chrysanthemoides.



Chambuxus.

Camphorata.

Ficoides.



EXPERIENCES SUR LES TUYAUX CAPILLAIRES.

Par M. CARRE'.

* LA plûpart des Auteurs modernes qui ont parlé de la peſanteur & du reſſort de l'air, n'ont pas manqué d'examiner les experiences qui ſe font par le moyen des tuyaux Capillaires, & de chercher à rendre raiſon pourquoi l'eau y monte fort au-deſſus de ſon niveau, & cela à proportion que le diamêtre du tuyau Capillaire eſt petit. Les ſentimens ſont partagez là-deſſus. Les uns veulent que l'eau monte dans ces tuyaux par l'inégalité de preſſion de l'air ſur l'eau environnante & dans le tuyau: Les autres, parceque l'air enfermé dans le tuyau n'a pas la liberté de ſe mouvoir & d'agir par toute la force de ſon reſſort ſur l'eau qui monte dedans; Les autres enfin diſent que cela arrive, parceque l'eau mouillant les parois interieures du tuyau, elle y adhere & y eſt en partie ſoûtenue (ſans néanmoins expliquer la cauſe de cette adherence) de ſorte que les colomnes laterales de l'eau qui environne le tuyau ayant plus de force ou de peſanteur relative, obligent celles-ci de monter. Comme en

* 22. Août 1705.

en matiere de Phyſique c'eſt à l'experience à regler la juſteſſe des raiſonnemens, j'ai crû que cela meritoit bien d'être examiné, ſur tout à cauſe du grand nombre d'Auteurs célébres qui en ont parlé, & voici les experiences que j'ai faites, la plûpart avec M. *Geoffroy*.

1. Nous avons pris trois tuyaux Capillaires, dont le plus gros avoit $\frac{1}{3}$ de ligne de diamêtre, le ſecond avoit $\frac{1}{8}$ de ligne, & le plus petit en avoit $\frac{1}{10}$. On les a plongez dans l'eau afin de les bien mouiller en l'y faiſant paſſer tout au travers; puis les mettant dans une ſituation verticale, l'eau a monté par deſſus ſon niveau de dix lignes dans le premier, d'un pouce & demi dans le ſecond, & de deux pouces & demi dans le plus petit.

L'on a pris enſuite ces trois tuyaux, on a bouché un de leurs bouts avec un petit morceau de cire, & les ayant attachez l'un après l'autre à un des baſſins de balances très-juſtes, laiſſant tremper le bout ouvert dans l'eau d'un vaiſſeau qui étoit au-deſſous, étant ainſi diſpoſez on les a mis dans un parfait équilibre. Ce morceau de cire qui bouchoit l'ouverture ſuperieure de ces tuyaux, étoit mis afin d'empêcher que l'eau n'entrât dans ces tuyaux. L'on a ôté ce petit morceau de cire, que l'on a mis dans le baſſin de la balance où le tuyau étoit ſuſpendu, afin de ne rien changer à l'équilibre, & auſſi-tôt l'eau a monté dans ces tuyaux à la hauteur que l'on vient de marquer. Le raiſonnement que j'avois fait avant l'experience, eſt que ſi l'eau monte dans ces tuyaux par l'inégalité de preſſion de l'air, l'équilibre doit demeurer le même; mais ſi c'eſt parceque l'eau mouille & adhere aux parois des tuyaux, alors c'eſt

un

un petit poids qui eſt ajoûté au tuyau, & ainſi l'équilibre doit ſe rompre. Voici ce qui eſt arrivé. L'eau en montant dans le petit tuyau, n'a rien changé à l'équilibre, mais il s'eſt rompu en montant dans le moyen, & encore plus ſenſiblement dans le gros tuyau, de ſorte que la balance a penché du côté du tuyau. Il ſemble d'abord après le raiſonnement qu'on avoit fait, que la cauſe de l'élevation de l'eau dans les tuyaux, venoit de ſon adheſion aux parois interieures, & que la queſtion étoit décidée: mais faiſant réflexion que lorſqu'un des bouts eſt bouché avec de la cire, on doit regarder le tuyau & l'air qui eſt dedans comme un ſeul corps, dont le volume eſt plus leger que celui de l'eau dont il occupe la place, & qu'ainſi il doit demeurer dans un certain équilibre; mais que venant à déboucher ce tuyau, l'air ayant la liberté d'en ſortir, & l'eau d'y entrer, on ne doit plus conſiderer que la propre matiere du tuyau, dont le volume eſt plus peſant qu'un égal volume d'eau, & ainſi cette ſeule cauſe doit rompre l'équilibre. Ces experiences ne peuvent donc rien apprendre de la veritable raiſon pourquoi l'eau monte dans ces tuyaux.

2. L'on a pris le plus gros tuyau, c'eſt-à-dire celui qui a $\frac{1}{3}$ de ligne de diamêtre: on l'a plongé d'abord dans de l'eſprit de vin, la liqueur y a monté de trois lignes & demie au-deſſus de ſon niveau; & l'y ayant plongé une ſeconde fois, elle a monté de quatre lignes.

Ayant plongé ce même tuyau dans l'eau commune, elle a monté de 5 lignes $\frac{1}{2}$: la ſeconde fois elle a monté de 7 lignes $\frac{1}{2}$; & l'ayant plongé une troiſiéme fois, l'eau y a monté de 10 lignes.

L'on a plongé ce tuyau dans de l'eſprit de therebentine : cette liqueur a monté de 4 lignes au-deſſus de ſon niveau.

L'on a plongé ce même tuyau abreuvé de l'eſprit de therebentine, après même avoir fait paſſer de l'eſprit de vin au travers afin de le nettoyer, dans de l'eſprit de vin : cette liqueur n'a pas monté juſqu'au niveau de celle du vaiſſeau ; mais on s'eſt apperçû que cela venoit de ce qu'il étoit reſté une petite goutte de liqueur adherente aux parois du tuyau.

L'on a plongé ce tuyau dans de l'huile de tartre par défaillance, elle y a monté à la hauteur de 5 lignes & un peu plus : On l'y a plongé une ſeconde fois, elle a monté de 6 lignes.

On l'a plongé dans de l'eſprit de nitre, qui a monté de 4 lignes.

On l'a plongé dans l'huile d'olive, elle a monté de 5 lignes. Ce tuyau avoit 12 pouces & demi de long.

L'on en a pris un autre de même diamêtre & de 9 pouces $\frac{1}{2}$ de long ; l'ayant plongé dans l'eau commune, elle a monté comme dans l'autre de 10 lignes au-deſſus de ſon niveau. Et l'ayant plongé dans l'eſprit de vin, il a monté de 4 lignes. D'où l'on peut voir que la longueur differente des tuyaux ne change rien dans l'élevation des liqueurs.

L'on a plongé ce tuyau dans le mercure, & il n'y a pas monté juſqu'au niveau. En ayant plongé un de plus petit diamêtre, le mercure n'y a point monté du tout.

L'on a encore pris un tuyau de 15 pouces de long & de $\frac{1}{8}$ de ligne de diamêtre ; on l'a plongé dans l'eſprit de vin, qui a monté dedans près de 12 lignes.

On

On l'a plongé dans l'eau commune, elle a monté de deux pouces 5 lignes.

L'on a pris un autre tuyau de 5 pouces de long & de même diamêtre; étant plongé dans l'eſprit de vin, la liqueur a auſſi monté près de 12 lignes, & étant plongé dans l'eau commune, elle a monté de 2 pouces 3 lignes & demie.

L'on a pris un petit bout de tuyau Capillaire que l'on a plongé dans l'eau, elle a monté juſqu'au haut & s'y eſt arrêtée.

L'on voit que dans toutes ces experiences, c'eſt toûjours l'eau commune qui a monté plus haut. Mais il ne paroît pas qu'on en puiſſe tirer aucun éclairciſſement pour la raiſon que l'on cherche: car comme les liqueurs ſpiritueuſes ſont plus legeres que l'eau, il ſemble que ſi leur élevation au-deſſus du niveau venoit de l'inégalité de preſſion de l'air, ces liqueurs devroient monter plus haut que l'eau, ce qui n'arrive pas. De plus comme elles ſont beaucoup plus ſubtiles, il paroît qu'elles doivent mouiller plus facilement les parois des tuyaux, & par conſéquent y adherer davantage, ce qui devroit auſſi les faire monter plus haut.

Ce ſont-là les experiences qui ont été faites chez M. *Geoffroy*; mais en voici d'autres que j'ai faites depuis.

3. J'ai pris un tuyau Capillaire que j'ai plongé dans un vaiſſeau plein d'eau, elle s'y eſt élevée trois ou quatre pouces au deſſus de ſon niveau. J'ai ſuſpendu & arrêté le tuyau Capillaire dans cette ſituation, & ai mis le tout ſous un balon de la Machine pneumatique. Et voici comme je raiſonnois avant que de faire l'experience: Si c'eſt l'inégalité de preſſion de l'air

qui eſt la cauſe de l'élevation de l'eau dans ce tuyau Capillaire, lorſqu'on aura pompé l'air du balon, cette eau doit deſcendre & ſe remettre au niveau de celle qui l'environne; ſi c'eſt par adheſion, il ne doit arriver aucun changement. Mais l'experience a été contraire à ce raiſonnement; car après que l'air a été pompé, l'eau bien loin de deſcendre, s'eſt encore élevée dans le tuyau Capillaire de plus d'une ligne. La raiſon en eſt claire; car comme l'eau eſt remplie de beaucoup de parties d'air, ſon reſſort n'étant plus bandé par la preſſion de l'air ſuperieur, il ſe dilate & augmente le volume de l'eau. Pour m'aſſurer davantage de cette augmentation de volume, j'ai mis le tuyau Capillaire dans un autre tuyau de demi-pouce de diamêtre que j'avois rempli d'eau, dont j'avois marqué la hauteur avec de l'encre, & après avoir pompé l'air, l'eau s'eſt un peu élevée au-deſſus de la marque. D'où l'on peut conclurre qu'il y a aſſez de parties d'air dans l'eau, pour qu'elle ſoit ſuſceptible de quelque condenſation.

4. Enfin voici les dernieres experiences qui décident la queſtion, & paroiſſent ne plus laiſſer aucun doute que c'eſt par la ſeule adheſion aux parois des tuyaux que les liqueurs montent au-deſſus de leur niveau, enſorte que les autres cauſes que les differens Auteurs en ont apportées, n'y contribuent en rien. J'ai fait couler une goutte de ſuif dans un tuyau Capillaire, & l'ai fait fondre juſqu'à ce que la couche de ce ſuif le long des parois interieures fût très-mince, de crainte qu'elle ne bouchât le tuyau : Je l'ai plongé dans l'eau, elle y a monté à la même hauteur, c'eſt à-dire, que l'eau

l'eau du dedans du tuyau n'étoit pas plus élevée que celle qui l'environnoit. Cette ſeule experience fait bien voir que l'inégalité de preſſion de l'air n'eſt pas réelle. En effet, comment concevoir cette inégalité? L'ouverture de ces tuyaux étant très-grande par rapport aux pores au travers deſquels l'air peut s'inſinuer avec beaucoup de facilité, & faire les mêmes effets que s'il étoit en liberté: ce que l'on peut prouver, 1°. Par l'experience du Barometre ſimple, dont on a bouché un des bouts avec de la veſſie de porc; car après avoir fait le vuide à l'ordinaire, & que la preſſion de l'air environnant tient le mercure ſuſpendu à 27 ou 28 pouces plus ou moins ſelon les differentes condenſations ou rarefactions de l'air, ſi l'on vient à faire un petit trou avec la pointe d'une aiguille, dont le diamêtre eſt beaucoup plus petit que celui des tuyaux Capillaires que l'on a employez dans ces experiences, auſſi-tôt l'air s'inſinue dans le tuyau & fait deſcendre le mercure. 2°. Par ce qu'il m'arriva un jour en faiſant des experiences ſur le vif-argent; c'eſt qu'après avoir fait le vuide, le mercure ne laiſſoit pas de deſcendre; & en cherchant la cauſe, je m'apperçûs qu'il y avoit une petite felûre au tuyau dont je me ſervois: je colai deſſus deux bandes de parchemin le plus exactement que je pûs, je réiterai l'experience, & le mercure deſcendoit encore, mais à la verité plus lentement; ce qui fait bien voir l'extrême ſubtilité de l'air qui peut s'inſinuer par les plus petites ouvertures, & y communiquer ſon action.

Ce qui confirme l'adheſion de l'eau aux parois des tuyaux, c'eſt que ſi l'on ne fait fondre du ſuif que dans une partie du tuyau moindre

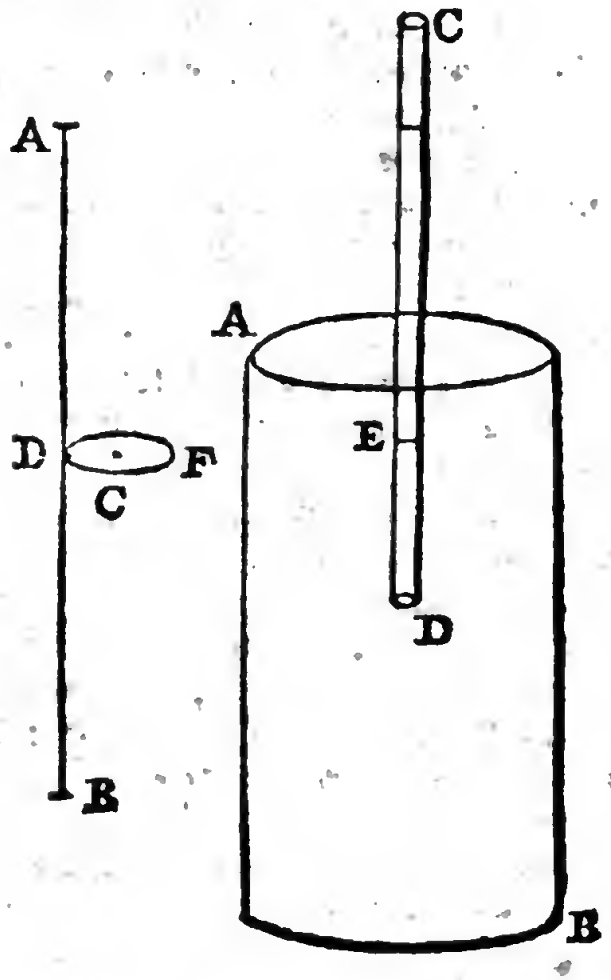
que la profondeur de l'eau où on le plonge, l'eau monte alors dans ce tuyau au-deſſus de ſon niveau; & ſi l'on ne fait fondre du ſuif que d'un côté du tuyau, on voit l'eau du côté du ſuif ſe mettre de niveau, & de l'autre côté où elle mouille le verre, elle s'éleve au-deſſus du niveau. Enfin ſi on laiſſe couler une goutte d'eau le long de la ſurface exterieure du tuyau, lorſque cette goutte ſera arrivée à ſon extrémité, bien loin de tomber, elle entre dedans le tuyau: mais ſi ce tuyau eſt enduit de ſuif, elle n'y entre point du tout. Il eſt donc évident par ces dernieres experiences que l'eau ne monte dans les tuyaux Capillaires, & ne s'éleve au-deſſus de ſon niveau, que parceque mouillant les parois du tuyau, elle y eſt en partie ſoûtenue en y adherant; de ſorte que les colomnes laterales de l'eau qui environne le tuyau ayant plus de peſanteur, ou appuyant davantage ſur le fond du vaiſſeau, obligent celles qui répondent à l'ouverture du tuyau de s'élever plus haut.

Pour bien entendre comment les colomnes laterales de l'eau ont plus de force que celles qui touchent & ſont appliquées immédiatement aux parois interieures des tuyaux Capillaires, on va démontrer cette propoſition.

Si un corps quelconque s'appuye par une de ſes extrémitez aux inégalitez d'un autre corps vertical, ſoit en s'y appliquant par un contact immédiat, ſoit en entrant par ſon extrémité dans ces inégalitez, & qu'il ſoit ſoûtenu par une puiſſance appliquée à la partie oppoſée; je dis que la puiſſance ſera au poids ou à l'effort qu'il fait pour deſcendre, comme la diſtance du centre de peſanteur de ce corps au

point

point d'appui, eſt à la diſtance de la puiſſance au même point d'appui.



Soit *AB* une ſurface verticale, & ſoit un corps quelconque *ED* dont une des extrémitez eſt appuyée ou ſoûtenue au point *D* de cette ſurface, & qui a pour centre de peſanteur le point *C*; il eſt évident que ſi une puiſſance le ſoûtient au point *F*, elle n'en portera pas tout le poids, puiſqu'on le ſuppoſe ſoûtenu en *D*; mais je dis que cette puiſſance a un même rapport à l'effort que fait le corps *FD* pour deſcendre, que la diſtance *DC* eſt à la diſtance *FD*.

Car on peut imaginer ce corps comme ſuſpendu ou ſoûtenu au milieu d'un levier horizontal *FD* par deux puiſſances appliquées en *F* & en *D*. Or par les loix de l'Equilibre la puiſſance *F* eſt au poids du corps *FD*, comme *CD* eſt à *FD*; donc, &c.

Il eſt facile d'appliquer ce raiſonnement aux tuyaux Capillaires: car ſoit le vaiſſeau *AB* rempli d'eau, dans lequel on ait plongé le tuyau Capillaire *CD*: ſoit diviſée par la penſée cette eau en colomnes compoſées de petites particules d'eau miſes les unes ſur les autres comme *E*: il eſt clair que l'eau étant entrée dans ce tuyau, toutes les parties qui toucheront immédiatement ſes parois ſeront en partie ſoûtenues. Or par les loix de l'Equilibre des liqueurs, l'eau doit ſe mettre de niveau ſi rien ne l'en empêche, parceque toutes les colomnes ſont également peſantes, ou preſſent également le fond du vaiſſeau: mais celles qui touchent les parois interieures du tuyau ſont en partie ſoûtenues, donc elles n'agiſſent pas ſur le fond du vaiſſeau avec toute leur force, donc les colomnes laterales doivent les faire monter, & cela juſqu'à ce qu'elles récompenſent en hauteur ce qu'elles perdent de force par leur adheſion, & qu'il ſe faſſe de nouveau Equilibre.

Il paroit par cette explication que les liqueurs mouillant auſſi les ſurfaces exterieures des tuyaux, devroient de même s'élever à une hauteur conſiderable, ce qui eſt contraire à l'experience: mais il faut prendre garde qu'au dedans des tuyaux, les parties de ces liqueurs ſe ſoûtiennent les unes les autres & contribuent à leur élevation, ce qui n'arrive pas au dehors.

Auſſi

Auſſi voit-on dans les tuyaux fort larges qu l'eau s'éleve fort peu.

Il eſt évident que plus le diametre des tuyaux Capillaires eſt petit, plus l'eau y doit monter haut: car la force de l'adheſion eſt meſurée par la ſurface interieure des tuyaux, & la réſiſtance eſt meſurée par le poids des colomnes d'eau qui y ſont contenues; mais les colomnes de même hauteur ſont en raiſon doublée du diametre de ces tuyaux, & les ſurfaces ſont ſeulement en raiſon de ces diametres; donc la ſurface d'un grand tuyau eſt moindre par raport à la quantité d'eau qu'il contient, que la ſurface du petit par rapport à ſa quantité d'eau, donc la force de l'adheſion eſt moindre dans le grand que dans le petit; donc, &c.

Il eſt encore évident que dans les tuyaux égaux également ou inégalement inclinez, l'eau doit toûjours monter à la même hauteur, quoiqu'en plus grande quantité que lorſqu'ils ſont verticaux: car dans les tuyaux inclinez le moment de l'eau qui preſſe ne ſe meſure pas par toute la longueur du tuyau, ou par le poids abſolu de toute la colomne d'eau du tuyau, mais par ſa hauteur verticale, parcequ'elle ne ſera pouſſée que par le poids de la colomne d'eau laterale qui preſſe librement.

Voici encore quelques experiences ſur cette même matiere, & qui ſervent à confirmer ces raiſonnemens.

Soit le tuyau Capillaire *AB* dont le dedans ſoit fort ſec, ſi l'on fait ſeulement toucher le bout *B* à la ſurface de l'eau, elle y monte juſqu'en *C*; mais ſi on le mouille en faiſant paſſer l'eau au travers, elle montera plus haut juſqu'en *D*: que ſi on enfonce ce tuyau dans l'eau,

l'eau, elle montera encore plus haut comme en *E*. Si l'on retire ce tuyau hors de l'eau, celle qui eſt dedans deſcend peu à peu, & il ſe forme une petite goutte d'eau en *B*, ce qui arrive lorſque la hauteur *BE* eſt fort grande; car ſi elle ne l'eſt pas trop, l'eau demeure ſuſpendue ſans ſortir. Si maintenant l'on vient à faire toucher l'eau qui eſt en *B* à une goutte d'eau poſée ſur un plan, on verra l'eau du tuyau deſcendre de *E* en *D*, qui eſt l'endroit même où elle ſe tenoit élevée lorſqu'on faiſoit toucher le bout *B* à la ſurface de l'eau: Au contraire, ſi l'eau n'étoit élevée que juſqu'à *C*, & qu'on fît toucher le bout *B* à la même goutte d'eau poſée ſur le plan, on verroit l'eau monter juſqu'en *D*.

La raiſon de ces effets dépend des mêmes loix de l'Equilibre: car lorſque la goutte qui eſt en *B* en touche une autre, elle s'y unit par un contact immédiat; & alors ſi l'eau eſt en *E*, comme elle eſt trop élevée, elle s'abaiſſe, parceque tout doit ſe mettre en équilibre; & ſi elle eſt fort baſſe comme en *C*, elle s'éleve par la même raiſon.

Il s'agit maintenant d'expliquer pourquoi il y a des corps qui peuvent être mouillez plus facilement par des liqueurs que d'autres; pourquoi differentes liqueurs peuvent mouiller differens corps; pourquoi enfin certaines liqueurs ſe mêlent enſemble, & d'autres ne peuvent ſe mêler, mais ſe ſeparent toûjours.

Pour

Pour cela je poſe ce principe * comme conſtant. 1°. Que l'union & la dureté des corps ne viennent que d'une compreſſion du fluide environnant : car ſans admettre dans les parties des corps homogenes une eſpece de *gluten*, comme quelques-uns le prétendent, nom qui n'eſt pas plus clair & n'explique pas mieux l'union de quelques corps, que celui de *ſympathie* qui unit ces parties les unes aux autres, on doit rapporter en bonne Phyſique toute l'action & la force des corps à leur mouvement. 2°. Que cette union ou cette dureté eſt d'autant plus grande que les parties de ces corps ſe joignent par plus de ſurface, & laiſſent entr'elles moins du fluide qui réſiſte à l'action de celui qui preſſe exterieurement ; de ſorte que ſi la réſiſtance eſt égale à la compreſſion, ces parties ne s'uniſſent point ; ſi au contraire le fluide interieur réſiſte davantage que l'exterieur, ces parties s'écartent ; & ſi l'exterieur a plus de force, ces parties s'uniſſent, & cela d'autant plus que leurs ſurfaces ſont plus polies dans chaque endroit où elles s'uniſſent ; de ſorte que ſi elles étoient tellement polies, & qu'elles puſſent s'ajuſter ſi immédiatement les unes aux autres qu'elles ne laiſſaſſent aucun intervalle entr'elles, & par conſéquent aucun paſſage au fluide environnant ; alors elles ſeroient comprimées de toute la force de ce fluide, & c'eſt en quoi conſiſte la plus grande dureté

* *Ce principe a été ſi bien prouvé par l'Auteur de la* Recherche de la Verité, *& après lui par feu M.* Bernoulli, *que je ne croi pas qu'il y ait aucun de ceux qui entendent les veritables principes de Phyſique qui puiſſe le nier.*

reté des corps. C'eſt ainſi qu'on peut bien expliquer l'union de deux corps polis comme de deux morceaux de verre, de deux marbres, &c. ou l'union de deux hemiſpheres creux de cuivre, dont on a pompé l'air enfermé dedans; & qui réſiſtent tellement à leur deſunion, qu'il faut un grand nombre de chevaux pour les ſeparer.

Il eſt aiſé d'appliquer ceci aux liqueurs qui mouillent certains corps, & qui n'en peuvent mouiller d'autres; car lorſque les parties des liqueurs ont le tiſſu de leur petite ſurface tel, qu'elles peuvent s'appliquer plus immédiatement ſur la ſurface des corps qu'elles touchent en laiſſant peu de fluide entr'elles & la ſurface de ce corps; alors elles y adherent, & y ſont comme colées & ſoûtenues par la preſſion du fluide environnant, & c'eſt par cette raiſon que les gouttes d'eau ſuſpendues aux feuilles des arbres, dont quelques-unes ſont fort polies, ou à d'autres corps ne tombent pas. L'on peut auſſi par ce même principe rendre raiſon pourquoi les parties d'une même liqueur s'uniſſent, & pourquoi celles de quelques liqueurs differentes ne s'uniſſent point: car les parties d'une même liqueur étant homogenes, c'eſt à dire, qu'ayant leurs ſurfaces à peu près ſemblables, venant à ſe rencontrer, elles s'approchent plus près les unes des autres, & laiſſant entr'elles moins de ce fluide qui réſiſte à l'action du fluide exterieur, elles s'uniſſent plus immédiatement: Au contraire les parties de differentes liqueurs étant heterogenes, c'eſt à dire, que leur figure étant differente, elles laiſſent toûjours entr'elles beaucoup de ce fluide qui empêche qu'elles ne s'uniſſent: Ainſi ayant mêlé

mêlé de l'huile & de l'eau enſemble en les battant quelque temps, comme toutes les parties des liqueurs ont chacune un mouvement ſéparément les unes des autres en haut, en bas, à droit, à gauche & dans toutes les directions poſſibles, ce qui conſtitue leur fluidité ; une partie d'huile venant à rencontrer une partie d'eau, elles ne peuvent s'unir & ſe joindre aſſez à cauſe de leur figure & de l'arrangement de leurs parties, ce qui eſt cauſe qu'elles gliſſent l'une auprès de l'autre ſans s'arrêter ; mais une partie d'huile venant à rencontrer une partie d'huile, comme leur ſurface eſt ſemblable, elles s'approchent de plus près & s'uniſſent, à cauſe du peu de réſiſtance qui s'oppoſe à l'action du fluide environnant.

Qu'on ne diſe pas que cette explication tend à détruire la fluidité des liqueurs ; car quoiqu'une partie ſoit aſſez unie à une autre pour être élevée ou ſoûtenue à cauſe de ſon peu de peſanteur, elle ne l'eſt cependant pas aſſez pour réſiſter au choq de quelqu'autre partie qui vient la frapper, ou à l'action de la matiere ſubtile qui peut encore s'inſinuer entre deux.

Il ſera facile en ſuivant ce raiſonnement d'expliquer cette experience qui me paroît fort curieuſe. Si l'on mêle du vin & de l'huile enſemble le plus qu'on pourra, & qu'on veuille les ſeparer ; on prendra deux bandes de papier gris dont on ſe ſert pour les filtrations, on les trempera ſéparément l'une dans du vin, & l'autre dans de l'huile, & plongeant un de leurs bouts dans ces liqueurs mêlées enſemble, l'autre bout le plus long paſſant pardeſſus le bord du vaiſſeau qui les contient, on verra l'huile ſortir

tir par le papier qui en eſt imbibé, & le vin par l'autre. La raiſon en eſt évidente : car une partie de vin allant frapper contre une partie d'huile, comme par ſa figure elle ne peut pas s'en approcher aſſez près pour chaſſer le fluide qui eſt entre deux, au lieu de s'y unir, elle en eſt repouſſée ; mais au contraire une partie de vin allant rencontrer une partie de vin, elle s'en approche aſſez près pour chaſſer ce fluide, & celui qui les environne les comprimant, elles reſtent unies & montent à la maniere ordinaire.

Lorſqu'on mêle un plus grand nombre de liqueurs enſemble, la ſéparation s'en fait moins exactement, & il paroît en faiſant l'experience, que c'eſt l'eau qui ſe dégage le mieux des autres liqueurs où elle eſt mêlée. Ce qui pourra ſervir à expliquer la grande facilité qu'a l'urine à ſe ſéparer du ſang en paſſant au travers des glandes des reins, comme on le va voir.

L'on pourroit peut-être expliquer par ce principe les differentes filtrations du corps, c'eſt à dire comment les parties differentes dont le ſang eſt compoſé peuvent ſe ſéparer au travers des glandes des differens viſceres qui les filtrent : car les autres explications qu'on en donne ſouffrent de grandes difficultez. Il y en a deux parmi pluſieurs qui paroiſſent les plus vrai-ſemblables : La premiere eſt que toutes les parties du ſang ſont homogenes, mais que les pores des glandes étant differens, ce ſont comme autant de moules qui leur donnent la figure propre à compoſer la liqueur qui y eſt contenue, ou dans les réſervoirs où elle eſt dépoſée. Or l'on ne voit pas bien comment le

le chyle qui doit être composé de toutes les differentes parties des alimens dont on use, peut se changer de maniere, que toutes ses parties & par conséquent celles du sang deviennent homogenes. De plus, comment concevoir l'action de ces moules sur des liqueurs qui restent toûjours fluides ? La seconde explication est de ceux qui croient qu'il y a dans le sang des parties de matiere de toutes sortes de figures, ce qui paroît très-vrai; mais que les pores des glandes étant differemment figurez, ne laissent passer que les parties qui leur conviennent, c'est à dire, que si un pore est prismatique ou pyramidal, il n'admettra que des parties prismatiques ou pyramidales. Ce sentiment auroit quelque vrai-semblance, si les parties du sang étoient également grosses; mais comme certainement il y en a de plus petites les unes que les autres, on ne voit pas pourquoi une partie de figure cubique, par exemple, qui sera beaucoup plus petite que le pore prismatique, n'y passera pas, & ainsi des autres. Mais si l'on suppose que les glandes sont imbibées dès le commencement de la formation du corps, de la liqueur qu'elles doivent filtrer (ce qui s'accorde assez avec le sentiment * que l'on a maintenant sur la génération, qui est que les petits corps organisez ont été formez dès l'instant de la Création, contenus tous & pour ainsi dire *emboetez* les uns dans les autres, & qu'il ne se fait maintenant qu'un développement & accroissement de parties, accroissement insensible mais très-réel dans les uns, & accroissement sensible dans les autres, &

* Voyez la *Recherche de la Verité* Liv. 1. c. 6.

& qui ſont ceux qui doivent vivre indépendamment du corps dans lequel ils ſont renfermez) alors il ſera facile, par le principe qu'on a poſé, d'expliquer comment les parties heterogenes du ſang ſe ſépareront, & compoſeront les differentes liqueurs dont les réſervoirs du corps ſont remplis. Car une des parties de la bile, par exemple, allant frapper contre une des parties qui doit compoſer quelqu'autre humeur, ne s'y joindra pas à cauſe de la différente tiſſure de leur ſurface; mais par une raiſon contraire elle s'unira à une autre partie de bile, & iront remplir le réſervoir qui la contient. C'eſt ainſi qu'on pourra encore expliquer la nourriture & l'accroiſſement des plantes differentes quoique plantées dans un même terrain, dans cette ſuppoſition qu'il y a dans la terre des parties de toutes ſortes de figures, dont les unes ſont propres pour la nourriture d'une plante, & les autres pour la nourriture d'une autre.

SUP.

SUPPLÉMENT DE TRIGONOMETRIE,

CONTENANT

Deux Theoremes généraux ſur les Tangentes & les Secantes des angles multiples.

Par M. DE LAGNY.

* ARCHIMEDE dans ſon Livre de la *Meſure du Cercle*, a donné la premiere idée de ſupputer le rapport des cordes des arcs de cercle en raiſon ſous-double ; & il y a beaucoup plus d'art qu'il n'en paroît d'abord dans le choix de certains nombres rationaux & approchans, qu'il ſubſtitue aux nombres exacts, mais irrationaux, dont le calcul & l'uſage n'ont été connus que pluſieurs ſiecles après lui.

Ptolomée dans ſon *Almageſte* a pouſſé cette matiere beaucoup plus loin, par le moyen de la fameuſe proprieté du quadrilatere inſcrit dans le cercle, dont le rectangle ſous les diametres eſt égal à la ſomme des deux rectangles ſous les côtez oppoſez. C'eſt de ce principe auſſi fécond dans la Trigonometrie, que la 47 p. 1. l'eſt dans la Géometrie ordinaire, que la plû-

* 26. Août 1705.

plûpart des Géometres des derniers ſiecles ont tiré leurs nouvelles découvertes ſur le calcul des cordes & des ſinus.

Viete eſt le premier qui ait donné une methode exacte & générale pour trouver la ſuite des cordes des arcs multiples. C'eſt dans ſes Theoremes ſur les Sections des angles. Mrs *Ougtred* & *Wallis* ont travaillé ſur la même matiere; & depuis peu Mrs *Bernoulli* & *Herman* ont auſſi donné de nouvelles methodes preſque toutes tirées du même principe. Mais aucun Auteur, que je ſache, n'a traité des Tangentes ni des Secantes des angles multiples: ils ſe ſont contentez, ſans paſſer plus avant, de donner la methode de trouver la Tangente & la Secante d'un arc, qui eſt la ſomme ou la difference de deux arcs dont les Tangentes & les Secantes ſont données, & celle de trouver les Tangentes & les Secantes des arcs doubles & ſous-doubles: ce qui n'eſt qu'un cas particulier & le plus ſimple de la methode générale, qui doit comprendre les angles triples, quadruples, quintuples, &c. & les ſous-triples, ſous-quadruples, ſous-quintuples, &c. à l'infini.

Il y a apparence que ce qui a empêché de s'appliquer à cette recherche, outre la longueur & la difficulté du calcul, c'eſt que connoiſſant le rapport du rayon au ſinus d'un arc donné, on peut facilement trouver la Tangente & la Secante du même arc; & ainſi ayant une methode générale pour les cordes & les ſinus des arcs multiples, il ſemble d'abord que celle des Tangentes & des Secantes n'en doit être qu'un corollaire. Mais il y a une difference infinie entre trouver de cette maniere la Tangente ou la Secante d'un arc en particulier, & trouver le

le rapport général des Tangentes & des Secantes à l'infini : & ſi l'on cherchoit ce rapport par celui des ſinus, on tomberoit neceſſairement dans des formules d'incommenſurables qui n'auroient rien ni d'élegant ni de pratiquable. On auroit dû au contraire, ſuivant la remarque de M. de *Fermat* dans ſa Diſſertation ſur la rectification des lignes courbes, commencer par la recherche des Tangentes ; parceque les proprietez en ſont toûjours beaucoup plus ſimples que celles des lignes inſcrites. Enfin la formule ſeule & particuliere qu'on a trouvé pour les Tangentes & les Secantes des arcs doubles & ſous-doubles, & les manieres differentes dont les plus grands Géometres du dernier ſiecle ſe ſont appliquez à la démontrer à l'occaſion de la fauſſe quadrature du cercle de *Longomontanus*, tout cela, dis-je, fait voir ordinairement que la methode des cordes n'a rien de commun avec celle des Tangentes & des Secantes. En effet, celles-ci ſont entierement indépendantes du cercle & de ſes proprietez ; & je n'y conſidere préciſément que le triangle rectiligne & rectangle : elles different eſſentiellement & dans le fonds & pour la forme: l'expreſſion & la démonſtration de ces dernieres ſont incomparablement plus ſimples, & l'on peut dire que la Trigonometrie étoit très-imparfaite ſans ces deux Theoremes ; & ce que M. *Deſcartes* a dit de ſa methode des Tangentes par rapport à la Geometrie, je puis l'appliquer à ces Theoremes par rapport à la Trigonometrie, que *c'eſt la choſe la plus utile & la plus générale non-ſeulement que je ſache, mais même que j'aye jamais deſiré ſavoir ſur cette matiere.*

THEOREME GENERAL

Sur les Tangentes des angles multiples.

Soit le rayon a & la Tangente de l'angle $x = b$. On demande la Tangente de l'angle cx.

REGLE.

1°. Elevez le binome $a + b$ à la puiſſance c.

2°. Prenez pour dénominateur le premier, le troiſiéme, le cinquiéme, &c. termes impairs, & pour numerateur le ſecond, le quatriéme, le ſixiéme, &c. termes pairs de cette puiſſance multipliez par a.

3°. Marquez alternativement des ſignes $+$ & $-$ les termes du numerateur & du dénominateur, c'eſt à dire le ſecond de l'un & de l'autre du ſigne $-$, le troiſiéme du $+$, le quatriéme du ſigne $-$, & ainſi de ſuite: vous aurez la Tangente cherchée de l'angle cx.

Remarquez que lorſque c eſt impair, on peut abreger l'expreſſion en diviſant les termes du dénominateur, au lieu de multiplier ceux du numerateur par a.

EXEMPLE I.

Connoiſſant le rayon a & la Tangente b d'un angle donné, on demande la Tangente de l'angle double.

1°. J'éleve $a + b$ à la ſeconde puiſſance, c'eſt $aa + 2ab + bb$.

2°. Je prends pour dénominateur le premier & le troiſiéme terme de cette puiſſance, le dernier

nier avec le ſigne —, & pour numerateur le ſecond terme multiplié par a; ce qui me donne pour la Tangente cherchée cette fraction $\frac{2aab}{aa-bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

EXEMPLE II.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées, on demande la Tangente de l'angle triple.

1°. La troiſiéme puiſſance d'$a+b$ eſt $a^3+3aab+3abb+b^3$.

2°. Je prends pour dénominateur le premier & le troiſiéme termes de cette puiſſance, le dernier avec le ſigne —, & pour numerateur le ſecond & le quatriéme termes, le dernier auſſi avec le ſigne — multipliez par a: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{3a^3b-ab^3}{a3-3abb}$ ou plus ſimplement $\frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$ en diviſant les termes du dénominateur, au lieu de multiplier ceux du numerateur par a.

EXEMPLE III.

Pour la Tangente de l'angle quadruple.

La quatriéme puiſſance d'$a+b$ eſt $a^4+4a^3b+6aabb+4ab^3+b^4$: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{4a^4b-4aab^3}{a^4-6aabb+b^4}$.

EXEMPLE IV.

Pour la Tangente de l'angle quintuple.

La cinquiéme puiſſance d'$a+b$ eſt a^5+

$5a^4b + 10a^3bb + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{5a^4b - 10a^3b^3 + ab^5}{a^5 - 10a^3bb + 5ab^4}$, ou plus simplement $\frac{5a^4b - 10aabb^3 + b^5}{a^4 - 10aabb + 5b^4}$, & ainsi des autres.

THEOREME GENERAL

Sur les Secantes des angles multiples.

Soit le rayon a la Tangente b, & la Secante c de l'angle x.

On demande la Secante de l'angle dx.

1°. Prenez le même dénominateur que pour la Tangente par le Theoreme précédent, & pour numerateur prenez c^d lorsque d est impair, & ac^d lorsqu'il est pair.

Ainsi la Secante de l'angle double sera $\frac{ac^2}{aa - bb}$.

Celle de l'angle triple sera $= \frac{c^3}{aa - 3bb}$.

Celle de l'angle quadruple sera $= \frac{ac^4}{a^4 - 6aabb + b^4}$.

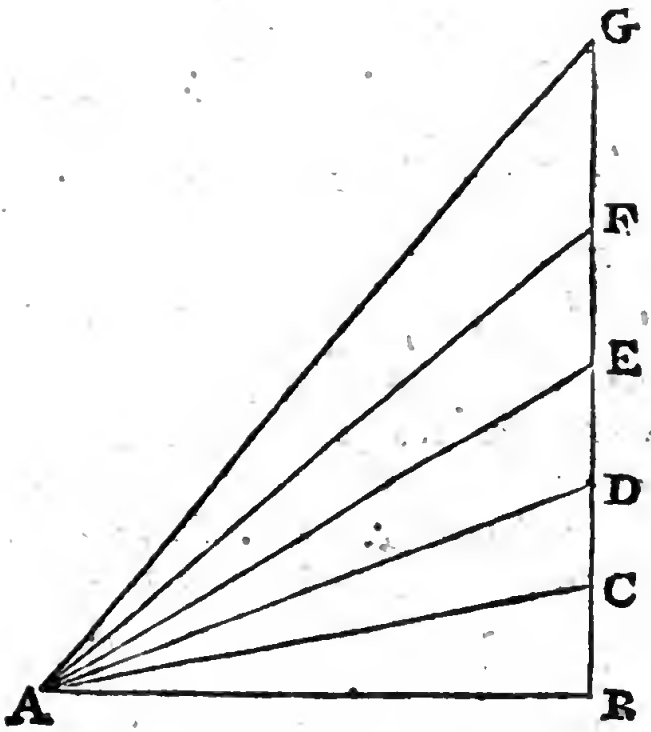
Celle de l'angle quintuple sera $= \frac{c^5}{a^4 - 10a^2b^2 + 5b^4}$.

Et ainsi des autres.

DEMONSTRATION

De ces deux Theoremes.

Soit le triangle rectiligne ABC rectangle en B, dont je suppose qu'on connoît les trois côtez, & dont l'angle aigu BAC est tel qu'un cer-



certain multiple, par exemple ſon quintuple, ſoit moindre que l'angle droit; ce qui eſt toûjours aiſé à trouver.

Ayant prolongé indéfiniment du côté *C* le petit côté ou la perpendiculaire *BC*, je prends les angles *BAD*, *BAE*, *BAF*, *BAG*, &c. double, triple, quadruple, quintuple, &c. de l'angle *BAC*. Il eſt évident que la ligne *BD* eſt la Tangente, & *AD* la Secante de l'angle double; que *BE* eſt la Tangente, & *AE* la Secante de l'angle triple; que *BF* eſt la Tangente, & *AF* la Secante de l'angle quadruple, &c. de l'angle donné *BAC*.

Il faut trouver la valeur de ces Tangentes & de ces Secantes par rapport aux trois côtez donnez du triangle *ABC*.

Soit $AB = a$, $BC = b$, & $AC = c$.

Il faut 1°. trouver $BD = x$ Tangente de l'angle double BAD.

Puiſque $BD = x$ & $BC = b$; donc $CD = x - b$, & $\overline{CD}^2 = xx - 2bx + bb$.

$\overline{AD}^2 = aa + xx$ par la 47. p. 1.

Or par la 3. p. 6. $AB : AD :: BC : CD$.

Et par conſéquent $\overline{AB}^2 : \overline{AD}^2 :: \overline{BC}^2 : \overline{CD}^2$. c'eſt-à-dire en termes analytiques $aa : aa + xx :: bb : xx - 2bx + bb$.

Et en diviſant $aa : xx :: bb : xx - 2bx$: & multipliant les moyens & les extrêmes,

on aura $bbxx = aaxx - 2aabx$: & diviſant tout par x,

on aura $bbx = aax - 2aab$: & tranſpoſant,

on aura $aax - bbx = 2aab$: & en diviſant tout par $aa - bb$,

on aura enfin $x = \frac{2aab}{aa - bb} = BD$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Donc $CD = x - b = \frac{2aab}{aa - bb} - b = \frac{aab + b^3}{aa - bb}$.

2°. Il faut trouver AD Secante du même angle double BAD.

Par la 3. p. 6. $BC : CD :: AB : AD$.

c'eſt-à-dire . . $b : \frac{aab + b^3}{aa - bb} :: a$.

ou . . . . . $1 : \frac{aa + bb}{aa - bb} :: a$.

ou

ou $aa-bb : aa+bb :: a : \frac{a^3+ab^2}{aa-bb} = AD$.

Ce qu'il falloit trouver.

3°. Il faut trouver BE Tangente de l'angle triple BAE

Soit $CE = x$ donc $BE = b+x$, & $DE = x - \frac{aab+b^3}{aa-bb}$ par le Corollaire ci-dessus.

On aura donc $\overline{BE}^2 = bb+2bx+xx$, & $\overline{DE}^2 = xx - \frac{2aabx+2b^3x}{aa-bb} + \frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4}$, & $\overline{AE}^2 = aa+bb+2bx+xx$.

Or par la 3. p. 6. $AC : AE :: CD : DE$. Donc $\overline{AC}^2 : \overline{AE}^2 :: \overline{CD}^2 : \overline{DE}^2$.

Donc $aa+bb : aa+bb+2bx+xx :: \frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4} : xx - \frac{2aabx+2b^3x}{aa-bb} + \frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4}$: & en divisant, $aa+bb : 2bx+xx :: \frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4} : \frac{xx-2aabx+2b^3x}{aa-bb}$: & alternant & divisant le premier & le troisiéme termes par le premier, multipliant les termes moyens & les extrêmes, divisant tout par x, on trouve enfin

$$x = \frac{2aab+b^3}{aa-3bb} = CE.$$

Donc $BE = \frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

$DE = BE - BD = \frac{3aab - b^3}{aa - 3bb} - \frac{2aab}{aa - bb} =$
$= \frac{a^4b + 2aab^3 + b^5}{a^4 - 4aabb + 3b^4}$.

4°. Il faut trouver la Secante du même angle triple BAE.

Par la 3. p. 6. $CD : DE :: AC : AE$.

Or les trois premiers termes ſont connus: donc on trouvera le quatriéme égal à $\frac{c^3}{aa - 3bb}$.

On peut auſſi la trouver par la 47. p. 1.

5°. Il faut trouver BF Tangente de l'angle quadruple.

Soit $BF = x$. On a déja $BD = \frac{2aab}{aa - bb}$.

Donc $DF = x - \frac{2aab}{aa - bb} = \frac{aax - bbx - 2aab}{aa - bb}$.

Par la 47. p. 1. $\overline{AF}^2 = aa + xx$.

Et par la 3. p. 6. $\overline{AB}^2 : \overline{AF}^2 :: \overline{BD}^2 : \overline{DF}^2$.

C'eſt-à-dire $aa : aa + xx :: \frac{4a^4bb}{a^4 - 2aabb + b^4} :$

$$\frac{\begin{array}{c}4a^4bb + a^4xx + 4aab^3x \\ -b^4 \quad -4a^4b \\ -2aabb\end{array}}{a^4 - 2aabb + b^4}$$

Otant les dénominateurs du troiſiéme & quatriéme termes, & diviſant & alternant & multipliant les extrêmes & les moyens,

Je trouve $x = \frac{4a^4b - 4aab^3}{a^4 - 6aabb + b^4}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

6°. Il

6°. Il faut trouver AF Secante de l'angle quadruple BAF.

On peut la trouver par la 47. p. 1. & par la 3. p. 6. & on trouvera $AF = \frac{ac^4}{a^4 - 6aabb + b^4}$, & ainsi des autres.

Or il est évident que dans la suite des numerateurs & des denominateurs des fractions qui expriment les Tangentes & les Secantes, on trouve la suite des termes alternatifs avec les signes + & — des puissances correspondantes d'$a + b$. Donc les deux Theoremes sont veritables.

COROLLAIRE I.

Lorsque la Tangente est commensurable au rayon, toutes les Tangentes des angles multiples sont aussi commensurables, de même que toutes les Secantes des multiples en nombre pair, comme celles des angles doubles, quadruples, sextuples, &c.

Et lorsque la Tangente & la Secante sont commensurables au rayon, toutes les Tangentes & les Secantes des angles multiples sont aussi commensurables.

COROLLAIRE II.

Lorsque l'angle multiple supposé est égal à l'angle droit, le dénominateur s'évanouit & devient égal à zero: ce qui donne la plus simple équation qu'il soit possible pour trouver les Tangentes des angles sous-doubles, sous-triples, &c. & en général des sous-multiples de l'angle droit.

Il eſt évident, 1°. que le dénominateur doit être égal à zero : parceque la Tangente de l'angle droit étant infiniment grande, & le numerateur de la fraction qui l'exprime n'enfermant que des valeurs conſtantes & finies, il faut que le dénominateur devienne un infiniment petit ou égal à zero. Ainſi pour trouver la Tangente de la moitié de l'angle droit, je prends la formule de la Tangente de l'angle double $\frac{2aab}{aa-bb}$, & je ſuppoſe le dénominateur $aa-bb=o$; ce qui me donne $b=a$, la Tangente égale au rayon. *Ce qu'il falloit trouver.*

Pour avoir la Tangente du tiers de l'angle droit, je prends la formule de la Tangente de l'angle triple en général : c'eſt $\frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$. Je ſuppoſe $aa-3bb=o$: ce qui me donne $b=r\frac{1}{3}aa$, Tangente cherchée.

Lorſque l'équation fournit pluſieurs racines réelles, comme dans les ſous-multiples plus compoſez ; ces differentes racines donnent les valeurs des Tangentes cherchées des angles ſous-multiples de l'angle droit & de trois ou pluſieurs angles droits. Ainſi cherchant la Tangente du $\frac{1}{4}$, de la $\frac{1}{5}$, de la $\frac{1}{6}$, &c. d'un angle droit, on trouve auſſi les Tangentes des $\frac{3}{4}$, des $\frac{3}{5}$, des $\frac{3}{6}$ d'un angle droit.

COROLLAIRE III.

Lorſque l'angle multiple ſuppoſé eſt plus grand qu'un angle droit ; il eſt ou entre un & deux, ou entre deux & trois, ou entre trois & quatre angles droits, &c. Dans le premier cas le dénominateur devient négatif, & le numerateur

rateur positif. Dans le second ils sont tous deux négatifs. Dans le troisiéme le numerateur est négatif, & le dénominateur positif: ce qui avec le cas ordinaire où l'angle multiple supposé est plus petit que l'angle droit, donne les quatre combinaisons possibles des deux signes + & − pris deux à deux, c'est-à-dire tous deux +: le premier + & l'autre −, tous deux −: le premier − & l'autre +: & au-dessus de quatre droits cela recommence dans le même ordre à l'infini.

COROLLAIRE IV.

Avec un seul triangle rectangle quelconque donné en nombres comme 3, 4, 5, ou 5, 12, 13, on peut construire toutes les Tables Trigonometriques. Car suivant le Theoreme de la Rectification des arcs par les Tangentes que j'envoyai à l'Academie il y a dix ans, on peut trouver les angles de ce triangle aussi près qu'on voudra; ensorte que le rapport d'un de ces angles à l'angle droit soit exprimé, par exemple, par le dénominateur 5400 suivi d'autant de zeros qu'on voudra; & le numerateur sera un nombre premier à ce dénominateur, ensorte que l'erreur sera moindre que quelque donnée. Cela supposé, ou trouvera par les multiples au-dessous & au-dessus de l'angle droit les Tangentes pour tous les numerateurs depuis 1, 2, 3, 4, &c. jusqu'au dénominateur; c'est-à-dire depuis 1′, 2′, 3′, &c. jusqu'à 90 degrez exclusivement: Ce qui est un veritable paradoxe.

DESCRIPTION DE L'OEUILLET DE LA CHINE.

Par M. TOURNEFORT.

Caryophyllus Sinenſis, Supinus, Leucoï folio, flore vario.

* IL y a environ trois ans que M. l'Abbé *Bignon* reçût la graine d'une belle eſpece d'œuillet ſous le nom d'œuillet de la *Chine*. Cette graine produiſit la plante ſuivante.

Sa racine eſt groſſe au collet comme le petit doigt, & quelquefois même comme le pouce, dure, ligneuſe, blanc ſale tirant ſur le jaunatre dans les eſpeces dont les fleurs n'ont pas de couleurs foncées, mais rougeatre comme celle de l'Oſeille dans les pieds qui portent des fleurs rouges ou mêlées de purpurin. Ces racines ſe partagent en groſſes fibres longues de huit ou dix pouces juſqu'à un pied, ligneuſes auſſi, ſubdiviſées en quelques autres racines plus menues & chevelues.

Les tiges naiſſent en foule, beaucoup plus couchées ſur les côtez que celles de nos œuillets, longues d'un pied & demi ou deux, épaiſſes d'environ deux lignes, verd terne & ſombre,

* 29. Août 1705.

bre, caſſantes, garnies à chaque nœud de feuilles oppoſées deux à deux, ſemblables par leur figure & par leur couleur à celle du Girofflier jaune, ou à celles de l'œuillet des Poetes. Celles de l'eſpece dont nous parlons embraſſent la moitié de la tige par leur baſe, & ſont longues d'environ deux pouces ſur quatre ou cinq lignes de largeur, terminées en pointe, liſſes, relevées ſur le dos d'une côte aſſez ſenſible, accompagnées de veines fort legeres.

Ces tiges ſe diviſent vers le haut en pluſieurs branches qui naiſſent des aiſſelles des feuilles, & ſe partagent encore en pluſieurs brins dont les feuilles reſſemblent aſſez à celles de la Linaire ordinaire. Tous ces brins ſont chargez de fleurs ſur les extrémitez.

La même graine a produit pluſieurs varietez par rapport aux couleurs & au nombre de feuilles. La plûpart n'en ont que cinq. Il y a des pieds dont les fleurs ſont à demi doubles, mais il y a beaucoup d'apparence qu'elles deviendront doubles dans la ſuite.

Les premieres fleurs que j'en ai obſervées ſont à cinq feuilles blanc de lait, colorées de verdatre en deſſous. Ces feuilles débordent d'environ 10 lignes hors de leur calice, & leur queue qui eſt enfoncée dans le même calice eſt preſque auſſi longue. Elles s'arrondiſſent à leur extrémité, où elles ont demi pouce de large, & où elles ſont crenelées en pointe & comme dentées. Le calice eſt un tuyau long d'environ 10 lignes ſur 2 lignes de diamêtre verd de mer, découpé en cinq pointes, accompagné à ſa naiſſance d'une autre eſpece de calice compoſé de cinq ou ſix feuilles comme poſées par écailles, très-pointues, longues de trois ou quatre lignes.

Le piſtile eſt enfermé dans le fond de ce calice. Il eſt long d'environ 4 lignes, cylindrique, verd pâle, large d'une ligne, ſurmonté par deux filets blancs & crochus par le bout, accompagné de 10 étamines blanches, longues d'un pouce, déliées, chargées chacune d'un ſommet cendré, poſé en travers, long d'une ligne ſur demi-ligne de large.

Lorſque la fleur eſt paſſée, le piſtile fait crever le calice, & devient un fruit cylindrique, pointu, long d'un pouce, épais de trois lignes, qui s'ouvre en cinq pointes & laiſſe voir pluſieurs graines, noires, plates, preſque ovales, pointues, minces & comme feuilletées ſur les bords, longues d'une ligne, un peu plus étroites, attachées à un placenta blanc & cylindrique auſſi relevé de petites éminences auſquelles les graines ſont attachées. Quand on les dépouille de leur peau noire, on découvre deux lobes blancs minces & charnus. Les feuilles machées ſont douceatres, ſaveur d'herbe. La racine n'eſt pas tout à fait ſans acreté. Les fleurs n'ont preſque pas d'odeur. Elles varient étrangement.

Outre les fleurs blanches que l'on vient de décrire, il y en a de blanches avec une couronne rouge brun vers le milieu, dont les traits ſur chaque feuille ſont ſurmontez de trois rayons purpurins & frangez.

Il y a des fleurs blanches, veinées de pourpre avec une couronne à trois points de même couleur ſur chaque feuille.

Quelques fleurs ont les feuilles blanches, mais purpurines dans le fond, avec une couronne noirâtre au delà de laquelle la couleur de pourpre ſe répand ſur chaque feuille en trois grands rayons frangez.

On

-llus Sinensis supinus
folio flore vario

REALE NAPOLI

On voit d'autres fleurs purpurin lavé, veinées de pourpre juſqu'aux extrémitez, avec la couronne noiratre.

Il y en a de même couleur, mais ſans couronne.

Quelques-unes ſont purpurines ſur les bords, rouges dans le reſte des feuilles, avec la couronne noiratre.

Il y en a de ſemblables avec les couleurs plus foncées.

D'autres couleur de pourpre veinées de griſdelin avec la couronne noire.

De couleur de lie de vin avec la couronne noire.

Couleur de lie de vin à couronne noire avec les bords blanchâtres.

Enfin on en voit qui ſont purpurines, pourpre clair à la baſe, piquées de même couleur à la place de la couronne.

Toutes ces fleurs ſont blanc ſale tirant ſur le verdatre luiſant par deſſous, excepté celles qui ſont pourpre vif. Cette couleur perce des deux côtez. Par rapport à la grandeur des fleurs elle varie ſur les differens pieds.

Celles qui ſont demi doubles ſont à deux rangs de feuilles, ſavoir cinq à chaque rang, & ſous les mêmes varietez des couleurs. Il y en a une ſorte dont les feuilles ſont blanches veinées de purpurin ſans couronne, dont le bas a une tache tout à fait purpurine à trois pointes.

Il y a une figure dans *Lobel* qui ne repréſente pas trop mal l'œuillet que l'on vient de décrire; mais le nom ne lui convient pas. Il l'appelle *Caryophyllus minimus humilis, alter, exoticus, flore candido, amœno.* Lob. *Icon.* 445.

SUI-

SUITE DES REMARQUES

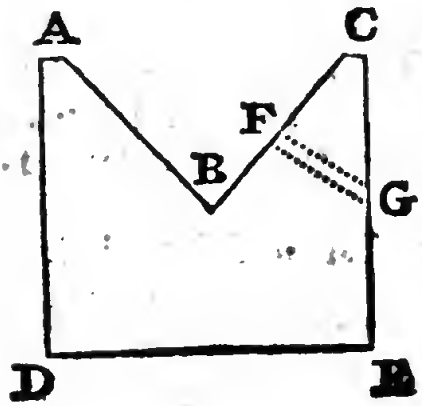
Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

Par M. AMONTONS.

* EN ſuivant mes premieres vûes, je veux dire en ſuppoſant que les pores dans quelques tubes ſont plus ouverts que dans d'autres, & que permettant le paſſage à plus de parties d'air, il n'y a que les plus groſſieres à qui ce paſſage eſt refuſé, qui ſoûtiennent par leur poids le mercure qui reſte dans le tube; j'ai pris un moyen canon de fuſil de 34 pouces ½ de longueur; j'ai fait ſouder à la forge la culaſſe, ce qui eſt proprement la ſceller hermetiquement. Après l'avoir laiſſé refroidir j'ai rempli ce canon entierement de mercure, il y en eſt entré le poids de 53 onces ½. J'ai remarqué qu'il le contenoit exactement, ſans qu'il s'en échapât par aucun endroit; après quoi je me ſuis préparé à faire le renverſement: mais ce tube n'étant pas tranſparent, la difficulté étoit de ſavoir à quelle hauteur s'arrêteroit le mercure. Il me tomba d'abord en l'eſprit de peſer celui qui reſteroit dans le tube après le renverſement fait, pour enſuite en le comparant

* 2. Septembre 1705.

rant au poids du mercure qui rempliſſoit entierement ce canon, juger de la hauteur que je cherchois. Mais outre que cela me parut aſſez embarraſſant à executer, je ne crus pas pour pluſieurs raiſons ce moyen fort ſûr. Car, 1°. Je n'étois pas aſſuré que ce canon fût exactement de même groſſeur d'un bout à l'autre; au contraire il y avoit apparence que cela n'étoit pas: partant rien de précis par ce moyen. 2°. En bouchant avec le doigt le bout ouvert pour ôter la communication du mercure de la taſſe d'avec celui du tube, il étoit comme impoſſible que le mercure ne fût alors dans des balancemens qui auroient pû me donner des hauteurs plus ou moins grandes que les veritables. Après avoir fait quelque attention ſur tout ceci, j'en ſuis venu à bout de la maniere ſuivante.



Je fis tourner le vaſe de bois *ABCDE*, dont le vuide avoit la figure d'un cone rectangle renverſé, & l'exterieur celle d'un cylindre.

Ayant enſuite retiré le mercure du canon, j'en préſentai le bout ouvert dans le fond du cone de bois; & le tenant incliné le plus qu'il me fut poſſible, je verſai un peu de mercure tout à l'entour pour voir à quelle hauteur je ferois l'ouverture *FG*, qui pût ſervir de décharge au mercure du vaſe *ABC*, pour n'y en laiſſer toûjours préciſément que la même quantité ſuffiſante

ſante pour empêcher l'entrée de l'air exterieur par le bas du canon.

Après donc avoir percé le trou *FG* un peu en pente vers *E*, je le rebouchai avec un petit bouchon de bois que je pouvois ôter & remettre à ma volonté : enſuite je remplis entierement de mercure mon tube de fer, y fourrant un fil de même matiere, que je tournai aſſez long-temps en tout ſens pour en faire ſortir toutes les petites bulles d'air qui pouvoient être reſtées attachées aux parois interieures de ce tube.

Alors ayant verſé dans le vaſe *ABC* du mercure en quantité ſuffiſante pour y plonger le bout ouvert du tube, je mis ce vaſe dans un autre plus grand pour recevoir le mercure qui regorgeroit par la décharge *FG* pendant l'experience.

Après donc avoir plongé le bout ouvert du tube plein de mercure dans celui du vaſe; au lieu d'élever ce tube à plomb comme on fait ordinairement, je le tins dans une ſituation fort inclinée, & dans laquelle, ſuivant toutes les apparences, le vuide ne ſe devoit pas faire dans la partie ſuperieure.

Le tout étant en cet état, je débouchai l'ouverture *G* pour donner lieu à tout le mercure ſuperflu de ſortir ; ce qu'il fit auſſi-tôt : après quoi je redreſſai peu à peu le tube, remarquant exactement le moment auquel je voyois le mercure couler de nouveau par l'ouverture *G* : car cela me devoit marquer le point où le vuide devoit commencer à ſe faire ; ce qu'ayant executé pluſieurs fois avec beaucoup de ſoin, tenant une regle graduée par pouces à plomb à côté du tube, j'ai toûjours trouvé la hauteur à

plomb

plomb du mercure au-dessus de *F* de 23 pouces 4 lignes, quoiqu'elle fût alors dans d'autres tubes de verre à 27 pouces 8 lignes.

J'ai laissé ensuite ce tube en experience : mais pendant les cinq premieres heures il est sorti environ le poids de 13 onces & $\frac{1}{2}$ de mercure.

Pendant les six heures ensuivant il en est sorti encore 6 onces $\frac{1}{4}$, puis 10 onces pendant 12 autres heures, & enfin huit onces pendant encore huit autres heures : après quoi ayant vuidé ce tube entierement, j'y en trouvai encore 4 onces $\frac{1}{4}$: si bien que le total du mercure qui étoit resté dans le tube après le renversement fait, étoit de 43 onces. Ces 43 onces sont aux 53 $\frac{1}{2}$ qui rempliſſent le tube, à peu près dans la raison des 27 pouces 8 lignes que le tube de verre avoit donné, à 34 pouces $\frac{1}{3}$ longueur du tube de fer : ce qui auroit fait croire, si je n'avois eu égard qu'aux pesanteurs du mercure, que le vuide se seroit fait dans le tube de fer de même hauteur que dans celui de verre. Mais il est à remarquer que le tube de fer, pendant les écoulemens, étoit incliné de sorte que le mercure s'y devoit tenir environ six lignes plus haut que s'il eût été à plomb, & que d'ailleurs le tube de fer diminuoit selon toutes les apparences de grosseur vers le haut ; ce que j'avois remarqué seulement à la vûe, & par l'introduction de mon doigt avant qu'il fût soudé.

Or quoique ces écoulemens fassent voir que ce tube prend air ; il y a neanmoins plusieurs choses dignes de remarque dans cette experience. Car, premierement, on ne peut pas imputer à l'ouverture par où l'air s'est insinué avec le temps dans le tube, la difference des

4 pou-

4 pouces 4 lignes qui s'eſt trouvée d'abord entre les hauteurs du mercure contenu en même temps dans le tube de fer & dans celui de verre; puiſqu'il auroit fallu ſuivant l'obſervation de la durée de ces écoulemens, près de deux heures pour laiſſer entrer tout l'air néceſſaire pour produire cette difference, au lieu qu'elle s'eſt trouvée dans l'inſtant.

Secondement, cette experience fait voir encore qu'il s'en faut beaucoup que les parties du mercure puiſſent paſſer par les ouvertures où paſſent les plus groſſieres parties de l'air, lorſque les unes & les autres ſont chargées également. L'on ſait cependant que le mercure, lorſqu'il eſt chargé, paſſe par des ouvertures fort étroites, & la lenteur avec laquelle l'air a pénétré dans le tube de fer, me fait conjecturer qu'il faut que l'ouverture par où il a paſſé ſoit des plus petites. Dans le temps de ces écoulemens mes Thermometres étoient à 55 pouces 9 lignes. Je garderai ce tube pour voir ſi dans le froid la durée de ces écoulemens ne ſera pas encore plus grande. Comme je m'attends bien d'y trouver de l'augmentation, je la remarquerai exactement: cela pourra ſervir à perfectionner d'autant la doctrine de la tranſpiration, & à porter quelque lumiere dans cette partie de la Phyſique, où il n'eſt que trop ordinaire de ſe méprendre en ſuppoſant preſque toûjours trop ou trop peu.

Enfin il ne paroît pas qu'on puiſſe facilement rendre raiſon de cette grande difference dans les hauteurs du mercure, autrement qu'en ſuppoſant avec moi de l'inégalité dans la groſſeur des parties de l'air qui compoſent l'atmoſphere, & des pores plus grands dans le fer

que

que dans le verre. Cependant comme on ne ſait pas encore ſi dans d'autres tubes de fer la même choſe arriveroit, je n'oſe non-plus rien conclure là-deſſus, & je ne regarde cette experience que comme une experience préliminaire, qui précede celles qui la doivent confirmer ou l'expliquer: car enfin peut-être que la rouille, qui eſt aſſez conſiderable dans l'interieur de ce tube, retient pluſieurs particules d'air qui empêchent que le vuide ne ſe faſſe auſſi parfaitement dans ce tube que dans ceux de verre: ce que j'ai cependant de la peine à croire, vû le ſoin que j'ai pris de l'en faire ſortir, & je ne ſaurois m'imaginer qu'il en puiſſe être reſté une quantité ſuffiſante pour produire une difference ſi conſiderable indépendemment des pores du métal.

Au reſte, j'ai dit dans mon dernier Memoire que l'eſprit de vin n'occaſionnoit peut-être une moindre hauteur dans les tubes qui en ont été lavez, que parce qu'il les rendoit plus nets, & qu'il empêchoit la craſſe du mercure de s'y attacher.

A cette occaſion il ne ſera pas hors de propos que je rapporte quelques experiences que j'ai là-deſſus, qui m'ont fait connoître que le mercure le plus pur, long temps agité dans un verre très-net, le ſallit & l'obſcurcit très-conſiderablement. Car ayant ſouvent porté dans mes poches de petites bouteilles dans leſquelles il y avoit du mercure, & dans quelques unes deſquelles il étoit même enfermé ſous le ſcel hermetique; ayant, dis-je, porté ſur moi de ces bouteilles pendant un temps conſiderable, comme pendant un an & plus, je trouvois toûjours non-ſeulement la bouteille fort ſalle

ſalle, mais une partie du mercure réduit en une pouſſiere noire & ſemblable à du charbon pilé, comme la Compagnie l'a pû remarquer dans celle dont je me ſuis ſervi long-temps, en forme de ces niveaux qu'on nomme à balle, dans leſquels il eſt aſſez rare que les côtez oppoſez ſoient paralleles; ce qui eſt cependant neceſſaire pour que l'uſage en ſoit ſûr, & ce qui n'eſt point neceſſaire dans celui-ci.

Mais pour revenir à nôtre ſujet, il eſt donc très-poſſible que la matiere qui paſſe à travers les pores du verre, que juſqu'à préſent on a crû n'être autre que celle de la lumiere, trouve plus ou moins d'obſtacle à ſon paſſage, ſelon que l'entrée de ces pores eſt plus ou moins embarraſſée d'une matiere étrangere, telle que peut être la craſſe & la partie plombeuſe du mercure, ou de quelqu'autre matiere qui nage dans l'air, capable de produire un ſemblable effet; de même qu'il arriveroit à un tamis fort fin qui auroit été quelque temps expoſé à la fumée: car la ſuye qui s'y attacheroit, pourroit tellement boucher ſes trous, que ce qui y paſſoit auparavant avec facilité, n'y pourroit plus paſſer du toût ou avec peine: & comme en lavant ce tamis on pourroit le remettre en ſon premier état; de même auſſi il ſe peut fort bien faire que l'eſprit de vin ou d'autres liqueurs emportaſſent cette ſorte de ſuye qui refuſe aux petites parties de l'air le paſſage que la grandeur des pores du verre leur permettroit peut-être ſans cela.

NOU-

NOUVELLES REFLEXIONS SUR LES REGLES DE LA CONDENSATION DE L'AIR.

Par M. CASSINI le fils.

* J'AI déja lû à l'Academie quelques Réflexions sur les regles de la condenſation de l'air, que M. *Mariotte* a établies dans un *Traité de la nature de l'air*. J'ai comparé ce qui réſulte de ſes regles aux experiences du Barometre que nous avions faites ſur des montagnes élevées, & j'ai fait voir qu'elles ne s'accordent pas exactement à nos experiences, ni même à celles qu'il rapporte pour confirmer la bonté de ſes regles. Voici quelques nouvelles réflexions à l'occaſion des experiences que le Pere *Sebaſtien* a faites depuis peu à *Clermont* & ſur le *Mont-d'or*, qui eſt la plus élevée des montagnes de l'*Auvergne*. La hauteur perpendiculaire de cette montagne ſur le niveau de la mer a été meſurée de 1040 toiſes par les obſervations que nous en avons faites pour déterminer les triangles de la Meridienne. La hauteur du mercure y fut obſervée par le P. *Sebaſtien* le 8 Juin 1705 de 22 pouces 2 lignes. Elle étoit

* 2 Septembre 1705.

étoit alors à *Paris* dans la Tour de la Salle de l'Obſervatoire de 22 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$. Il y avoit donc une difference de 5 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$, à laquelle ſi l'on ajoûte 4 lignes pour la difference qui convient à la hauteur de l'Obſervatoire ſur le niveau de la mer, l'on aura pour 1040 toiſes hauteur du *Mont-d'or* ſur ce niveau 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ d'abaiſſement du vif-argent; ce qui eſt en raiſon de 14 toiſes 3 pieds & quelques pouces de diminution pour chaque ligne l'une portant l'autre. Suivant la Table * que j'ai dreſſée ſur les regles de M *Mariotte*, en donnant comme lui pour la premiere ligne de vif-argent qui répond au niveau de la mer 10 toiſes 3 pieds, l'on a pour la ligne qui répond à 6 pouces de diminution de vif-argent, qui eſt à peu près celle que l'on a trouvée ſur le *Mont-d'or*, 13 toiſes 2 pieds 2 pouces 2 lignes moindre que celle que l'on trouve pour chaque ligne de vif-argent, quand même l'on ne ſuppoſeroit aucune augmentation cauſée par la dilatation de l'air.

En continuant de comparer la Table dreſſée ſur ſes regles aux experiences, l'on voit qu'à 6 pouces de diminution de vif-argent, la hauteur de l'air ſur la ſurface de la mer devroit être de 852 toiſes, au lieu de 1040 que l'on a trouvé par l'obſervation, & qu'à la hauteur de 1044 toiſes ſur le niveau de la mer, qui eſt à peu près de celle du *Mont-d'or*, on devroit y avoir trouvé une diminution de vif-argent de 7 pouces 2 lignes, c'eſt à dire plus de 14 lignes davantage que l'on n'a trouvé par l'experience du P. *Sebaſtien*, comparée à celle que l'on

* *Voyez la page 92 ci-deſſus.*

a faite en même temps à l'Obſervatoire.

Cette difference eſt ſi conſiderable, qu'on ne peut pas l'attribuer à quelque erreur que l'on pourroit avoir fait en meſurant la hauteur des montagnes, ni à la differente temperature de l'air qui auroit pû faire varier diverſement la hauteur du Barometre à *Paris* & au *Mont-d'or*. Car par la comparaiſon des experiences que l'on a faites en même temps en divers endroits beaucoup plus éloignez que *Paris* ne l'eſt du *Mont-d'or*, l'on a trouvé que les variations dans la hauteur du mercure arrivoient ordinairement dans le même temps; & quand il y a eu quelques differences, elles n'ont jamais été à beaucoup près ſi conſiderables.

L'obſervation que le P. *Sebaſtien* a faite à *Clermont*, nous donne lieu d'examiner avec plus d'exactitude l'experience que M. *Perier* a faite ſur le *Puy de Domme*, & dont M. *Mariotte* ſe ſert pour la confirmation de ſes regles. Le 10 Juin 1705 le P. *Sebaſtien* y obſerva près des Minimes, qui eſt le même lieu où M. *Perier* fit ſes experiences, la hauteur du mercure de 26 pouces 6 lignes. Par les obſervations faites à *Paris* avant & après, elle étoit de 27 pouces 10 lignes. La difference eſt de 1 pouce 4 lignes, qui convient à la hauteur de *Clermont* ſur l'Obſervatoire, à laquelle ſi l'on ajoûte 4 lignes pour la hauteur de l'Obſervatoire ſur le niveau de la mer, l'on a 1 pouce 8 lignes pour la hauteur de *Clermont* ſur le niveau de la mer. Si l'on ajoûte à cette difference 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$, qui eſt celle que M. *Perier* trouva entre les Minimes de *Clermont* & le haut du *Puy de Domme*, l'on aura pour 812 toiſes, hauteur perpendiculaire du *Puy de Domme* ſur le niveau

de la mer, déterminée par nos obſervations, une diminution de vif-argent de 4 pouces 9 lignes ½. Suivant les regles de M. *Mariotte* la hauteur de cette montagne ne devroit être que de 663 toiſes, & à la hauteur de 812 toiſes l'on auroit dû trouver 5 pouces 9 lignes de diminution de mercure, c'eſt à dire 11 lignes ½ plus que l'on n'a trouvé par les experiences. L'on trouvera encore une plus grande difference, ſi à la place de nos obſervations l'on ſe ſert de celles que M. *de la Hire* a faites à l'Obſervatoire, qui donnent la hauteur du mercure plus baſſe que celle que nous avons obſervée de plus d'une ligne. Voilà donc pluſieurs obſervations faites par diverſes perſonnes en differens temps, leſquelles s'écartent toutes des regles que M. *Mariotte* a établies pour la condenſation de l'air; ainſi l'on voit que ſes regles ne peuvent pas ſatisfaire exactement aux experiences, au lieu que ſuivant les remarques que M. *Maraldi* a lû dernierement à l'Academie, il n'y a qu'une ſeule obſervation qui s'éloigne d'environ 4 lignes de la regle qu'il a établie.

PRO-

PROBLEME D'HYDROSTATIQUE.

Par M. CARRE'.

* ETANT il y a quelques jours dans une Maiſon de Campagne où il y a des Eaux, on vint à parler des tuyaux d'ajutage pour régler les differentes quantitez d'eau des jets, & quelqu'un qui paroiſſoit aſſez bien entendre la pratique des Hydrauliques, dit que pour faire ſortir par un tuyau une quantité d'eau quadruple de celle qui ſort par un autre, il falloit que ce tuyau fût égal en longueur, mais que ſon diametre fût double de celui du premier. L'on me demanda ſi cela étoit vrai; je répondis que ſi l'on faiſoit abſtraction des frottemens, cela ne ſouffroit aucune difficulté, mais qu'abſolument parlant & en rigueur il en ſortoit davantage par le gros que par le petit, dont la raiſon eſt que l'eau qui paſſe par le petit, trouve par rapport à ſa quantité une plus grande réſiſtance cauſée par le frottement de la ſurface interieure du petit, que celle qui paſſe par le gros : car parcequ'on ſuppoſe ces tuyaux égaux en longueur, leurs ſurfaces interieures ſont en même raiſon que les circonferences ou que leurs diametres; ainſi la ſurface du grand n'eſt que double de celle du petit, au lieu que ſon ouver-

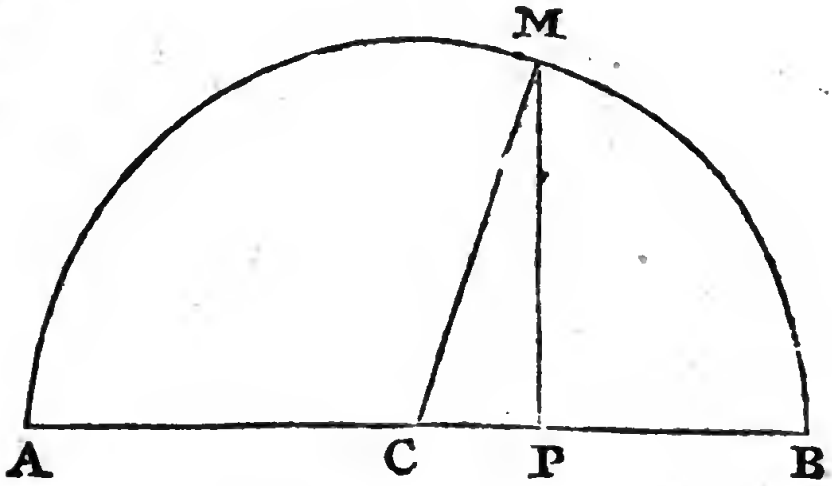
* 2 Septembre 1705.

verture eſt quadruple ; d'où je conclus qu'il falloit pour conſerver l'égalité, que le gros tuyau fût double en longueur du petit. Comme M. *Mariotte* n'a point réſolu ce Probleme, quoiqu'il ait parlé de ces frottemens, & qu'il en ait fait des experiences, j'ai crû qu'il ne ſeroit peut-être pas hors de propos d'en donner une ſolution générale ; c'eſt à dire, que le diametre d'un petit tuyau étant donné, déterminer généralement le diametre du plus gros, afin qu'il ſorte par ce tuyau une quantité d'eau double, triple, quadruple, &c. en y faiſant entrer les frottemens.

SOLUTION.

Soit nommé a le diametre donné du petit tuyau, & x celui du gros que l'on cherche. Comme on ſuppoſe que ces deux tuyaux ſont égaux en longueur, les réſiſtances que trouve l'eau en paſſant dans ces tuyaux, & par conſéquent les diminutions de cette eau ſont entr'elles comme les ſurfaces interieures de ces tuyaux qui cauſent les frottemens : mais ces ſurfaces ſont comme les circonferences ou comme leurs diametres ; ainſi la réſiſtance ou la diminution de l'eau qui paſſe par le petit, eſt à la diminution de l'eau qui paſſe par le gros, comme le diametre du petit eſt au diametre du gros : De ſorte que nommant $\frac{aa}{n}$ la diminution de l'eau du petit tuyau, on dira $a.x :: \frac{aa}{n}. \frac{ax}{n}$ qui ſera la diminution de l'eau du gros : Mais les quantitez d'eau qui paſſent par ces tuyaux ſont comme les quarrez des diametres moins leurs dimi-

diminutions ; nommant donc m le rapport de la quantité d'eau que l'on veut qu'il ſorte de plus par le gros que par le petit, l'on aura cette égalité $xx - \frac{ax}{n} = maa - \frac{maa}{n}$, qui eſt du ſecond degré ; d'où l'on tire pour le diametre du gros tuyau $x = \frac{a + a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$.



Pour conſtruire cette équation, ſoit priſe $CP = \frac{a}{2n}$, & ſur le point P ſoit élevée la perpendiculaire $PM = \frac{a\sqrt{4mnn - 4mn}}{2n}$; ſi du point C au point M l'on mene CM, & que l'on décrive de ce point C le demi-cercle AMB, la partie AP du diametre AB ſera le diametre du tuyau que l'on demande. Car CM ou $CA = \frac{a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$, donc $AP = \frac{a + a\sqrt{4mnn - 4mn + 1}}{2n}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Que ſi l'on veut qu'il ſorte quatre fois autant d'eau par le gros que par le petit, & qu'on ſuppoſe que $n = 4$, donc $m = 4$; alors l'égalité générale ſe changera en celle-ci, $xx - \frac{4x}{4} = 3aa$, donc $x = \frac{a + a\sqrt{193}}{8}$ que l'on conſtruit de la même maniere. Car ſoit priſe $CP = \frac{1}{8}a$, & la perpendiculaire $PM = a\sqrt{3}$, donc $CM = \sqrt{3aa + \frac{1}{64}aa} = \frac{a\sqrt{193}}{8}$, donc $AP = \frac{a + a\sqrt{193}}{8}$: De ſorte que ſi l'on ſuppoſe que $a = 2$, alors $AP = \frac{1 + 1\sqrt{193}}{4}$; mais la racine de 193 eſt preſque 14, donc $x = \frac{15}{4}$, qui eſt beaucoup moins que 4.

Il en eſt de même de tous les autres cas, puiſque la conſtruction générale renferme toutes les particulieres.

ME-

METHODES NOUVELLES

Pour former & réſoudre toutes les Equations.

Par M. DE LAGNY.

DEFINITION.

*1°. PREMIERE difference ou difference du premier degré, eſt la difference de deux quantitez inégales & homogenes.

2°. Seconde difference ou difference du ſecond degré, eſt la difference de deux differences inégales du ſecond degré, ou c'eſt la difference des differences inégales de trois quantitez inégales & homogenes.

3°. Troiſiéme difference ou difference du troiſiéme degré, eſt la difference de deux differences inégales du ſecond degré, ou c'eſt la difference des differences inégales de quatre quantitez inégales & homogenes, & ainſi de ſuite pour les differences de toutes les degrez à l'infini.

4°. Differences ſemblables, ſont les differences d'un même degré.

5°. Equations ſemblables arithmetiquement, ſont celles dont tous les ſignes & tous les coef-

* 5. Septembre 1705.

ficiens ſont les mêmes, & qui ne different que dans le dernier terme ou l'homogene de comparaiſon. Ainſi ces trois équations,

$$xx - 2x = 3$$
$$xx - 2x = 8$$
$$xx - 2x = 15$$

ſont des équations ſemblables arithmetiquement, & dont les racines ſont 3, 4 & 5.

6°. Equations ſemblables géometriquement, ſont celles dont tous les ſignes ſont les mêmes, mais les coefficiens & l'homogene de comparaiſon augmentent ou diminuent, dans le ſecond terme, en raiſon arithmetique; dans le troiſiéme, en raiſon des quarrez; dans le quatriéme, en raiſon des cubes, & ainſi de ſuite. Ainſi ces trois équations,

$$x^3 + 3xx + 5x = 9$$
$$x^3 + 6xx + 20x = 72$$
$$x^3 + 9xx + 45x = 243$$

ſont des équations ſemblables géometriquement, & dont les racines ſont 1, 2 & 3.

THEOREME I.

Si l'on quarre trois nombres en progreſſion arithmetique, la ſeconde difference de leurs quarrez ſera double du quarré de la difference de ces trois nombres.

DEMONSTRATION.

Soient les trois nombres $a.a + b.a + 2b.$ dont la difference eſt b. Je dis que la ſeconde difference de leurs quarrez ſera $2bb$.

Raci-

Fig. 1re

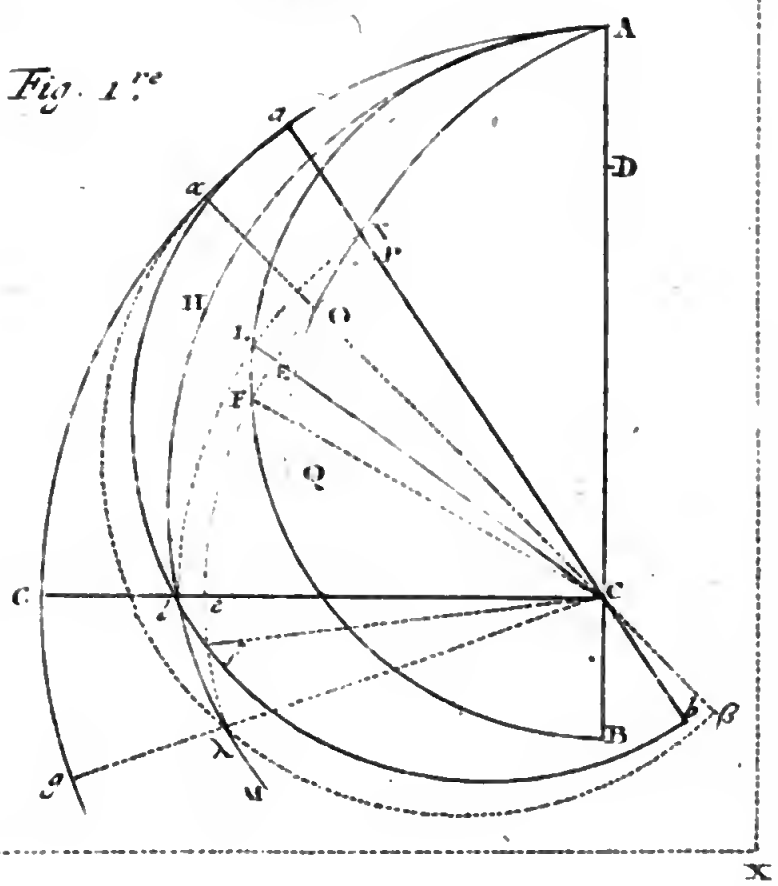


Fig. 2.

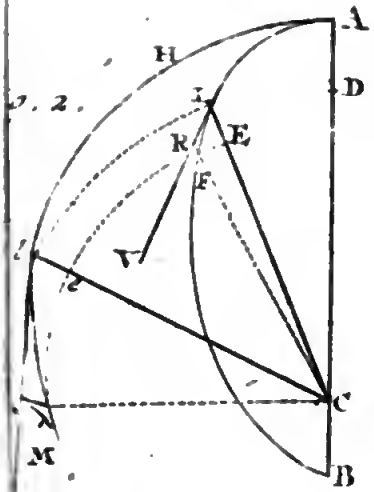
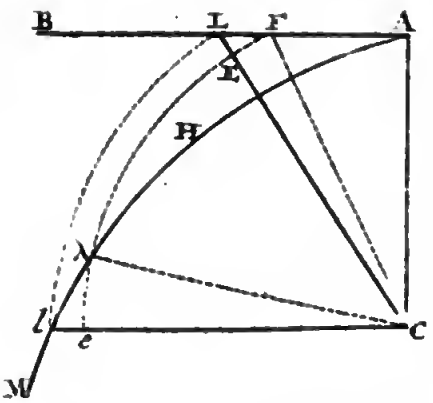


Fig. 3.



Racines.	*Quarrez.*	*Diff. I.*	*Diff. II.*
$a+2b$	$aa+4ab+4bb$		
$a+b$	$aa+2ab+bb$	$2ab+3bb$	
a	aa	$2ab+bb$	$2bb$.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la ſeconde difference ſera $2=2bb$.

COROLLAIRE II.

Dans la ſuite des quarrez naturels, 1, 4, 9, 16, 25, &c. les ſecondes differences ſont toûjours 2.

DEMONSTRATION.

Racines.		*Quarrez.*	*Diff. I.*	*Diff. II.*
a	1	1		
b	2	4	3	
c	3	9	5	2
d	4	16	7	2
e	5	25	9	2
&c.	&c.	&c.		

Par le Corollaire précédent la ſeconde difference des quarrez des trois racines a, b, c eſt 2; & par la même raiſon la ſeconde difference des quarrez des trois racines, b, c, d, eſt auſſi 2; & celle des quarrez des trois racines, c, d, e: & ainſi de ſuite à l'infini. Donc dans la ſuite des Quarrez naturels, 1, 4, 9, 16, 25, &c, les ſecondes differences ſont toûjours 2.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tous les quarrez naturels, & en général la ſuite

de tous les quarrez dont les racines ſont en progreſſion Arithmetique, les trois premiers quarrez étant donnez avec leurs differences.

THEOREME II.

Si l'on cube quatre nombres en progreſſion Arithmetique, la troiſiéme difference de ces cubes ſera égale au ſextuple du cube de la difference de ces quatre nombres.

DEMONSTRATION.

Soient les quatre nombres, a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. Je dis que la troiſiéme difference de leurs cubes ſera $6b^3$.

Racines.	*Cubes.*
$a+3b$	$a^3+9aab+27abb+27b^3$
$a+2b$	$a^3+6aab+12abb+8b^3$
$a+b$	$a^3+3aab+3abb+b^3$
a	a^3

Diff. I.	*Diff. II.*	*Diff. III.*
$3aab+15abb+19b^3$		
$3aab+9abb+7b^3$	$6abb+12b^3$	
$3aab+3abb+1b^3$	$6abb+6b^3$	$6b^3$

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la troiſiéme difference ſera $6=6b^3$.

COROLLAIRE II.

Dans la ſuite des cubes naturels, 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. les troiſiémes differences ſont 6.

DE-

DEMONSTRATION.

Racines.	*Cubes.*	*Diff. I.*	*Diff. II.*	*Diff. III.*
a 1	1			
b 2	8	7		
c 3	27	19	12	
d 4	64	37	18	6
e 5	125	61	24	6
f 6	216	91	30	6
&c. &c.	&c.			

Par le Corollaire précédent la troiſiéme difference des cubes des quatre racines a, b, c, d, eſt 6; & par la même raiſon la troiſiéme difference des cubes des quatre racines, b, c, d, e, eſt auſſi 6; & celle des cubes des quatre racines c, d, e, f: & ainſi de ſuite à l'infini. Donc dans la ſuite des cubes naturels, 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c; les troiſiémes differences ſont toûjours 6.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tous les cubes naturels, & en général la ſuite de tous les cubes dont les racines ſont en progreſſion Arithmetique, les quatre premiers cubes étant donnez avec leurs differences.

THEOREME III.

Si l'on éleve à la quatriéme puiſſance cinq nombres en progreſſion Arithmetique, la quatriéme difference de ces cinq puiſſances ſera égale à 24 fois la quatriéme puiſſance de la difference de ces cinq nombres.

DEMONSTRATION.

Soient ces cinq nombres, a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$. Je dis que la quatriéme difference de leurs quatriémes puiſſances ſera $24b^4$.

Racines.	*Quatriémes puiſſances.*
$a+4b$	$a^4+16a^3b+96aabb+256ab^3+256b^4$
$a+3b$	$a^4+12a^3b+54aabb+108ab^3+81b^4$
$a+2b$	$a^4+8a^3b+24aabb+32ab^3+16b^4$
$a+b$	$a^4+4a^3b+6aabb+4ab^3+b^4$
a	a^4

Les premieres differences ſont,

$4a^3b+42aabb+148ab^3+175b^4$
$4a^3b+30aabb+76ab^3+65b^4$
$4a^3b+18aabb+28ab^3+15b^4$
$4a^3b+6aabb+4ab^3+1b^4$

Les ſecondes ſont,

$12aabb+72ab^3+110b^4$
$12aabb+48ab^3+50b^4$
$12aabb+24ab^3+14b^4$

Les troiſiémes ſont,

$24ab^3+60b^4$
$24ab^3+36b^4$

La quatriéme eſt,

$24b^4$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la quatriéme difference ſera $24=24b^4$.

COROLLAIRE II.

Dans la ſuite des quatriémes puiſſances naturelles, 1, 16, 81, 256, 625, 1296, 2401, &c. les quatriémes differences ſont 24. Ce qui ſe dé-

démontre comme ci-dessus pour les quarrez & les cubes.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de toutes les quatriémes puissances naturelles, & en général la suite de toutes les quatriémes puissances dont les racines sont en progression Arithmetique, les cinq premieres puissances étant données avec leurs differences.

THEOREME IV.

Si l'on éleve à la cinquiéme puissance six nombres en progression Arithmetique, la cinquiéme difference de ces puissances sera égale à 120 fois la cinquiéme puissance de la difference de ces six nombres.

DEMONSTRATION.

Soient ces six nombres, $a.a+b.\ a+2b.\ a+3b.\ a+4b.\ a+5b.$ Je dis que la cinquiéme difference des six puissances cinquiémes de ces six nombres sera $120b^5$.

Racines.	*Cinquiémes puissances.*
$a+5b$	$a^5+25a^4b+250a^3bb+1250aab^3+$
	$[3125ab^4+3125b^5$
$a+4b$	$a^5+20\quad+160\quad+640\quad+$
	$[1280\quad+1024$
$a+3b$	$a^5+15\quad+90\quad+270\quad+$
	$[405\quad+243$
$a+2b$	$a^5+10\quad+40\quad+80\quad+$
	$[80\quad+32$
$a+b$	$a^5+5\quad+10\quad+10\quad+$
	$[5\quad+1$
a	a^5

Les premieres differences ſont,

$5a^4 + 90a^3bb + 610aab^3 + 1845ab^4 + 2101b^5$
$5 + 70 + 370 + 875 + 781$
$5 + 50 + 190 + 325 + 211$
$5 + 30 + 70 + 75 + 31$
$5 + 10 + 10 + 5 + 1$

Les ſecondes ſont,

$20a^3bb + 240aab^3 + 970ab^4 + 1320b^5$
$20 + 180 + 550 + 570$
$20 + 120 + 250 + 180$
$20 + 60 + 70 + 30$

Les troiſiémes ſont,

$60aab^3 + 420ab^4 + 750b^5$
$60 + 300 + 390$
$60 + 180 + 150$

Les quatriémes ſont,

$120ab^4 + 360b^5$
$120ab^4 + 240b^5$

Enfin la cinquiéme difference eſt,

$120b^5$.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la cinquiéme difference ſera $120=120b^5$.

COROLLAIRE II.

Dans la ſuite des cinquiémes puiſſances naturelles, 1, 32, 243, 1024, 3125, 7776, 16807, &c. les cinquiémes differences ſont toûjours 120.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tou-

toutes les cinquiémes puiſſances naturelles, & en général la ſuite de toutes les cinquiémes puiſſances dont les racines ſont en progreſſion Arithmetique, les ſix premieres puiſſances étant données avec leurs differences.

COROLLAIRE GE'NE'RAL.

On démontrera de même que la ſixiéme difference des ſixiémes puiſſances de ſept nombres en progreſſion Arithmetique, comme a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$. $a+5b$. $a+6b$. eſt $720b^6$, & ainſi de ſuite : Et comparant enſemble ces dernieres differences de chaque puiſſance, on trouve,

Pour les quarrez . . . . . $2bb$ ou 2, ſuppoſant $b=1$
Pour les cubes . . . . . $6b^3$ ou 6
Pour les quatriémes puiſſances $24b^4$ ou 24
Pour les cinquiémes . . . . . $120b^5$ ou 120
Pour les ſixiémes . . . . . $720b^6$ ou 720
&c. &c. &c.

Or $2=1\times 2$
$6=1\times 2\times 3$
$24=1\times 2\times 3\times 4$
$120=1\times 2\times 3\times 4\times 5$
$720=1\times 2\times 3\times 4\times 5\times 6$
&c. = &c.

d'où je tire ce Theoreme général.

THEOREME V.

Si l'on prend autant de nombres ou termes qu'on voudra en progreſſion Arithmetique, & qu'on éleve chacun de ces termes à une puiſſance dont l'expoſant ſoit égal au nombre des termes moins un; Je dis que la difference de ces,

ces puiſſances d'un degré égal à l'expoſant, ſera égal au produit continuel des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. continuez juſqu'à l'expoſant de la puiſſance incluſivement, & multiplié par une puiſſance ſemblable de la difference des termes.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend trois termes a. $a+b$. $a+2b$; la ſeconde difference des quarrez ſera par le Theoreme I. $=2bb$. Or $2bb=1\times2\times b^2$. Si l'on prend quatre termes a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$; la troiſiéme difference des cubes ſera par le Theoreme II. $=6b^3$. Or $6b^3=1\times2\times3\times b^3$. Si l'on prend cinq termes a. $a+b$. $a+2b$. $a+3b$. $a+4b$; la quatriéme difference des quatriémes puiſſances ſera par le Theoreme III. $=24b^4$. Or $24b^4=1\times2\times3\times4\times b^4$, & ainſi de ſuite. Donc ſi l'on prend autant de termes qu'on voudra en progreſſion Arithmetique, &c. *Ce qu'il falloit demontrer.*

REMARQUE I.

Rien n'eſt d'un ſi grand uſage dans le calcul, que des Tables amples & exactes des quarrez & des cubes dans leur ſuite naturelle depuis l'unité.

In tenui labor, at tenuis non gloria.

Pluſieurs Auteurs en ont donné. Les plus amples que je connoiſſe ſont celles de *Job Ludolff* pour les quarrez juſqu'à 100000, & celles de . . . . . pour les cubes juſqu'à 12000. Mais ces Tables, & ſur tout celles des cubes, ont un très-grand défaut: c'eſt qu'il faut s'en rapporter aveuglément à l'habileté du Calculateur

lateur & à l'exactitude de l'Imprimeur : Au lieu que par le moyen des differences pour les quarrez, & des differences de differences pour les cubes, on pourroit former des Tables qui porteroient avec elles leur preuve démonſtrative. C'eſt ainſi que ſont conſtruites les grandes Tables Trigonometriques de *Pitiſcus* ſur un rayon de 100000. 00000. 00000. & les logarithmiques de *Briggius*. Voici un modele de conſtruction pour les Tables des quarrez & des cubes par la ſeule addition. On pourroit en conſtruire de même pour les autres puiſſances plus élevées; mais cela ne ſeroit preſque d'aucun uſage, & coûteroit trop de travail & de dépenſe.

Ta-

Table des Quarrez & des Cubes.

Racines.	*Quarrez & diff. I*	*Cubes & diff. I.*	*Diff. II. & III.*
1	1	1	
	3	7	7 = 1 + 6
2	4	8	12 = 6 + 6
	5	19	19
3	9	27	18 = 12 + 6
	7	37	37
4	16	64	24 = 18 + 6
	9	61	61
5	25	125	30
	11	91	91
6	36	216	36
	13	127	127
7	49	343	42
	15	169	169
8	64	512	48
	17	217	217
9	81	729	54
	19	271	271
10	100	1000	60
	21	331	331
11	121	1331	66
	23	397	397
12	144	1728	72
	25	469	469
13	169	2197	78
&c.	&c.	&c.	&c.

Il eſt auſſi difficile, pour ne pas dire impoſſible, de ſe tromper en compoſant ces Tables par

par une ſimple addition ſuivant cette methode, & il eſt encore auſſi difficile qu'il ſe gliſſe dans l'impreſſion quelque erreur dont on ne s'apperçoive pas ſur le champ; qu'il eſt difficile au contraire d'éviter les erreurs de calcul & d'impreſſion dans les Tables ſupputées à l'ordinaire : ce qui fait qu'on eſt toûjours dans l'incertitude quand on s'en ſert. C'eſt un Ouvrage à entreprendre ſous les auſpices & par ordre de l'Auguſte Protecteur des Arts & des Sciences.

On ſentira mieux l'eſprit de la methode dans les exemples ſuivans.

Exemples de la formation des Quarrez & des Cubes d'une progreſſion Arithmetique donnée, comme 3, 10, 17, 24, 31, *&c.*

Racines.	*Quarrez & diff. I.*	*Diff. I. & II.*	*Racines.*	*Cubes & diff. I.*	*Diff. I. & II.*	*Diff. II. & III.*
3	9		3	27		
	91	91		973	973	
10	100	98	10	1000	2940	2940
	189	189		3913	3913	2058
17	289	98	17	4913	4998	4998
	287	287		8911	8911	2058
24	576	98	24	13824	7056	7056
	385	385		15967	15967	2058
31	961	98	31	29791	9114	9114
	483	483		25081	25081	2058
38	1444	98	38	54872	11172	11172
	581	581		36253	36253	*&c.*
45	2025	*&c.*	45	91125	*&c.*	
&c.	*&c.*		*&c.*	*&c.*		

Dans

Dans les quarrez naturels les premieres differences, 3, 5, 7, 9, &c. ſont ſi ſimples, qu'on n'a pas beſoin de les trouver par l'addition continuelle de la ſeconde difference toûjours égale 2; & de même dans les cubes naturels les ſecondes differences 12, 18, 24, 30, 36, &c. n'ont pas beſoin d'être trouvées par l'addition continuelle de la troiſiéme difference toûjours égale 6. Mais dans ces deux exemples on ne neglige rien, & tout eſt formé regulierement par addition, excepté la ſuite des racines, 3, 10, 17, 24, &c: & on devroit auſſi la former par addition continuelle, ſi la difference étoit beaucoup plus grande, comme 27, 66, 105, 144, &c.

REMARQUE II.

Il y a long-temps qu'on ſait que la ſeconde difference des quarrez naturels eſt 2, & la troiſiéme difference des cubes eſt 6: Mais perſonne, que je ſache, n'a trouvé ni démontré tout le reſte depuis le Theoreme II.

Ce qui ſuit eſt entierement neuf.

THEOREME VI.

Soit l'équation quelconque du ſecond degré,

$$\pm axx \pm bx = c.$$

Je dis que ſi l'on donne à x la ſuite des valeurs d'une progreſſion Arithmetique quelconque, comme $d. d+e. d+2e. d+3e.$ &c. les ſecondes differences des derniers termes ou homogenes de comparaiſon repréſentez par c, ſeront toutes égales à $2aee$, c'eſt-à-dire au double du quarré de la difference des termes e multiplié par le coefficient de la haute puiſſance a.

DE-

DEMONSTRATION.

Soit 1°. $x = d$.

Donc $\pm axx \pm bx = \pm add \pm bd = c$.

Soit 2°. $x = d + e$.

Donc

$\pm axx \pm bx = \pm add \pm 2ade \pm aee \pm bd \pm be = c$.

Soit 3°. $x = d + 2e$.

Donc

$\pm axx \pm bx = \pm add \pm 4ade \pm 4aee \pm 2bd \pm 2be = c$.

Les premieres differences ſont

$$\pm 2ade \pm aee \pm be$$
$$\pm 2ade \pm 3aee \pm be.$$

Donc la ſeconde difference eſt $2aee$. *Ce qu'il falloit démontrer.* Et ſuppoſant $d + e = f$, on aura $d + 2e = f + e$. $d + 3e = f + 2e$. Et la démonſtration ſera la même pour les trois valeurs f. $f + e$. $f + 2e$. que pour d. $d + e$. $d + 2e$. & ainſi de ſuite à l'infini. Donc, &c.

COROLLAIRE I.

Si $a = 1$, c'eſt à-dire ſi l'équation eſt préparée en faiſant évanouïr le coefficient de la haute puiſſance pour avoir ſeulement $\pm xx \pm bx = c$, la ſeconde difference continuelle & toûjours égale ſera $2ee = 2aee$.

COROLLAIRE II.

Si l'on ſuppoſe encore $e = 1$, c'eſt-à-dire ſi l'on prend pour les valeurs d'x ces nombres d. $d + 1$. $d + 2$. &c. cette ſeconde difference ſera $2 = 2ee$.

CO-

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la ſuite de tous les homogenes de comparaiſon, & par conſéquent la ſuite de toutes les équations du ſecond degré arithmetiquement ſemblables. Par exemple.

Soit l'équation propoſée $7xx+5x=c$. Si je prends pour x les termes d'une progreſſion Arithmetique donnée, comme 3, 11, 19, 27, 35, &c. dont la difference continuelle eſt 8, j'aurai ſuivant la formule du Theorême $a=7$ & $8=e$, & la ſeconde difference continuelle toûjours égale des derniers termes c, ou des homogenes de comparaiſon ſera $2aee$, c'eſt-à-dire $2\times 7\times 64=896$.

	Diff.I.	*Diff.II.*
Si $x=3$, donc $7xx+5x=78$		
Si $x=11$, donc $7xx+5x=902$	824	
Si $x=19$, donc $7xx+5x=2622$	1720	896
Si $x=27$, donc $7xx+5x=5238$	2616	896
Si $x=35$, donc $7xx+5x=8750$	3512	896
&c. &c.	&c.	&c.

Soit 2°. l'équation propoſée $xx+5x=c$, & ſoient encore les valeurs d'x, 3, 11, 19, 27, 35, &c.

on aura par la ſubſtitution	*Diff.I.*	*Diff.II.*
$xx+5x=24$		
$=176$	152	
$=456$	280	128
$=864$	408	128
$=1400$	536	128
&c.	&c.	&c.

La ſeconde difference continuelle, & toûjours égale des homogenes de comparaiſon, eſt $128=2\times 64=2ee$.

Soit

Soit 3°. la même équation $xx+5x=c$, & ſoient les valeurs d'x, 1, 2, 3, 4, 5, &c.

on aura par la ſubſtitution	*Diff. I.*	*Diff. II.*
$xx+5x=6$		
$=14$	8	
$=24$	10	2
$=36$	12	2
$=50$	14	2
&c.	&c.	&c.

La ſeconde difference continuelle & toûjours égale eſt $2=2ee$.

Il eſt donc évident que dans toute équation du ſecond degré où il n'y a qu'une inconnue, ſans fractions & ſans incommenſurables, on pourra former la ſuite de tous les homogenes de comparaiſon par une ſimple addition.

Si l'équation eſt ſous cette forme $xx+ax=b$, ſuppoſez $x=1$ & $x=2$, & vous aurez pour homogenes de comparaiſon $a+1$ & $2a+4$, dont la difference eſt $a+3$; & comme la ſeconde difference eſt toûjours 2, il n'eſt pas neceſſaire de faire une troiſiéme ſuppoſition $x=3$, & la ſuite des homogenes de comparaiſon ſe trouvera par addition, de même que la ſuite des quarrez naturels.

	Diff. I.	*Diff. II.*
$b=a+1$		
$=2a+4$	$a+3$	
$=3a+9$	$a+5$	2
$=4a+16$	$a+7$	2
$=5a+25$	$a+9$	2
&c.	&c.	&c.

Si

Si l'équation eſt ſous cette forme $ax - xx = b$, c'eſt la même methode, & on trouvera

	Diff. I.	*Diff. II.*
$b = a - 1$		
$= 2a - 4$	$a - 3$	
$= 3a - 9$	$a - 5$	2
$= 4a - 16$	$a - 7$	2
$= 5a - 25$	$a - 9$	2
&c.	&c.	&c.

Enfin ſi elle eſt ſous cette forme $xx - ax = b$, il eſt évident que x eſt toûjours plus grand que a. Ainſi ſuppoſant $x = a + 1 = a + 2$, on aura pour homogene de comparaiſon

$b = a + 1$, comme dans le premier cas.
$= 2a + 4$
$= 3a + 9$
$= 4a + 16$
$= 5a + 25$

Exemples en nombres.

Soit l'équation propoſée $7xx + 307x = 10764$.

Je ſuppoſe $x = 1 = 2 = 3$.

			Diff. I.	*Diff. II*
J'ai	$7xx + 307x =$	314		
	$7xx + 307x =$	642	328	
	$7xx + 307x =$	984	342	14
	&c. &c.	&c.	&c.	&c.
	$7xx + 307x =$	17064		

Les ſecondes differences toûjours égales des homogenes de comparaiſon ſont 14, dont l'addition continuelle forme la ſuite des differences premieres 328, 342, 356, 370, &c. & l'addition des differences premieres aux homogenes précédens forment la ſuite de tous les homogenes $314 + 328 = 642$, & $642 + 342 = 984$ &c.

&

& l'homogene donné ſe trouvera le 23me, & par conſéquent $x = 23$.

Mais ſi l'homogene donné ne ſe fût pas trouvé dans cette ſuite, la valeur d'x auroit été irrationelle; & ſa valeur auroit été entre les deux racines qui auroient formé les deux homogenes prochains, l'un plus grand & l'autre plus petit que l'homogene donné.

Soit encore l'équation propoſée $xx + 307x = 7590$.

Suppoſant $x = 1 = 2 = 3$, &c.

		Diff. I.
on aura $xx + 307x$	$= 308$	
	$= 618$	310
	$= 930$	312
	$= 1244$	314
	&c.	&c.
$x = 23$.	$= 7590$	

THEOREME VII.

Soit l'équation quelconque du troiſiéme degré, $\pm ax^3 \pm bxx \pm cx = d$.

Je dis que ſi l'on donne à x la ſuite des valeurs d'une progreſſion Arithmetique quelconque e. $e+f$. $e+2f$. $e+3f$. $e+4f$ &c. les troiſiémes differences des homogenes de comparaiſon repréſentez par d, ſeront égales à $6af^3$, c'eſt à dire à ſix fois le cube de la difference des termes f multiplié par le coefficient de la haute puiſſance a.

DEMONSTRATION.

Soit 1°. $x = e$.

Donc $\pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm bee \pm ce = d$.

Soit 2°. $x = e+f$.

Donc

$$\left.\begin{array}{l} \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm 3aecf \pm 3aeff \pm af^3 \\ \qquad\qquad \pm bee \pm 2bef \pm bff \\ \qquad\qquad\qquad \pm ce \quad \pm cf \end{array}\right\} d$$

Soit 3°. $x = e + 2f$.

Donc

$$\left.\begin{array}{l} \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm 6aecf \pm 12aeff \pm 8af^3 \\ \qquad\qquad \pm bee \pm 4bef \pm 4bff \\ \qquad\qquad\qquad \pm ce \pm 2cf \end{array}\right\} d$$

Soit 4°. $x = e + 3f$.

Donc

$$\left.\begin{array}{l} \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm 9aecf \pm 27aeff \pm 27af^3 \\ \qquad\qquad \pm bee \pm 6bef \pm 9bff \\ \qquad\qquad\qquad \pm ce \quad \pm 3cf \end{array}\right\} d$$

Les premieres differences ſont,

$$\begin{array}{l} \pm 3aeef \pm 3aeff \pm af^3 \\ \qquad \pm 2bef \pm bff. \\ \qquad\qquad \pm cf \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \pm 3aeef \pm 9aeff \pm 7af^3 \\ \qquad \pm 2bef \pm 3bff \\ \qquad\qquad \pm cf \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \pm 3aeef \pm 15aeff \pm 19af^3 \\ \qquad \pm 2bef \pm 5bff \\ \qquad\qquad \pm cf \end{array}$$

Les ſecondes differences ſont,

$$\begin{array}{l} \pm 6aeff \pm 6af^3 \\ \qquad \pm 2bff \\ \pm 6aeff \pm 12af^3 \\ \qquad \pm 2bff \end{array}$$

Enfin la troiſiéme difference eſt $6af^3$. *Ce qu'il falloit démontrer*. Et ſuppoſant $e + f = g$, on aura $e + 2f = g + f$. $e + 3f = g + 2f$. $e + 4f =$

$= g$

$= g + 3f$; & il eſt évident que la démonſtration ſera la même pour les quatre valeurs g. $g + f$. $g + 2f$. $g + 3f$, que pour les quatre e. $e + f$. $e + 2f$. $e + 3f$, & ainſi de ſuite à l'infini. Donc les troiſiémes differences ſeront toutes $6af^3$.

COROLLAIRE GENERAL.

Dans quelque équation que ce ſoit, les differences de l'homogene d'un degré égal à celui de l'expoſant de la haute puiſſance, ſont toutes égales entr'elles & au produit continuel du coefficient de la haute puiſſance multiplié continuellement par la ſuite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. juſques & compris l'expoſant, & par la puiſſance homogene de la difference des termes de la progreſſion Arithmetique, qui ont ſervi de racines à former les homogenes.

On peut ſuppoſer tel ou tels termes qu'on voudra évanouïs, les ſignes + & — combinez à diſcretion, & les coefficiens en entiers ou en fraction, rationaux ou irrationaux.

II. COROLLAIRE GENERAL.

On pourra former par addition ſimple la ſuite de tous les homogenes des équations ſemblables. Il ſuffit pour cela de ſuppoſer dans les équations du ſecond degré l'inconnue $= 1 = 2 = 3$. Dans les équations du troiſiéme degré, il ſuffit de ſuppoſer cette inconnue $= 1 = 2 = 3 = 4$. Dans celles du quatriéme $= 1 = 2 = 3 = 4 = 5$, & ainſi de ſuite. Car par l'addition continuelle des dernieres differences toûjours égales, on formera la ſuite des diffe-

rences précédentes ; & par l'addition de celles-ci on formera les ante-penultiémes, & ainſi de ſuite en retrogradant juſqu'aux homogenes de comparaiſon.

III. COROLLAIRE GENERAL.

On pourra donc réſoudre par la ſeule addition toute équation propoſée ; ce qui eſt un veritable paradoxe.

REMARQUE I.

Il eſt évident que trouvant par addition ſimple la ſuite de tous les homogenes de comparaiſon, ſi l'homogene donné ſe trouve dans cette ſuite, la queſtion eſt réſolue ; puiſque la valeur ſuppoſée ou correſpondante qui a formé cet homogene eſt évidemment une des racines cherchées : après quoi l'on peut continuer d'operer de même ſur l'équation abbaiſſée d'un ou de pluſieurs degrez pour avoir les autres racines. Mais ſi l'homogene donné ſe trouve entre deux homogenes prochains, la racine cherchée eſt irrationelle, & ſa valeur eſt connue à moins d'une unité près, puiſqu'elle eſt entre deux valeurs qui ne different que d'une unité, & qui ont formé les deux homogenes prochains, l'un plus grand & l'autre plus petit, & c'eſt tout ce qu'on peut ſouhaiter. Je ſuppoſe toûjours l'équation préparée de maniere, qu'il n'y ait qu'une inconnue, ſans fractions & ſans incommenſurables, qui ſont les préparations ordinaires, & il n'eſt pas neceſſaire de faire évanouïr aucun terme moyen, ni coefficient de la haute puiſſance.

RE-

REMARQUE II.

En ſuppoſant $x = 1 = 2 = 3 = 4$, &c. l'homogene peut venir negatif; ce qui marque ſeulement que x eſt plus grand que les nombres ſuppoſez. Mais ſi ſuppoſant $x = 1$ on trouve un homogene plus grand que le donné, x eſt une fraction irrationelle moindre que l'unité; & ſi l'on veut en approcher à l'infini, il n'y a qu'à ſuppoſer une autre équation multiple & géometriquement ſemblable.

EXEMPLES.

Soit l'équation propoſée $xx - 20x = 300$.
Si je ſuppoſe $x = 1 = 2 = 3 = 4$, &c.

		Diff. I.	*Diff. II.*
J'aurai $xx - 20x =$	-19		
$=$	-36	17	
$=$	-51	15	2
$=$	-64	13	2
	&c.	&c.	&c.

On voit aiſément par-là que la plus petite valeur qu'on puiſſe ſuppoſer pour avoir un homogene $= 0$, c'eſt $x = 20$, & par conſéquent $x = 21$ donnera le premier homogene poſitif tel que je le ſuppoſe toûjours, & il peut & doit toûjours l'être; & s'il ne l'étoit pas dans une équation propoſée, il ſeroit aiſé de le rendre poſitif en changeant tous les ſignes des termes affectez de l'inconnue. Enfin ſi par la nature de l'équation les racines ſont toutes negatives, on les rendra poſitives par le changement des ſignes ſuivant les regles ordinaires.

Je reviens à l'exemple ci-deſſus $xx - 20x = 300$, où j'ai ſuppoſé $x = 1 = 2 = 3$, &c.

Je vois par les differences premieres, 17, 15, 13, &c. qui vont toûjours en diminuant de 2, qu'au neuf & dixiéme termes cette difference ſera 1, après quoi les homogenes negatifs vont en diminuant dans un ſens contraire juſqu'à zero, comme on voit ci-deſſous, & enſuite ils ſont tous poſitifs.

$x = 0$,	donc $xx - 20x =$	0
$x = 1$,	donc $xx - 20x =$	-19
$x = 2$,	donc $xx - 20x =$	-36
&c.		$= -51$
		$= -64$
		$= -75$
		$= -84$
		$= -91$
		$= -96$
		$= -99$
		$= -100$
		$= -99$
		$= -96$
		$= -91$
		&c.
$x = 20$,	donc $xx - 20x =$	0
$x = 21$,	donc $xx - 20x =$	21
$x = 22$,	donc $xx - 20x =$	44
$x = 23$,	donc $xx - 20x =$	69
&c.		= &c.

Cette obſervation, qui n'eſt que curieuſe dans cet exemple, eſt abſolument neceſſaire dans d'autres, où la haute puiſſance eſt fort élevée, où il y a pluſieurs termes moyens affectez des ſignes + & — avec de grands nombres pour coefficiens; & ſi le premier homogene poſitif trouvé eſt plus grand que l'homogene donné,

donné, la racine eſt irrationelle, & on pourra en approcher à l'infini par les équations géometriquement ſemblables. Ainſi ſi l'équation donnée eût été $xx - 20 = 18$, on ſeroit aſſuré que la racine eſt irrationelle 20 & 21, & il n'y auroit qu'à ſuppoſer,

$$xx - 200x = 1800$$
ou $xx - 2000x = 180000$
&c.

ou telle autre équation qu'on voudroit géometriquement ſemblable. Il y a pourtant un choix à faire indépendamment de la progreſſion décuple des nombres qui paroît la plus commode, mais qui n'approche pas le plus promptement qu'il ſoit poſſible. C'eſt ce que j'ai fait voir dans mon *Traité de l'Extraction & de l'Approximation des racines*. On trouvera donc toûjours aiſément la plus petite valeur d'x, qui donnera un homogene poſitif. Car ſi l'homogene negatif va en diminuant, on verra par les differences à quel terme il ſera poſitif, & s'il va en augmentant, il faut neceſſairement qu'il diminue en ſens contraire avant que de devenir poſitif. Ainſi après deux ou trois ſubſtitutions dans les équations du ſecond degré, après trois ou quatre ſubſtitutions dans les équations du troiſiéme, & ainſi de ſuite en diviſant par les dernieres differences égales les differences précédentes, le quotient dans le ſecond degré, ajoûté à l'unité, donnera la valeur approchée en entiers, qui formera le plus grand homogene negatif, & par conſéquent le double donnera la valeur approchée pour former l'homogene poſitif, du moins à une unité près. Dans les degrez plus élevez, on trouvera de même par la difference toûjours égale le ter-

me où la difference précédente doit finir, & par celle-ci le terme de la précédente, en retrogradant de même juſqu'à l'homogene.

Je ſai que dans chaque cas particulier on peut donner des regles abregées pour trouver cette premiere & plus petite valeur d'x qui donne un homogene poſitif; ainſi dans l'équation $xx - ax = b$ il n'y a qu'à prendre d'abord $x = a + 1$. Mais il s'agit ici de trouver une methode qui ſoit en même temps très-ſimple & très-générale, & ſi l'on avoit par exemple cette équation,

$$x^5 - ax^4 + bx^3 - cxx - dx = e.$$

il ne ſeroit pas aiſé de trouver d'une maniere générale la plus petite valeur d'x qui donnât e poſitif, même en y appliquant la methode *de maximis & minimis*; au lieu qu'en ſuppoſant $x = 1 = 2 = 3$, &c. les dernieres differences ſeront toûjours 2 dans le ſecond degré, 6 dans le troiſiéme, 24 dans le quatriéme, 120 dans le cinquiéme, &c. & par là on trouvera aiſément ce qu'on cherche.

Lorſqu'on ſuppoſe $x = 1$, la ſomme des coefficiens poſitifs moins la ſomme des coefficiens negatifs donnera l'homogene de comparaiſon correſpondant.

Lorſqu'on ſuppoſe $x = 2$, il faut écrire 2 multiplicateur ſous le coefficient des x, 4 ſous le coefficient des xx, 8 ſous le coefficient des x^3, 16 ſous le coefficient des x^4, & ainſi de ſuite, la ſomme des produits poſitifs diminuée de la ſomme des produits negatifs donnera l'homogene correſpondant.

Lorſqu'on ſuppoſe $x = 3$, il faut écrire 3 ſous le coefficient des x, 9 ſous le coefficient des xx, 27 ſous le coefficient des x^3, & ainſi de ſuite.

Rien

Rien n'empêche qu'on ne prenne au lieu des nombres, 1, 2, 3, 4, &c. les nombres 10, 20, 30, 40, &c. ou 100, 200, 300, &c. ou 1000, 2000, 3000, &c. si l'on juge que ceux-ci donneront plûtôt des homogenes positifs & approchants par excès ou par défaut de l'homogene donné; la substitution en sera aussi aisée que celle des nombres simples 1, 2, 3, &c. En un mot, il n'importe quels nombres on prenne en progression Arithmetique, la methode peut toûjours s'y appliquer. Mais dès qu'on a trouvé des homogenes positifs, il faut revenir à la progression Arithmetique, en augmentant ou en diminuant les valeurs d'x, selon que l'homogene trouvé est plus petit ou plus grand que l'homogene donné.

Enfin, si augmentant continuellement les valeurs d'x, l'homogene après avoir augmenté diminue, & que dans sa plus grande augmentation il soit encore plus petit que l'homogene donné, c'est une preuve que l'équation est impossible, & que toutes ses racines sont imaginaires. Par exemple, soit l'équation proposée $-xx+20x=120$, supposant $x=1=2=3$, &c. on trouve la suite des homogenes 19, 36, 51, 64, 75, 84, 91, 96, 99, 100, 99, 96, 91, &c. 19, 0, & ensuite les homogenes sont negatifs à l'infini; de sorte que le plus grand de tous est 100. Or le donné est 120, l'équation est donc impossible, & toutes les racines sont imaginaires. Quoique cette regle soit très-simple & très-générale, elle a besoin dans la pratique d'être abregée par la Regle suivante.

REGLE GE'NE'RALE
pour la réſolution des équations.

Je ſuppoſe l'équation préparée à l'ordinaire, enſorte qu'elle n'ait qu'une inconnue délivrée des fractions & des incommenſurables, & pour plus grande facilité le coefficient de la haute puiſſance réduit à l'unité, ſans qu'il ſoit neceſſaire de faire évanouïr aucun terme moyen. Prenez pour valeurs de l'inconnue les deux nombres entiers a & $a \pm 1$. (Je donnerai dans la ſuite les regles neceſſaires pour faire cette ſuppoſition la plus juſte qu'il ſoit poſſible par rapport à chaque eſpece d'équation) enſorte que les homogenes de comparaiſon ſoient poſitifs; & ſubſtituant ces deux valeurs dans l'équation, vous aurez deux homogenes. Si l'un des deux ſe trouve égal à l'homogene donné, ou que l'un ſe trouve plus grand & l'autre plus petit, l'équation eſt réſolue; car dans le premier cas $x = a$ ou $a \pm 1$, & dans le ſecond une des valeurs eſt irrationelle entre a & $a \pm 1$, & on peut en approcher à l'infini par le moyen des équations géometriquement ſemblables. On peut auſſi dans toute équation où il y a quelque racine réelle negative, la rendre poſitive en augmentant ſa valeur, enſorte que l'homogene de comparaiſon ſoit auſſi poſitif, & qu'il n'y ait qu'une racine à chercher. C'eſt la forme la plus commode pour le calcul. Les équations dont les racines ſont toutes imaginaires ne ſont d'aucun uſage.

Si l'homogene donné ſe trouve plus grand ou plus petit que chacun des deux homogenes trouvez, ce qui eſt le cas le plus ordinaire: Pre-

Prenez, 1°. La difference des deux homogenes trouvez. 2°. La difference de l'homogene donné à l'homogene trouvé prochainement plus grand ou plus petit. 3°. Diviſez cette derniere difference par la premiere, & ajoûtez le quotient au nombre *a* s'il eſt plus petit, ou bien ôtez ce quotient d'*a* s'il eſt plus grand que la racine cherchée, & la ſomme dans le premier cas, & la difference dans le ſecond donneront une ſeconde valeur approchée, laquelle étant ſubſtituée donnera un nouvel homogene, ſur lequel & ſur le donné & le prochainement plus grand ou plus petit, on continuera d'operer de même en faiſant cette Analogie, qui eſt ſous-entendue dans la premiere operation. *Si tant de difference entre deux homogenes vient de tant de difference entre les racines qui les ont formez, de combien viendra la difference entre l'homogene donné & le trouvé prochainement plus grand ou plus petit*? Le quotient étant ajoûté ou ſouſtrait ſelon que la racine ſuppoſée a produit un homogene plus petit ou plus grand que l'homogene donné, donnera une nouvelle valeur ſur laquelle on continuera d'operer de même, & ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'on trouve une racine exacte, ou deux racines qui ne different que d'une unité, & alors l'équation ſera réſolue.

Au lieu d'*a* & d'$a \pm 1$, on peut ſuppoſer *a* & $a \pm b$, & chaque réſolution particuliere d'une équation litterale ſervira de formule, & de regle générale pour la réſolution de toute équation ſemblable. J'en ferai l'application au fameux cas irreductible du troiſiéme degré.

Cette Methode comprend directement la réſolution de toutes les Equations déterminées, qui ont pour racines des Nombres entiers, &

indirectement toutes celles qui n'ont pour racines que des fractions, ou des Nombres irrationaux; car il n'y a qu'à faire évanouïr ſuivant les Regles connues & ordinaires le Coefficient du premier Terme, & les Coefficiens irrationaux ou en fraction.

MANOMETRE,

OU

Machine pour trouver le raport des raretez ou raréfactions de l'Air naturel d'un même lieu en différens temps, ou de différens lieux en un même ou en différens temps, &c.

Par M. VARIGNON.

* DANS les Memoires du 15. Decembre 1693. j'ai démontré une Methode générale pour connoître le raport de l'air rarefié dans la Machine du vuide à l'air naturel, c'eſt-à-dire, le raport de la maſſe de cet air rarefié à celle d'un pareil volume de l'air extérieur du lieu où ſe fait l'expérience; & par conſéquent auſſi le raport des denſitez ou raréfactions de ces deux airs. Voici ce qui m'eſt venu depuis en penſée pour comparer les denſitez ou raréfactions des airs naturels d'un même lieu en différens temps, ou de différens lieux en un mê-

* 14. Novembre 1705.

même ou en différens temps; & même des airs reſtez dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques après quelque nombre que ce ſoit de coups de piſton de chacune. Mais comme cette derniére comparaiſon dépend de la premiére, j'ai crû que pour mettre le Lecteur au fait, il falloit raporter ici ce que j'ai démontré de celle-là dans les Mem. de 1693. Le voici donc tel qu'il ſe trouve dans ces Memoires, à quelques abréviations & quelques exemples près. Nous paſſerons enſuite à la deſcription & aux uſages de nôtre Machine, à qui nous donnons le nom de *Manometre*, pour les raiſons qu'on dira ci-après.

§. I.

Methode pour trouver le raport de l'air naturel à l'air rarefié dans la Machine du vuide, le raport du Recipient ou Balon de cette Machine à ſa pompe, & le nombre des coups de piſton neceſſaires dans toutes les ſuppoſitions poſſibles de ces raports.

En 1693. ayant eu occaſion d'examiner combien il reſte d'air dans la Machine du vuide après tel nombre de coups de piſton qu'on aura voulu; je trouvai d'abord en général que *la quantité ou maſſe d'air naturel qui ſe trouve dans le Balon avant que de pomper, eſt toûjours à ce qu'il y en reſte après tel nombre de coups de piſton qu'on aura voulu; comme la capacité de la pompe & du balon pris enſemble, élevée à une puiſſance dont ce nombre ſoit l'expoſant, eſt à une pareille puiſſance de la capacité ſeule du balon.* Ce que je trouvai enſuite revenir à une Regle que M. (*Jaq.*) *Bernoulli* venoit de donner ſans analyſe

ni démonſtration dans la ſeconde Theſe *De ſeriebus infinitis* de 1692. pour ſavoir combien il faut de coups de piſton de la Machine pneumatique pour y rarefier l'air en raiſon donnée: *Logarithmum rationis*, diſoit-il, *quam habet raritas aeris deſiderati ad raritatem aeris naturalis, divide per logarithmum rationis quam habet cavitas Recipientis & Antliæ ſimul ad cavitatem ſolius Recipientis: indicabit quotiens quæſitum agitationum numerum.*

M. *Bernoulli* n'en diſoit pas davantage: Voici l'Analyſe qu'il ſupprimoit, ou du moins celle qui me conduiſit à cette même découverte. Mais pour rendre cette Phyſique exacte, il faut auparavant convenir des termes.

I. *Définition* 1. On appelle ici *Air* tout ce que le piſton de la pompe fait ſortir de la Machine du vuide ſans y pouvoir rentrer par les pores. Ce qui peut ainſi y rentrer, on l'appelle *Matiére ſubtile*.

Défin. 2. On appelle *Air naturel*, l'air tel qu'il eſt dans la Machine du vuide avant que de pomper. Et celui qui y reſte après qu'on a ceſſé de pomper, on l'appelle *Air reſtant*.

Défin. 3. On appelle *Volume* d'un corps, ce que ſa ſurface renferme d'eſpace. Et l'on prend pour ſa *Maſſe*, la quantité de matiére dont il eſt fait. En ce ſens deux boules de même diamêtre, quoique l'une ſoit d'un tiſſu plus ſerré que l'autre, ſont de même *volume*; mais celle qui eſt d'un tiſſu plus ſerré, a plus de *maſſe* que l'autre. C'eſt cette maſſe que l'on appelle *Quantité de matiére* d'un corps.

Défin. 4. On appelle *Rarefaction*, l'augmentation de volume d'un corps par l'éloignement de ſes parties (imperceptibles) entr'elles; & *Conden-*

denſation, la diminution de ce volume par l'approche de ces mêmes parties entr'elles.

Défin. 5. On appelle *Coup de pompe* ou *de piſton*, l'allée & la venue du piſton priſes enſemble: de ſorte que tirer le piſton, & l'enfoncer à la même profondeur, ne paſſent ici que pour un ſeul coup de pompe ou de piſton. Tant que le piſton ne parcourt que le même eſpace, on dit que les *coups* ſont *égaux*. L'eſpace qu'il parcourt au dedans de la pompe, on le prend pour la *capacité de cette pompe*. Par delà, c'eſt la *capacité du Balon*.

II. *Avertiſſement* 1. Dans la ſuite lorſqu'on parlera de Balon & de Pompe, cela ne s'entendra que de leurs capacitez telles qu'on les vient de définir.

Avert. 2. On ſuppoſera par tout que les coups de pompe d'une même experience ſont égaux entr'eux: ce qui ſe fera aiſément, en mettant des bornes fixes haut & bas, juſques auſquelles le piſton ou levier (qui ſert à le mouvoir) aille toûjours, & au delà deſquelles il ne puiſſe jamais paſſer.

Avert. 3. Lorſqu'on dit ſimplement *Air naturel*, on entend toûjours ce que le Balon en contient avant que de pomper, ou après qu'on l'y a laiſſé librement rentrer. Et quand on dit que la rarefaction de l'air naturel eſt à celle de l'air reſtant en telle ou telle raiſon, on ne veut dire autre choſe ſinon que la quantité de matiére ou la maſſe de l'air reſtant eſt à celle de l'air naturel en cette même raiſon. On a crû pouvoir ſuppoſer cette réciprocation de raports, parceque (*art.* 1. *défin.* 3. & 4.) l'air en même volume y eſt d'autant plus rarefié qu'il y en a moins.

Avert.

Avèrt. 4. De même quand on dit que l'air eſt à l'air en telle ou telle raiſon, par exemple, que l'air naturel eſt à l'air reſtant :: $s^n.r^n$. on ne prétend parler que du raport de maſſe ou de quantité de matiére : on veut dire ſeulement que la maſſe ou la quantité de matiére de l'air naturel eſt à celle de l'air reſtant :: $s^n.r^n$.

Avert. 5. On ſuppoſe dans tout ceci que la Machine du vuide, dont il eſt ici queſtion, ſoit juſte & que rien n'y puiſſe rentrer que par les pores, ou que la matiére capable de paſſer par les pores.

Peut-être que dans l'execution cela ne ſe trouvera pas toûjours exactement vrai. Mais du moins la Regle ſuivante donnant préciſément la quantité d'air qui y ſeroit reſtée, ſi cette machine eût été telle qu'on la ſuppoſe ici ; il ne s'en faudra que ce qui pourroit s'y être gliſſé par les endroits où elle pourroit faire jour, qu'on ne ſache préciſément combien il y en reſte après qu'on a ceſſé de pomper : au lieu qu'en négligeant tout le reſte, comme l'on fait ordinairement, il s'en faudra toûjours ce que cette Regle donne, qu'on ne ſoit auſſi près de la préciſion. La voici cette Regle.

THEOREME.

III. *En général la maſſe ou quantité d'air naturel qui ſe trouve dans le Récipient ou Balon de la Machine du vuide avant que de pomper, eſt toûjours à celle de l'air qui y reſte après tel nombre de coups de piſton qu'on aura voulu, comme la capacité de la Pompe & du Balon pris enſemble, élevée à une puiſſance dont ce nombre ſoit l'expoſant, eſt à une pareille puiſſance de la capacité ſeule du Balon.*

DE-

DEMONST. Soit a la masse ou quantité d'air naturel qui étoit dans le Balon avant que de pomper; x, ce qu'il y en reste après qu'on a cessé de pomper; r, la capacité du Balon; s, la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble; & n, le nombre des coups de piston donnez pour épuiser le Balon. Je dis donc en général que a est toûjours à x, comme s^n à r^n, c'est-à-dire, $a.x :: s^n.r^n$.

Pour le voir il suffit de considérer qu'à chaque fois qu'on tirera le piston, l'air qui étoit dans le Récipient, se répandra dans tout l'espace qui fait la capacité de la Pompe & du Récipient pris ensemble : Car delà il suit manifestement que la masse ou quantité d'air qui restera dans le Récipient à chaque coup de pompe, doit toûjours être à ce qu'il y en avoit immédiatement auparavant, comme la capacité du Récipient est à celle de la Pompe & du Récipient pris ensemble, c'est-à-dire :: $r.s$.

Appellant donc a, b, c, e, f, g, &c. t, x, les différentes masses ou quantitez d'air qui se trouvent successivement dans le Récipient ou Balon, à mesure que l'on pompe: savoir a, celle de l'air naturel qui y étoit au premier coup de pompe, c'est-à dire, lorsqu'on a commencé de pomper; b, celle qui y étoit au second; c, celle qui y étoit au troisiéme; e, celle qui y étoit au quatriéme; & ainsi des autres jusqu'à la derniere x, qui y reste après tant de coups de piston qu'on aura voulu, dont le nombre soit n: on aura toûjours,

1°. $a.\ b :: s.\ r.$
2°. $b.\ c :: s.\ r.$
3°. $c.\ e :: s.\ r.$
4°. $e.\ f :: s.\ r.$
5°. $f.\ g :: s.\ r.$
&c.

$n°.\ t.\ x :: s.\ r.$

Donc $a.\ x :: s^n.\ r^n.$

C'eſt-à-dire que la maſſe ou quantité (a) d'air naturel qui étoit dans le Récipient avant que de pomper, eſt toûjours à la maſſe ou quantité (x) de ce qu'il y reſte de cet air après tel nombre (n) de coups de piſton qu'on aura voulu, comme la puiſſance n de l'eſpace qui fait la capacité de la Pompe & du Récipient pris enſemble, eſt à une pareille puiſſance de la capacité du ſeul Récipient. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REGLE.

IV. *Corol.* Donc en prenant l pour la marque ou la caractériſtique des logarithmes des grandeurs qu'elle affecte ou précéde immédiatement: enſorte que la, lx, ls, lr, expriment les logarithmes des grandeurs, a, x, s, r, l'Analogie précédente (*art.* 3.) donnant $\frac{a}{x} = \frac{s^n}{r^n}$, donnera auſſi $la - lx = ls^n - lr^n = nls - nlr$, pour Regle de tout ce que l'on peut exactement faire d'experiences dans la Machine du vuide. En voici quelques exemples dans les Problêmes ſuivans.

PRO-

PROBLEME I.

V. *Les capacitez du Balon & de la Pompe de la Machine du vuide étant données, ou ſeulement leur raport, avec le nombre des coups de piſton donnez pour l'épuiſer; trouver le raport de l'air naturel à l'air qui y reſte après qu'on a ceſſé de pomper, & par conſéquent auſſi le raport des rarefactions de ces deux airs.*

SOLUT. Les noms demeurant les mêmes que ci-deſſus art. 3. & 4. l'on aura (*art.* 4.) $la - lx = uls - nlr$. Donc $nls - nlr$ eſt le logarithme de la raiſon cherchée de l'air naturel à l'air reſtant. D'où l'on voit que le logarithme de la raiſon de l'air naturel à l'air reſtant, eſt toûjours égal au produit du nombre des coups de piſton par le logarithme de la raiſon de la capacité de la Pompe & du Balon pris enſemble, à la capacité ſeule du Balon. Ainſi tout étant connu (*hyp.*) dans ce produit, la raiſon de l'air naturel à l'air reſtant ſera auſſi connue. Et par conſéquent (*art.* 2. *avert.* 3.) le raport des rarefactions de ces airs le ſera auſſi. *Ce qu'il falloit trouver.*

VI. *Corol.* Cette raiſon étant donc, par exemple, comme p à q, l'on aura $a.x :: p.q.$ ou $aq = px$. Ce qui donnera $\frac{px}{q}$ pour l'air naturel (a), ſi l'on a l'air reſtant; ou $\frac{aq}{p}$ pour l'air reſtant (x), ſi l'on a l'air naturel: c'eſt-à-dire, la maſſe ou quantité d'air naturel $a = \frac{p}{q}$, en ſuppoſant celle de l'air reſtant $= 1$; ou celle-ci

ci $x = \frac{q}{p}$, en ſuppoſant celle de l'air naturel $= 1$. Ainſi l'on connoîtra ce qu'il y aura d'air de reſte dans le Balon après qu'on aura ceſſé de pomper; & par conſéquent auſſi le raport de ſa rarefaction à celle de l'air naturel qui y étoit avant qu'on pompât, pourvû qu'on ait remarqué le nombre des coups de piſton, & qu'on ſache le raport de la Pompe au Balon.

Exemple. Soit, ſi l'on veut, le Balon de la Machine pneumatique en queſtion, décuple de ſa pompe; 30, le nombre (n) des coups de piſton donnez pour l'épuiſer; & qu'on demande ce qu'il y doit reſter d'air après ces 30 coups de piſton, ou quel ſera pour lors le raport de la rarefaction de l'air reſtant à celle de l'air naturel. Je réponds qu'il y en doit reſter environ une dix-huitiéme partie de ce qu'il y en avoit avant que de pomper; & par conſéquent (*art.* 2. *avert.* 3.) que cet air reſtant y doit être environ dix-huit fois plus rarefié que l'air naturel.

Car en ce cas le logarithme $ls - lr$ de la raiſon du Balon plus la Pompe au ſeul Balon, ſera $= l\,11 - l\,10 = 10413927 - 10000000 = 413927$, lequel étant multiplié par $30 = n$, donnera 12417810 pour le logarithme $nls - nlr$ ($la - lx$) de la raiſon $\frac{a}{x}$ de l'air naturel à l'air reſtant. Donc en poſant l'air naturel $a = 1$, l'on aura -12417810 pour le logarithme de l'air reſtant x: or ce nombre eſt auſſi le logarithme d'environ $\frac{1}{18}$. Donc en ce cas l'air reſtant ſeroit environ une dix-huitiéme partie de l'air naturel du Balon; & par conſéquent auſſi (*art.* 2. *avert.* 3.) la rarefaction de l'air reſtant dans le Balon après 30 coups de piſton, ſeroit à celle de

de l'air naturel qui y étoit avant que de pomper, environ :: 18. 1. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME II.

VII. *Le raport de l'air naturel à l'air reſtant étant donné avec le nombre des coups de piſton, trouver le raport de la Pompe au Balon.*

SOLUT. Les noms demeurant encore les mêmes que ci-deſſus art. 3. & 4. l'on aura (*art.* 4.) $la - lx \sim nls - nlr$; & par conſéquent $\frac{la-lx}{n} \sim ls - lr$. Donc $\frac{la-lx}{n}$ eſt le logarithme de la raiſon de la capacité de la Pompe & du Balon pris enſemble, à celle du ſeul Balon. Cette raiſon étant ainſi connue, par exemple, comme de p à q, l'on aura $s.r :: p.q$. Et $s-r.r :: p-q.q$; c'eſt-à-dire que le logarithme de la raiſon de l'air naturel à l'air reſtant, diviſé par le nombre de coups de piſton, a toûjours pour quotient le logarithme d'une raiſon dont l'antécédent moins le conſéquent, eſt au conſéquent, comme la Pompe eſt au Balon. Ainſi ce quotient étant (*hyp.*) connu, la raiſon de la Pompe au Balon le ſera auſſi. *Ce qu'il falloit trouver.*

VIII. *Corol.* On voit delà que la capacité du Balon étant connue, celle de la Pompe ſera $\sim \frac{rp-rq}{q}$, & ſi l'on connoît la capacité de la Pompe, par exemple $s-r \sim e$, celle du Balon ſera $\sim \frac{eq}{p-q}$. De ſorte qu'en prenant la capacité (r) du Balon pour l'unité, l'on aura

ra $\frac{p-q}{q}$ pour celle de la Pompe ; & réciproquement si l'on prend la capacité (e) de la Pompe pour l'unité, l'on aura $\frac{q}{p-q}$ pour celle du Balon.

Exemple. Soit le raport donné de la masse de l'air naturel à celle de l'air resté dans le Balon de la Machine du vuide après 30 coups de piston, comme 18 à 1, c'est-à-dire, $a.x::18.1$. Et par conséquent aussi (*art.* 2. *avert.* 3.) le raport de leurs rarefactions :: 1. 18. Et qu'on demande le raport de la capacité du Balon à celle de la Pompe; je réponds que ce raport doit être environ comme 10 à 1, c'est-à-dire que la capacité du Balon doit être environ décuple de celle de la Pompe.

Car si l'on prend pour l'unité la masse de l'air rarefié au point qu'on le suppose dans la Machine en question après 30 coups de piston, c'est-à-dire $x = 1$, l'analogie $a.x::18.1$. donnée ci-dessus, rendra aussi $a = 18$. Ce qui donnera

$$ls - lr\left(\frac{la-lx}{n}\right) = \frac{l18-l1}{30} = \frac{12552725}{30} = 418424\frac{1}{6}$$

pour le logarithme du raport $\frac{r}{s}$, lequel logarithme étant environ la difference des logarithmes de 11 & de 10, prouve que ce raport de s à r, est à peu près celui de 11 à 10. Ainsi en prenant 10 pour la capacité (r) du Balon, l'on aura environ 11 pour la somme (s) des capacitez de la Pompe & du Balon pris ensemble; & par conséquent le Balon sera environ décuple de sa Pompe.

Cette derniere conséquence suit encore du Co-

Corollaire (*art.* 8.) de ce Problême ; puiſqu'en ce cas l'on auroit environ $p.q :: 11.10$. Et par conſéquent la capacité de la Pompe $= \frac{p-q}{q} = \frac{11-10}{10} = \frac{1}{10}$, en prenant celle du Balon pour l'unité ; ou bien la capacité du Balon $= \frac{q}{p-q} = \frac{10}{11-10} = \frac{10}{1}$, en prenant celle de la Pompe pour l'unité. D'où l'on voit, dis-je, encore que la capacité du Balon doit être environ décuple de celle de la Pompe. *Ce qu'il falloit trouver.*

IX. *Schol.* Si outre les choſes données dans ce Prob. 2. *art.* 7. l'on avoit auſſi la capacité du Balon, celle de la Pompe ſe pourroit trouver encore autrement ; ou ſi l'on avoit la capacité de la Pompe, celle du Balon ſe trouveroit encore auſſi. Car la Regle de l'art. 4. donnant $la - lx = nls - nlr$, l'on auroit $\frac{la-lx}{n} + lr$ pour le logarithme (ls) de la capacité de la Pompe & du Balon pris enſemble. Ainſi tout y étant (*hyp.*) connu, cette capacité le ſeroit auſſi. Il n'y auroit donc plus qu'à en retrancher, ou la capacité connue du Balon pour avoir celle de la Pompe, ou la capacité connue de la Pompe pour avoir celle du Balon.

PROBLEME III.

X. *Le raport de la Pompe au Balon étant donné, avec celui de l'air naturel à l'air reſtant ; trouver le nombre des coups de piſton neceſſaires, pour que ces raports ſe trouvent enſemble : par exemple, pour rarefier l'air en raiſon donnée dans une Ma-*

Machine pneumatique dont le Balon & la Pompe ſoient connus, ou d'une raiſon connue.

SOLUT. Les noms demeurant encore les mêmes que dans l'art. 3. & 4. l'on aura encore (*art.* 4.) $la - lx = nls - nlr$; & par conſéquent $\frac{la-lx}{ls-lr} = n$. C'eſt-à-dire que comme le logarithme de la raiſon de la capacité de la Pompe & du Balon pris enſemble, à la capacité ſeule du Balon, eſt au logarithme de la raiſon de l'air naturel à l'air reſtant, ainſi l'unité eſt toûjours au nombre cherché des coups de pompe ; ou (ce qui revient au même) le quotient du ſecond de ces logarithmes diviſé par le premier, eſt toûjours égal à ce nombre cherché. Ce qui eſt la Regle de M. *Bernoulli*, & *ce qu'il falloit trouver*.

Exemple. Soit la capacité du Balon de la Machine pneumatique dont on veut ſe ſervir, décuple de celle de ſa Pompe ; & qu'on demande le nombre des coups de piſton neceſſaires pour y rarefier l'air 18 fois plus qu'il ne l'étoit avant que l'on pompât. Je réponds qu'il faudra environ 30 coups de piſton pour cela.

Car puiſque (*hyp.*) la capacité du Balon eſt décuple de celle de ſa Pompe, ſi l'on prend celle-ci pour l'unité, celle (r) du Balon ſera $= 10$; ce qui donnera leur ſomme $s = 11$. Pareillement puiſqu'on veut que la rarefaction de l'air reſtant, ſoit à celle de l'air naturel contenu dans le Balon avant que de pomper :: 18. 1. la maſſe (x) de cet air reſtant doit réciproquement être (*art.* 2. *avertiſſ.* 3.) à celle (a) de cet air naturel :: 1. 18. De ſorte qu'en prenant auſſi

auſſi $x = 1$, l'on aura de même $a = 18$. Donc en ce cas l'on aura $n\left(\frac{la - lx}{ls - lr}\right) = \frac{l18 - l1}{l11 - l13} =$

$= \frac{12552725}{10413927 - 10000000} = \frac{12552725}{413927} = 30 + \frac{134915}{413927}$:

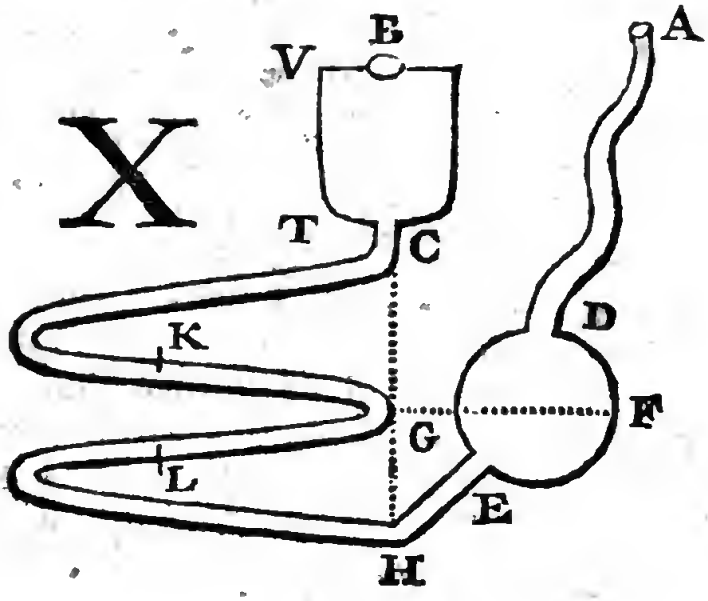
Ce qui ſignifie qu'il faut environ trente coups de piſton, ou trente & un quart, pour rarefier l'air de la Machine ſuppoſée dans la raiſon que l'on demande.

Telle eſt la maniere de rendre exactes les experiences de la Machine pneumatique, qu'on ſuppoſe dans l'uſage du Manometre dont il s'agit principalement ici, & dont on va donner la deſcription.

§. II.

Manometre ou Machine pour trouver le raport des raretez ou raréfactions des Airs naturels d'un même lieu en différens temps, ou de différens lieux en même ou en différens temps; & même des Airs reſtez dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques après quelque nombre que ce ſoit de coups de piſton de chacune.

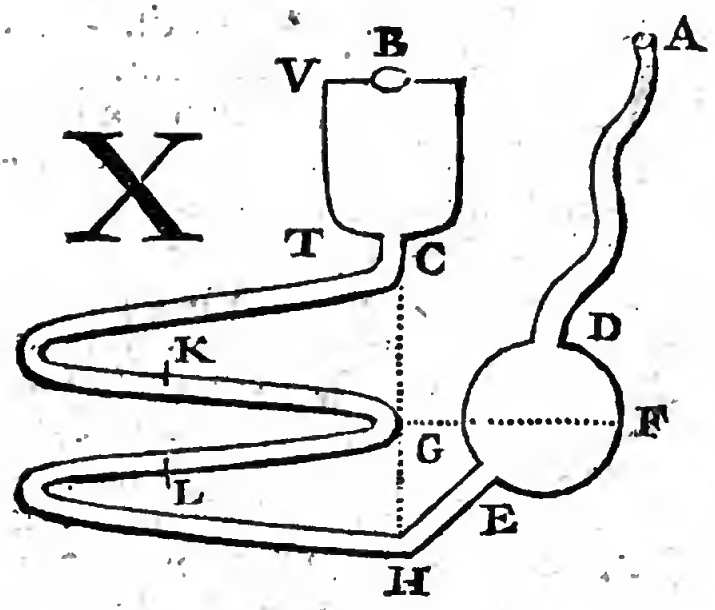
XI. Cette Machine eſt un Tuyau $CGHE$, qui porte à ſes extrémitez deux ventres ou têtes BC, DE, dont la premiere BC doit être de figure cylindrique, pour en diviſer plus aiſément la capacité en parties égales à celles de ce tuyau, s'il eſt néceſſaire de la diviſer, comme il le ſeroit ſi la liqueur, dont ce tuyau doit être à demi rempli, pouvoit monter dans cette tête; ou du moins pour connoître plus aiſément le raport de la capacité de cette même tête à celle de ce tuyau, ce qui ſeroit neceſſaire quand même il ſuffiroit de divi-



ſer la longueur de ce tuyau ſans diviſer la hauteur de ſa tête *B C*, comme il devroit ſuffire ſi la liqueur ne montoit jamais dans cette tête. La ſeconde *D E* ſera de telle figure qu'on voudra. Elles doivent être d'abord ouvertes toutes deux d'un petit trou en *B* & en *A*. Ce tuyau doit être replié en un paquet de la moindre hauteur poſſible : il n'importe de quelle maniére, pourvû qu'il ſoit toûjours en pente depuis le haut juſqu'au plus bas de ſes replis, c'eſt à dire ici, depuis *C* juſqu'en *H* ; il faut pour la commodité du calcul, que l'axe ou les côtez de ſa tête cylindrique *B C* ſoient verticaux ; & que l'horizontale *G F* paſſe environ par le milieu de la longueur de ce tuyau & de ſa tête *D E*. Il doit être rempli d'une liqueur colorée, telle qu'eſt celle des Barometres doubles, juſqu'à environ ce milieu. Il faut enſuite ſcêler ou boucher fort exactement le trou *B*, & laiſſer l'autre *A* ouvert avec un bec fort long

long & fort délié pour rendre l'évaporation de la liqueur fort difficile, retortillé en plusieurs façons en cas que cette forme y puisse aussi contribuer: du moins elle n'y nuira pas. La capacité de la boule ou ventre *DE* doit être à peu près égale à celles du tuyau & de la tête *BC* prises ensemble: il vaut mieux qu'elle soit plus grande que plus petite; il doit y avoir une assez grande quantité de liqueur pour que la compression de l'air de la Machine causée par le froid, ou par le poids de l'air exterieur qui pese sur la liqueur, ou par tous les deux ensemble, ne fasse jamais descendre cette liqueur jusqu'en *H*, que je suppose le plus bas du tuyau, de peur qu'il n'y entre de l'air extérieur, qui (comme l'on va voir) romproit toutes les mesures de la Machine. Les capacitez du tuyau de cette Machine & de sa tête *BC*, doivent aussi être telles que l'air qui est dedans, ne s'étende pas tout à fait jusqu'au bas de ce tuyau dans sa plus grande dilatation, de peur qu'il ne s'échape par le bec *DA* qu'on suppose ouvert; ce qui seroit encore un inconvenient égal au premier. C'est-pourquoi ce tuyau ne sauroit être trop long ni trop délié, pourvû que la liqueur s'y puisse mouvoir comme dans les Baromêtres doubles ou Thermometres.

Au reste cette proportion des parties de nôtre Machine n'est pas si rigoureuse qu'il ne soit aisé de la connoître soit en Hyver, & soit en Eté par le moyen du Thermometre de *Florence*: & peut-être même en quelque temps que ce soit, en environnant ce Thermometre de glace qui le refroidisse autant que l'Hyver, & en l'approchant ensuite du feu, ou en le plongeant dans de l'eau chaude qui l'échauffe au-



tant & plus que l'Eſté ; ſurtout en ajoûtant à la glace une colonne de mercure dans la branche de ce Thermometre par où l'air extérieur peſe, laquelle ſoit égale ou même plus haute que la plus grande différence de hauteur qu'on ait obſervée juſqu'ici dans celui des Barometres ; & cela, pour ſuppléer à ce qu'il s'en faudroit alors que le poids de l'atmoſphere ne fût auſſi grand qu'on l'ait jamais obſervé. Ces deux extrémitez de compreſſion & de dilatation de l'air du Thermometre de *Florence* feront aiſément reconnoître les proportions ſuffiſantes des parties de nôtre Machine, pour empêcher qu'il n'y entre ni ſorte de l'air ſelon les différens temps, en quelque lieu qu'on la porte, qui ſont les deux inconveniens qu'il falloit éviter.

XII. Cette Machine ainſi décrite, voici les définitions de quelques termes qui ſervent à la démonſtration de ſes uſages. L'eſpace *BCG*, que

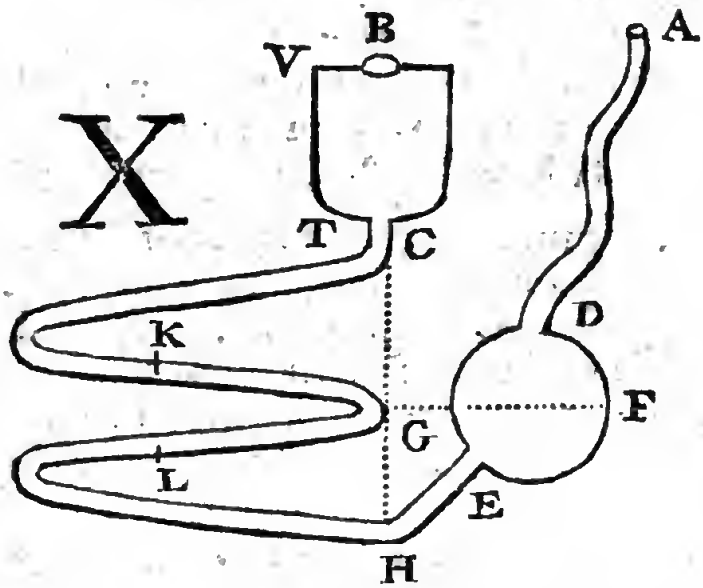
que l'air resté dans cette Machine y occupoit au temps de sa construction, c'est à dire, le premier volume de cet air dans cette Machine, s'appellera son *volume primitif*, ou *espace primitif*; & l'espace, par exemple, *BCK* que le changement de temps y fera occuper à ce même air, s'appellera son *volume* ou *espace réduit*. La densité ou la rarefaction du volume primitif de l'air de la Machine, s'appellera aussi sa *densité* ou sa *rarefaction primitive*; & la densité ou la rarefaction de son volume réduit, s'appellera de même sa *densité* ou sa *rarefaction réduite*. Quant à la Machine X, on l'appellera *Manometre*, à cause qu'elle doit servir à mesurer la rarefaction de l'air extérieur, lequel s'appellera aussi *Air naturel*. C'est de ce que cette Machine fait le Barometre & le Thermometre tout ensemble à la maniére du Thermometre de *Florence*, qu'elle devient propre à cet usage: voici comment.

XIII. La maniére dont cette Machine vient (*art.* 11.) d'être remplie, fait assez voir que ce qu'il y a d'air dans l'espace primitif *BCG*, est homogene & semblable à celui du dehors, c'est à dire que cet espace contient un volume d'air naturel égal à *BCG*.

XIV. On voit aussi que lorsque la liqueur de ce tuyau sera à niveau, par exemple en *FG*, l'air *BCG* sera d'une rarefaction préciſément égale à celle de l'air extérieur & naturel où se trouve pour lors la Machine. Car la colonne *GLH* soûtenant alors la colonne *FEH*, l'air *BCG* soûtiendra seul le poids de la colonne atmosphérique qui pese par le trou *A*. Donc cet air *BCG* sera pour lors autant comprimé par le

poids de l'atmoſphere, que celui du lieu où ſe trouve le Manometre ; & par conſéquent la chaleur étant (*hyp.*) égale de part & d'autre, l'air *BCG* ſe trouve alors d'une condenſation ou rarefaction préciſément égale à celle de l'air extérieur.

XV. Il eſt vrai que lorſque la liqueur ſe



trouvera plus haute du côté de *G* que du côté de *F*, il s'en faudra préciſément le poids de cette différence de hauteur, que l'air *BCG* ne ſoûtienne toute la colonne atmoſphérique qui peſe par le trou *A* ; & ſi la liqueur ſe trouve plus haute du côté de *F* que du côté de *G*, outre la colonne atmoſphérique, l'air *BCG* aura encore cette différence de hauteur à ſoûtenir, & en ſera de cela plus comprimé que l'air extérieur. Mais cette différence de hauteurs de part & d'autre devant toûjours être moindre que *BH* qui ſera auſſi petite qu'on voudra, ou du moins à fort peu près, à cauſe des replis

du

du tuyau qui ſont à diſcrétion, & preſqu'auſſi la hauteur de ſa tête *BC*; cette différence de hauteurs n'eſt preſque rien par rapport à celle d'une colonne de cette liqueur, capable de faire ſeule équilibre contre tout ce qu'il y a d'air qui peſe par le trou *A*. Ainſi l'on peut ſans beaucoup s'éloigner de la préciſion, regarder cette liqueur comme toûjours à niveau dans ce tuyau.

XVI. Or en cas on vient de voir (*art.* 14.) que l'air *BCG* ſeroit toûjours homogene & ſemblable à l'air du lieu où ſeroit le tuyau. Donc cette Machine eſt telle que, quelque changement qu'il arrive à l'air extérieur, l'air *BCG* ſera toûjours d'une rarefaction ou condenſation égale à celle de cet air extérieur, c'eſt à dire, homogene à l'air du lieu où le tuyau ſe trouvera. Et voilà à quoi ſert que cette Machine faſſe le Barometre & le Thermometre tout enſemble.

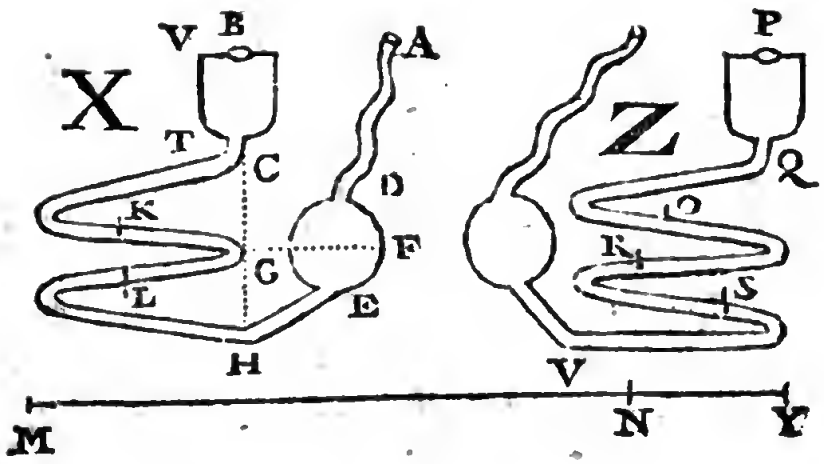
XVII. Il ſuit delà que lorſque le poids de l'air extérieur, ou la chaleur, ou tous les deux enſemble, feront que l'air *BCG* qui ſe terminoit auparavant en *G*, ſe termine par exemple en *K*; ce qu'il y avoit d'air dans *BCG*, ſe trouvera dans *BCK*, & cet air *BCK* ſera homogene à l'extérieur qui environne alors le Manometre. Donc les maſſes, en pareils volumes, de cet air extérieur & de celui qui étoit d'abord en *BCG*, ou (ce qui revient au même) leurs denſitez, ſeront alors entr'elles comme *BCG* à *BCK*, c'eſt à dire, comme l'eſpace primitif eſt à l'eſpace réduit. Ainſi en général on peut dire que *les denſitez ou les maſſes en pareils volumes, des airs naturels de différens temps, ſont toûjours en raiſon réciproque des eſpaces réduits d'un même Manometre, c'eſt-à-dire, en raiſon reciproque*

des eſpaces que ces airs extérieurs y font occuper à celui du tuyau; & par conſéquent auſſi leurs rarefactions en raiſon directe de ces eſpaces.

Par exemple, ſi dans le lieu *A* le premier Août 1704. le matin à 7 heures, l'air du Manometre X étoit en *L*; & que dans le lieu *B* le dernier Decembre à midi de la même année, cet air du Manometre X ait été en *K*; la denſité de l'air extérieur ou naturel du premier Août 1704. à 7 heures du matin dans le lieu *A*, aura été à la denſité de celui du dernier Decembre de la même année à midi, comme *BCK* à *BCL*; ou (ce qui revient au même) la rarefaction du premier aura été à celle du ſecond, comme *BCL* à *BCK*. Et ainſi du reſte, ſoit que *A* & *B* ſoient le même ou différens lieux.

XVIII. Voilà déja pour connoître avec un ſeul Manometre le raport des denſitez ou des rarefactions des airs extérieurs & naturels de différens temps, ſoit en même ou en différens lieux. Mais pour avoir ce raport en différens lieux en même temps, ou plutôt pour l'avoir en général, il faut autant de ces Machines qu'il y aura de lieux dont on voudra comparer les denſitez ou les rarefactions de l'air naturel & extérieur, ſavoir une en chacun de ces lieux: En voici la Regle.

Soient pluſieurs Manometres X, Z, &c. remplis d'abord juſqu'en *G*, *R*, &c. d'un même air ou de différens airs quelconques, c'eſt à dire, d'airs pris en un ou en différens lieux, en un même ou en différens temps; leſquels Manometres ſoient enſuite tranſportez où l'on vou-



voudra : par exemple, X à *Paris*, & Z à *Rome*.

Soient m, μ, les maſſes ou quantitez d'air naturel laiſſées dans ces machines dans le temps de leur conſtruction ; V, U, les volumes primitifs BCG, PQR, de ces maſſes, ou ce qu'elles y occupoient d'abord d'eſpace ; D, Δ, leurs denſitez primitives, ou ce qu'elles en avoient alors ; u, v, leurs volumes réduits BCK, PQS, ou ce qu'elles y occupoient d'eſpace dans les lieux & dans les temps dont on veut comparer les expériences ; & d, δ, leurs denſitez réduites, ou ce qu'elles y en avoient alors.

Manometres	X, Z.
Maſſes d'air compriſes dans ces Manometres	m, μ.
Volumes primitifs de ces maſſes. . .	V, U.
Leurs denſitez primitives.	D, Δ.
Leurs volumes réduits.	u, v.
Leurs denſitez réduites.	d, δ.

Cela posé, si l'on considére que la masse de quelque corps que ce soit, est toûjours comme le produit de son volume par sa densité, l'on aura $V \times D. U \times \Delta :: m. \mu : u d. \upsilon\delta.$ Donc $\frac{V \times D}{u d} = \frac{U \times \Delta}{\upsilon\delta}$, ou $d.\delta. :: \frac{V \times D}{u} . \frac{U \times \Delta}{u}$ sera une Regle générale par le moyen de laquelle le même ou différens Manometres donneront le raport des densitez, & par conséquent aussi des rarefactions des airs naturels d'un même lieu en différens temps, ou de différens lieux en même ou en différens temps.

REGLE.

$$d.\delta :: \frac{V \times D}{u} . \frac{U \times \Delta}{\upsilon} .$$

Si l'on doutoit que les masses fussent comme les produits de leurs volumes par leurs densitez, il n'y auroit qu'à supposer,

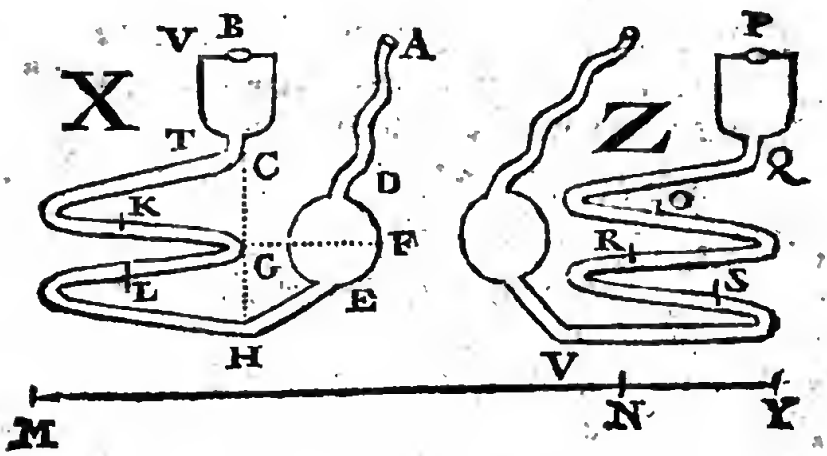
Trois masses . . . . . m, M, μ.
Dont les volumes fussent . . . . u, u, υ.
Et les densitez . . . . . d, δ, δ.

Alors on auroit $\begin{cases} m. M :: d. \delta. \\ M. \mu :: u. \upsilon. \end{cases}$

Donc aussi $m. \mu :: u. d. \upsilon\delta.$ *Ce qu'il falloit démontrer.*

XIX. Pour faire usage de la Regle précédente, & en tirer tous les raports dont on vient de parler, il faut premiérement considerer que la graduation du Manometre X donnant en nombres le raport de l'espace ou volume primitif BCG (V) à l'espace ou volume réduit BCK (u), donne toûjours en nombres la valeur de la fraction $\frac{V}{u}$. Par la même raison la gra-

graduation du Manometre Z donnera auſſi toûjours en nombres la valeur de la fraction $\frac{v}{v}$. Ainſi dans la Regle précédente (*art.* 18.) $d.\delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. il n'y a plus qu'à trouver le raport des denſitez primitives, D, Δ, pour avoir celui qu'on cherche entre les denſitez réduites d, δ, c'eſt à dire, entre les denſitez des airs extérieurs & naturels des lieux & des temps dans leſquels les Manometres X & Z ont donné les eſpaces réduits BCK (u) & PQS (v) où l'air de ces Machines ſe trouvoit avoir ces denſitez réduites.



Secondement pour avoir le raport des denſitez primitives D, Δ, que cet air avoit dans ces Manometres au temps de leur conſtruction, il faut auſſi conſidérer qu'en raſſemblant ces Manometres dans un même lieu, & en les y obſervant en même temps, les denſitez réduites de l'air qu'ils renferment, ſe trouvant alors

(*art.* 16.) égales à celle de l'air extérieur où ils ſe trouvent, elles doivent alors être égales entr'elles, c'eſt à dire que $d = \delta$. Donc auſſi pour lors (*art.* 18.) $\frac{V}{u} \times D = \frac{v}{v} \times \Delta$, ou $D.\Delta :: \frac{v}{v} . \frac{V}{u}$. Ainſi les fractions $\frac{v}{v}$, $\frac{V}{u}$, réſultantes de cette derniére obſervation faite ſur les deux Manometres X & Z à la fois, c'eſt à dire en même lieu & en même temps quelconques, ſe trouvant en nombres par le moyen des graduations de ces Manometres, ſuivant ce qui vient d'être dit ; l'on aura auſſi pour lors le raport des denſitez primitives D, Δ, des airs des Manometres X, Z, en quelque différence de temps & de lieux qu'ils aient été remplis.

Donc en comparant enſuite tout ce qu'on peut avoir fait d'expériences avec ces deux Manometres en quelque différence de lieux & de temps que ce ſoit, la Regle $d.\delta :: \frac{V}{u} \times D.\frac{v}{v} \times \Delta$, de l'art. 18. donnera auſſi le raport des denſitez d, δ, qu'avoient alors les différens airs de ces Manometres, & par conſéquent auſſi (*art.* 16.) les différens airs extérieurs & naturels des lieux & des temps où ces expériences auront été faites. *Ce qu'il falloit trouver.*

Par exemple, ſoit l'air du Manometre Z obſervé à *Rome* en *S* le dernier Août 1704. à midi, & celui du Manometre X obſervé à *Paris* en *K* le premier Decembre de la même année à 10 heures du matin, enſorte que les graduations de ces Manometres donnent $PQS = \frac{1}{4} PQR$, & $BCK = \frac{2}{3} BCG$: c'eſt à dire

dire (*art.* 18.) $v = \frac{5}{4}U$, & $u = \frac{2}{3}V$. En ce cas l'on aura $\frac{v}{u} = \frac{4}{5}$, & $\frac{V}{u} = \frac{3}{2}$; ce qui étant ſubſtitué dans l'Analogie générale $d.\delta :: \frac{V}{u} \times D.$ $\frac{v}{u} \times \Delta.$ de l'art. 18. donnera $d.\delta :: \frac{3}{2} D. \frac{4}{5} \Delta ::$ $15 D. 8 \Delta.$ pour l'expreſſion du raport cherché entre les denſitez d, δ, où l'air des Manometres X & Z étoit réduit à *Paris* & à *Rome* dans les temps précédens; de laquelle expreſſion les denſitez primitives D, de ce même air, reſtent encore à chaſſer par la ſubſtitution de l'expreſſion de leur raport.

Pour cela, ſoit le Manometre Z, qui étoit à *Rome*, apporté à *Paris* avec le Manometre X; & que l'air de celui-ci & de l'autre y ſoit obſervé en même lieu & en même temps quelconque, par exemple le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, en L & en O, enſorte que BCL ſoit $= \frac{6}{7} BCG$; & $PQO = \frac{1}{2} PQR$: c'eſt à dire (*art.* 18.) $u = \frac{6}{7} V$, & $v = \frac{1}{2} U$; ou $\frac{V}{u}$ $= \frac{7}{6}$, & $\frac{v}{u} = 2$. La Regle ou Analogie générale $d.\delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{u} \times \Delta.$ de l'art. 18. donnera ici $d.\delta :: \frac{7}{6} D. 2 \Delta :: 7 D. 12 \Delta.$ Mais les denſitez réduites d, δ, dont il s'agit ici, ayant été (*hyp.*) obſervées en même temps au même endroit de *Paris*, doivent (*art.* 16.) être égales chacune à celle de l'air extérieur de ce temps en cet endroit, & par conſéquent auſſi égales entr'elles. Donc l'on aura pareillement ici $7 D = 12 \Delta$; ce qui donne $D \Delta :: 12.7$. D'où

l'on voit qu'en quelque lieu & en quelque temps que les Manometres X & Z ayent été conſtruits, les denſitez primitives D, Δ, de l'air qu'ils contiennent, c'eſt-à-dire, les denſitez des airs extérieurs des lieux & des temps où ces Manometres ont été faits, étoient comme 12 à 5. lorſque ces airs y furent enfermez.

Le raport de ces denſitez primitives D & Δ, étant ainſi trouvé, il n'y a plus qu'à ſubſtituer leurs expreſſions 12 & 5 dans l'Analogie $d. \delta :: 15 D. 8 \Delta$. trouvée ci-deſſus pour l'expreſſion du raport des denſitez cherchées d, δ, de l'air des Manometres X, Z, ou des airs extérieurs de l'endroit de *Paris* où étoit le Manometre X le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, & de l'endroit de *Rome* où étoit le Manometre Z le dernier Août à midi de la même année; & l'on aura enfin pour ces mêmes denſitez cherchées $d. \delta :: 15 \times 12. 8 \times 5 :: 180. 40 :: 9. 2$.

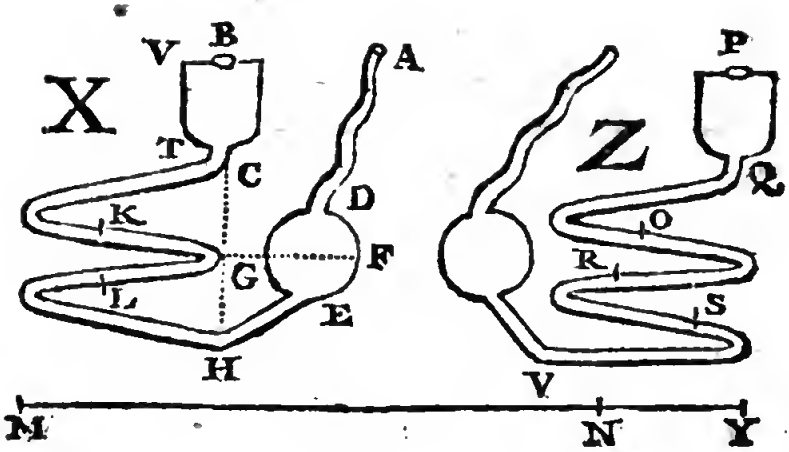
Ainſi nonobſtant la différence des airs dont les Manometres X & Z peuvent avoir été remplis, ſelon la différence des temps & des lieux où ils l'ont été; non-ſeulement l'expérience faite ſur tous les deux en même temps à *Paris*, ſavoir le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, donne le raport des denſitez primitives de ces airs, comme 12 à 5; mais encore cette expérience jointe aux deux premiéres faites, l'une à *Paris* avec le Manometre X le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, & l'autre à *Rome* avec le Manometre Z le dernier Août de la même année 1704. à midi, fait voir

voir que dans ces deux expériences-ci faites en ces différens temps à *Paris* & à *Rome*, la denſité réduite de l'air du Manometre X à *Paris*, étoit à la denſité réduite de l'air du Manometre Z à *Rome*, comme 9 à 2 : Et par conſéquent auſſi (*art.* 16.) que la denſité de l'air extérieur & naturel de l'endroit de *Paris* où étoit le Manometre X à 10 heures du matin le premier Decembre 1704. étoit à la denſité de l'air naturel de l'endroit de *Rome* où étoit le Manometre Z le dernier Août de la même année à midi, comme 9 à 2 ; ou (ce qui revient au même) que la rarefaction de l'air de *Paris* étoit à celle de l'air de *Rome*, comme 2 à 9.

XX. Voilà de quelle maniére des expériences faites en différens temps & en différens lieux avec différens Manometres, donneront le raport des denſitez ou des rarefactions de l'air naturel des lieux & des temps où ces expériences auront été faites, quelle qu'ait été la différence des denſitez ou des rarefactions primitives de l'air de ces deux Manometres, c'eſt-à-dire, en quelque différence de temps ou de lieux qu'ils en ayent été remplis au temps de leur conſtruction. Mais le calcul en ſeroit de la moitié plus court, & il ne ſeroit plus beſoin de raſſembler ces Manometres dans un même lieu pour les y obſerver en même temps, & pour en déduire (comme ci-deſſus *art.* 19.) le raport des denſitez primitives de l'air qu'ils contiennent, ſi cet air y avoit été enfermé en même temps & en même lieu : car cet air ſe trouvant alors le même dans ces Manometres X, Z,

Z, les denſitez primitives en ſeroient auſſi les mêmes; ce qui dans toutes les expériences faites en telle différence de temps & de lieux qu'on voudroit avec ces Manometres remplis d'un même air, donneroit toûjours & partout $D = \Delta$. Donc avec de tels Manometres la Regle générale $d. \delta :: \frac{v}{u} \times D. \frac{v}{u} \times \Delta.$ de l'art. 18. ſe changera en celle-ci $d. \delta :: \frac{v}{u}. \frac{v}{u}.$ De ſorte qu'en quelque temps & en quelque lieu qu'on s'en ſerve, il n'y aura que les valeurs ou le raport des fractions $\frac{v}{u}$, $\frac{v}{u}$, à trouver pour avoir celui des denſitez d, δ, ou des rarefactions des airs extérieurs & naturels de ces pays en ces temps-là; au lieu qu'avec d'autres Manometres remplis de différens airs, il faudroit chercher de plus le raport des denſitez primitives de ces airs; ce qui (comme l'on vient de voir *art.* 19.) doubleroit le calcul. Pour ce qui eſt de la valeur ou du raport des fractions $\frac{v}{u}$, $\frac{v}{u}$, les graduations des Manometres le donneront en nombres comme dans l'art. 19. Et avec cela ſeul l'analogie précédente $d. \delta :: \frac{v}{u}. \frac{v}{u}.$ donnera auſſi en nombres le raport des denſitez d, δ, ou des rarefactions des airs naturels des lieux & des temps où les Manometres remplis d'un même air quelconque, auront ſervi à faire les expériences à comparer.

Par exemple, ſoient préſentement les Manometres X & Z de *Paris* & de *Rome*, remplis



plis d'un même air, c'eſt-à-dire, d'un air pris en même temps & en même lieu dans le temps de leur conſtruction en ce même lieu, d'où ils ayent enſuite été tranſportez, l'un à *Paris*, & l'autre à *Rome*. Suppoſons que l'air du Manometre X ait été obſervé à *Paris* en *K* dans le temps t, & que celui du Manometre Z l'ait été en *S* à *Rome* dans le temps θ: enſorte que les graduations de ces Manometres donnent encore $BCK = \frac{2}{3} BCG$, & $PQS = \frac{3}{4} PQR$: c'eſt-à-dire (*art.* 18.) $u = \frac{2}{3} V$, & $v = \frac{3}{4} U$; ou $\frac{V}{u} = \frac{3}{2} V$, & $\frac{v}{v} = \frac{4}{3}$. Donc ſuivant l'analogie précédente $d.\delta :: \frac{V}{u} . \frac{v}{v}$. l'on aura $d.\delta :: \frac{3}{2} . \frac{4}{3} :: 15.$ 8. Ce qui ſignifie que la denſité de l'air extérieur & naturel du temps t à *Paris*, étoit à celle du temps θ à *Rome* (c'eſt-à-dire des endroits de *Paris* & de *Rome*, où étoient alors les Manometres X & Z) comme 15 à 8. De ſorte

que

que ſi t & θ ſignifient le même temps, par exemple, le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin; on pourra dire qu'alors la denſité de l'air naturel de *Paris* étoit à la denſité de l'air naturel de *Rome*, comme 15 à 8. Pareillement ſi t ſignifie encore le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, mais que θ ſignifie le dernier Août de la même année à midi; il faudra dire encore que le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, la denſité de l'air naturel de *Paris*, étoit à celle de l'air naturel de *Rome* du dernier Août à midi de la même année, comme 15 à 8; ou que les rarefactions de ces airs différens y étoient comme 8 à 15. Il en eſt ainſi de tous les autres lieux, ſoit en même ou en différens temps.

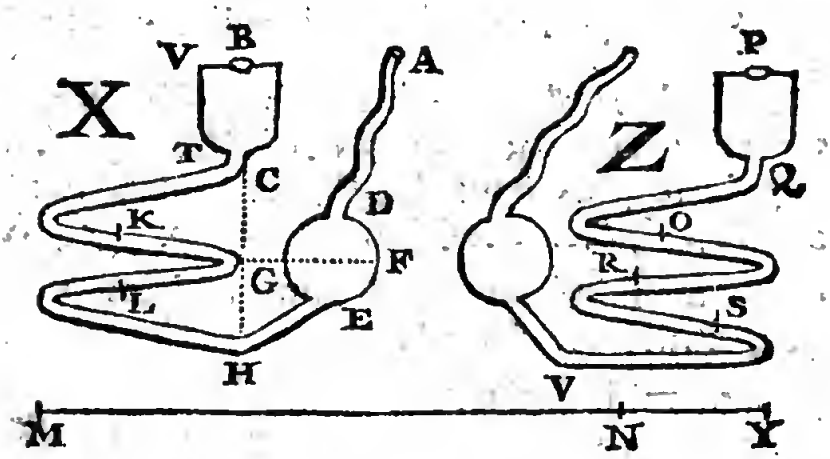
XXI. Pour ce qui eſt du raport des denſitez ou des rarefactions de l'air naturel d'un même lieu en différens temps, on le trouvera encore de la même maniére avec différens Manometres remplis d'un même air, c'eſt-à-dire, d'un air pris en même temps & en même lieu.

Par exemple, ſi l'on veut que la Machine Z, au lieu d'être à *Rome*, ſoit auſſi à *Paris* avec la Machine X, & que l'air de cette Machine Z y ſoit encore en S le dernier Août 1704. à midi; il faudra encore dire qu'à *Paris* la denſité de l'air naturel du premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, étoit à celle que ce même air y avoit le dernier Août de la même année à midi, comme 15 à 8.

XXII. Le raport des denſitez ou des rarefactions de l'air exterieur & naturel d'un même ou de différens lieux en différens temps, ſe peut

peut encore trouver avec le ſeul Manometre X. Car cette ſuppoſition rendant $V = U$, à cauſe que ces volumes primitifs V, U, ſe trouvent alors le même BCG; la Regle ou l'analogie $d.\ \delta :: \frac{V}{u}.\ \frac{v}{v}.$ de l'art. 20. donnera pour lors $d.\ \delta :: \frac{V}{u}.\ \frac{v}{v} :: v.\ u.$ c'eſt-à-dire (*art.* 18.) que les denſitez réduites de l'air du Manometre X, ou celles de l'air naturel des temps & des lieux où l'on s'en ſert, ſont toûjours entr'elles en raiſon réciproque des volumes ou des eſpaces réduits que l'air de cette Machine y occupe alors, ainſi que nous l'avons déja trouvé ci-deſſus art. 17.

Par exemple, ſi après avoir obſervé l'air du Manometre X en K dans le lieu A le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, enſorte que BCK ſe ſoit trouvé $= \frac{2}{3} BCG$; on tranſporte ce Manometre dans le lieu B, &



qu'on

qu'on y obſerve l'air en *L* le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, enſorte que *BCL* ſoit $=\frac{6}{5}BCG$: Alors (en prenant encore *d*, δ, ſuivant l'art. 18. pour les denſitez réduites de l'air du Manometre X dans les eſpaces réduits *BCK*, *BCL*,) on aura $d.\delta :: BCL.BCK :: \frac{6}{5}BCG.\frac{2}{3}BCG :: \frac{6}{5}.\frac{2}{3} :: 18.10 :: 9.5$. Et par conſéquent auſſi la denſité de l'air extérieur & naturel du lieu *A* le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, ſeroit à la denſité de l'air naturel du lieu *B* le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, comme 9 à 5. De ſorte que ſi *A* & *B* ne ſont que le même lieu, par exemple, le même endroit de *Paris*, il faudra dire qu'en cet endroit de *Paris* la denſité de l'air extérieur & naturel du premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, aura été à celle de l'air naturel du 15. Avril 1705. à 8. heures du matin en ce même endroit de *Paris*, comme 9 à 5. Ou (ce qui revient au même) que dans ces deux temps les rarefactions de l'air extérieur & naturel de cet endroit de *Paris*, étoient comme 5 à 9. Il en eſt ainſi d'une infinité d'autres exemples qu'on pourroit encore apporter de tout ceci.

XXIII. Il n'y a donc plus qu'à diviſer exactement chacun des eſpaces *BCGH*, *PQRV*, &c. depuis le plus haut *B*, *P*, &c. juſqu'au plus bas *H*, *V*, &c. des Manometres X, Z, &c. de la maniére que voici pour le Manometre X, dont (*hyp.*) *G* eſt le terme inférieur de l'eſpace primitif *BCG*.

Imaginons d'abord une ligne droite *MN* égale à la longueur de la partie du tuyau *CKG*; prolongeons enſuite cette ligne du côté de *Y*, d'une

d'une quantité NT à laquelle ſoit MN, comme la capacité de cette partie CKG du tuyau eſt à la capacité de toute ſa tête BC. Soit enſuite la ligne entiere MT diviſée en autant de parties égales que faire ſe pourra ſans confuſion, en commençant à compter 1, à la premiére diviſion du côté de T, & en continuant de ſuite par 2, 3, 4, 5, 6, &c. juſqu'à M ſelon l'ordre des nombres naturels.

Cette ligne MT étant ainſi diviſée & marquée, il faudra en porter les diviſions & les marquer ſur une autre ligne qui ſuive tous les contours $CKGH$ du tuyau du Manometre X, & tracée ſur la planche contre laquelle il doit être appliqué. Le point de cette ſeconde ligne, qui ſera vis à vis de G, doit être marqué du même chiffre que le point M de la premiére ligne MT; lequel chiffre doit être celui du nombre des parties dans leſquelles cette ligne MT aura été diviſée : par exemple 100, ſi cette ligne a été diviſée en 100 parties égales; 1000, ſi elle a été diviſée en 1000; & ainſi de tout autre nombre de parties égales dans leſquelles on pourroit l'avoir diviſée. Suppoſons qu'elle l'ait été en 100; & qu'ainſi le point M de la ligne MT, ſoit marqué 100; & tous les points de diviſion depuis celui-là juſqu'au dernier qui précede immédiatement T, ſoient marquez de ſuite par 99, 98, 97, 96, &c. juſqu'à cette derniére diviſion qui ſera marquée 1. Le point G de la ligne qui ſuit tous les contours du tuyau du Manometre X, doit donc ici être marqué par le nombre 100; la diviſion ſuivante du côté de C, marquée par 99; celle d'après, vers C encore, marquée par 98; & ainſi de ſuite

ſuite juſqu'en *C*, par 97, 96, 95, 94, &c. en rétrogradant ſelon l'ordre renverſé des nombres naturels: de ſorte que ſi le bout *NY* de la ligne *MY*, contient par exemple, 15 parties de la diviſion ſuppoſée; la marque 15 du point *N*, devra auſſi être celle du point *C* du Manometre.

On en demeureroit là du côté de *C*, ſi l'on étoit ſûr que la liqueur ne pût monter dans la tête *BC* du Manometre; mais ſi elle peut y monter, il faudra diviſer auſſi la hauteur *TV* de cette tête en autant de parties égales entr'elles que *NY* en contient de celles de la ligne *MN* ou *CKG*, par exemple ici en 15; la premiére diviſion d'après *T* vers *V*, doit être marquée par 14; la ſuivante encore vers *V*, marquée par 13; & ainſi de ſuite juſqu'à la derniére qui précéde immédiatement le point *V*, laquelle ſeroit enfin marquée par 1, ſi la compreſſion de l'air pouvoit ſe réduire juſques-là. Mais cela eſt ſi éloigné de la vrai-ſemblance, que la plûpart de ces derniéres diviſions paroiſſent aſſez inutiles: de ſorte qu'elles ne ſemblent devoir être continuées juſqu'à cette extrémité, que dans l'incertitude du petit eſpace auquel l'air du Manometre peut être réduit. Il eſt pourtant à remarquer que quand on ſeroit ſûr de celles qui doivent être inutiles, il ne faudroit pas laiſſer de les faire, parcequ'elles peuvent ſervir à regler les autres.

Après avoir reglé les diviſions du Manometre X depuis *G* juſqu'en *B*, c'eſt-à-dire, de tout ſon eſpace primitif *BCG*: Il faut maintenant regler celles du reſte *GLH* de ſon tuyau juſqu'au plus bas *H* de tous ſes points. Il n'y

a qu'à diviſer le reſte depuis *G* juſqu'en *H*, de la ligne qu'on ſuppoſe ſuivre tous les contours de ce tuyau ſur la planche où il eſt appliqué; en parties égales à celles de ſon autre partie *CKG*; après cela, marquer par 101, la premiére diviſion qui ſuit immédiatement le point *G* vers *H*; marquer par 102, la ſuivante encore vers *H*; celle d'après, par 103; & ainſi de ſuite juſqu'en *H* par 104, 105, 106, &c. de ſorte que ſi la capacité de *GLH* ſe trouve égale à celle de *GKCB*, le point *H* aura 200 pour ſa marque; & avec de telles diviſions ainſi marquées le Manometre X ſera gradué d'une maniére propre à s'en ſervir comme ci-deſſus. On gradûra de même le Manometre Z, & tel autre qu'on voudra.

Il eſt pourtant ici à remarquer que ſi au lieu de prendre la droite *MN* égale à la longueur de la partie *CKG* du tuyau du Manometre X, on l'eût priſe égale à ſa longueur *CKGLH*, & que l'on eût diviſé (comme l'on vient de faire) *MY* en parties égales entr'elles, l'on auroit trouvé tout d'un coup toutes les diviſions de cette longueur de tuyau *CKGLH*, comme l'on vient de trouver celles de ſa partie *CKG*: Mais alors le commencement *G* de ſon eſpace primitif *BCKG* auroit pû ſe trouver marqué d'une fraction qui auroit rendu le calcul moins facile qu'il ne l'eſt par le nombre entier qui s'y trouve toûjours ſuivant la diviſion précédente; c'eſt pour cela qu'on l'a préferée à celle-ci.

Il eſt encore à remarquer qu'on ſuppoſe par tout ici que le tuyau *CKGLH* eſt de même diamêtre dans toute ſa longueur; ce qui ſe peut véri-

vérifier par l'expérience. Et en cas qu'il ne le ſoit pas, on le diviſera en le rempliſſant de quelque liqueur, comme de vif argent, par portions égales entr'elles, ſi petites qu'on voudra pour le diviſer en plus de parties: la tête *BC*, quelle qu'elle ſoit, ſe diviſera de même en parties égales à celles-là. Il en eſt ainſi du Manometre *Z*, & de tel autre qu'on voudra.

USAGE DU MANOMETRE
Pour vérifier les expériences de la Machine pneumatique.

XXIV. Entre pluſieurs uſages que le Manometre peut avoir dans la Phyſique, un des principaux c'eſt de pouvoir ſervir à vérifier & à répéter au juſte, ou du moins à fort peu près, les expériences de la Machine pneumatique, en y joignant la Regle de l'art. 4. ci-deſſus, par laquelle on a vû (*art.* 5.) qu'on peut déterminer de combien l'air qui reſte dans cette Machine du vuide, après tel nombre de coups de piſton qu'on aura voulu, y eſt plus rarefié qu'auparavant.

Il eſt manifeſte que des expériences qui ne dépendent que de la rarefaction de l'air, réuſſiroient toûjours également ſi on ſavoit les faire dans des airs également rarefiez; & que faute de cette juſteſſe ces expériences répétées doivent différer d'autant plus entr'elles, qu'elles ſe feront dans des airs de raréfactions plus inégales. Ainſi quand une telle expérience avancée par un Auteur ne nous réuſſiroit pas, quelque ſoin que nous euſſions pris à la faire, il ne faudroit pas pour cela le condamner, mais ſeulement

lement douter ſi nous avons porté l'air de nôtre Machine pneumatique au même degré de rarefaction, auquel il étoit dans celle de cet Auteur lorſqu'il y a fait cette expérience. Pour l'y porter il faudroit que cet Auteur nous donnât les capacitez de la pompe & du balon de ſa Machine pneumatique, ou ſeulement leur raport, avec le nombre des coups de piſton donnez dans ſon expérience; & cela joint au Manometre & à la Regle dont je viens de parler, nous donneroit le nombre des coups de piſton néceſſaires pour réuſſir dans quelqu'autre Machine pneumatique que ce fût, dont les capacitez de la pompe & du balon ſeroient pareillement connues, ou du moins leur raport: Voici comment.

Les capacitez de la pompe & du balon de la Machine pneumatique de l'Auteur dont il s'agit ici, étant connues ou ſeulement leur raport, avec le nombre des coups de piſton qu'il aura donnez dans ſon expérience, la Regle de l'art. 4. dont je viens de parler, donneroit comme dans le Prob. 1. art. 5. le raport des raretez ou rarefactions de l'air reſté dans cette Machine, & de l'air exterieur du lieu où elle avoit été remplie. Enſuite par le moyen du Manometre, on connoîtroit auſſi de la maniére qu'on le vient de voir dans les art. 19. 20. 21. & 22. le raport des rarefactions de cet air exterieur du lieu, par exemple de *Londres*, où cette experience auroit été faite, dans le temps qu'elle y a été faite, & de l'air exterieur du lieu, par exemple de *Paris*, & du temps où on la veut répéter. Ainſi par le moyen de la Regle de l'art. 4. & de nôtre Manometre, on connoîtra déja le raport des rarefactions de l'air reſté dans

la Machine du vuide à *Londres* où l'on ſuppoſe que l'experience a été faite, & de l'air exterieur du lieu de *Paris* où l'on veut la répéter dans le temps qu'on l'y veut répéter. Enfin par le Prob. 3 art. 10. de la Regle de l'art. 4. on connoîtroit auſſi le nombre des coups de piſton néceſſaires pour donner à l'air de telle autre Machine pneumatique dont on voudroit ſe ſervir à *Paris*, & dont les capacitez du balon & de la pompe ſeroient données, ou ſeulement leur raport, une rarefaction qui ſeroit à celle de l'air exterieur du lieu où l'on voudroit répéter cette experience, en même raiſon que celle qu'on auroit déja trouvée entre les rarefactions de l'air reſté dans la Machine pneumatique de *Londres*, & de ce même air exterieur de *Paris*. Donc par le moyen de cette Regle & du Manometre, on ſauroit le nombre des coups de piſton néceſſaires pour réduire l'air de la Machine pneumatique de *Paris*, où l'on veut répéter l'experience de *Londres*, au même degré de rarefaction auquel il étoit dans celle de *Londres* lorſque cette experience y a été faite. Par conſéquent alors cette experience, qu'on ſuppoſe ne dépendre que de la rarefaction de l'air, ſe trouveroit la même à *Paris* qu'à *Londres*.

XXV. On trouvera de même le nombre des coups de piſton néceſſaires pour donner à l'air de la Machine pneumatique de *Paris*, une rarefaction qui ſoit à celle de l'air reſté dans la Machine pneumatique de *Londres*, en telle raiſon qu'on voudra : puiſqu'ayant trouvé (comme ci-deſſus *art.* 24.) le raport des rarefactions de l'air reſté dans cette Machine de *Londres*, & de l'air exterieur de *Paris*, qu'on veut rarefier en

en raiſon donnée par raport à celui-là; l'on aura pareillement le raport des rarefactions de cet air exterieur, & de l'air qui doit reſter pour cela dans la Machine pneumatique de *Paris*; & par conſéquent auſſi (*Prob.* 3. *art.* 10.) le nombre des coups de piſton de cette Machine, pour y donner à l'air une rarefaction qui ſoit à celle de l'air reſté dans la Machine de *Londres*, en la raiſon ſouhaitée.

On trouvera encore de même le raport des rarefactions des airs reſtez en differens temps & en differens lieux dans la même ou dans differentes Machines pneumatiques après un nombre quelconque de coups de piſton de chacune, les raports de leurs pompes à leurs balons étant auſſi donnez avec le nombre des coups de piſton de chacune, & avec l'état des Manometres dans ces differens temps & lieux. Car le Prob. 1. art. 5. donnant alors le raport de l'air reſté dans chacune de ces Machines pneumatiques, à l'air naturel & exterieur du lieu & du temps où l'on a fait l'experience; & les Manometres donnant auſſi, comme dans les art. 19. 20. 21. & 22. le raport de ces airs naturels & exterieurs, ou de leurs rarefactions; l'on aura par conſéquent par le tout enſemble le raport des airs reſtez, ou de leurs rarefactions dans ces differentes Machines pneumatiques, ou dans la même, en même lieu & en differens temps, ou en differens lieux, en même ou en differens temps, quel qu'ait été le nombre des coups de piſton de chacune.

Avertiſſement.

XXVI. Il eſt facile de voir par ce que l'on vient de dire de quelle conſéquence il eſt pour

la Phyſique, que les Auteurs qui nous donnent de telles experiences, y joignent auſſi les capacitez de la pompe & du balon de chacune de leurs Machines pneumatiques, c'eſt-à-dire, ce qu'il reſte de ces capacitez qui contient de l'air lorſque le piſton eſt le plus enfoncé, & de combien ce reſte de capacité augmente lorſqu'on retire le piſton ; & qu'ils y ajoûtent auſſi le nombre des coups de piſton donnez dans chacune de ces experiences, avec l'état où l'air ſe trouvoit alors dans leurs Manometres comparez aux nôtres, comme ci-deſſus art. 19. & 20. afin de pouvoir répéter & verifier leurs experiences en tel lieu & en tel temps qu'on voudra.

Au reſte, quoique les raports ou les proportions trouvez dans tout ceci, ſuivent exactement de la Phyſique qu'on y ſuppoſe : cependant comme cette Phyſique n'eſt pas préciſément dans les conditions d'où on la tire, mais ſeulement à peu près, ainſi que je l'ai marqué dans l'art. 15. ces raports ou proportions ne doivent auſſi être pris qu'à peu près, & non en rigueur géometrique ; ce qu'on trouvera peut-être encore d'une grande juſteſſe pour de la Phyſique auſſi compoſée que celle-ci. La dexterité de l'Ouvrier eſt ſur tout néceſſaire pour executer exactement la conſtruction du Manometre, dont l'exécution fournira peut-être des obſervations qui ſerviront à le perfectionner : je le ſouhaite pour l'avancement de la Phyſique, & je n'y prétens d'autre part que celle d'y avoir fait penſer.

OB-

OBSERVATIONS SUR LES MALADIES DES PLANTES.

Par M. TOURNEFORT.

* TOUS les corps organiſez ſont ſujets à certains changemens que l'on peut appeller maladies, par rapport à leur état naturel. Un arbre, par exemple, dont le tronc ſe pourrit, ou qui perd ſes feuilles avant la ſaiſon eſt malade, parce qu'on ne l'appelle ſain que lorſque ſes parties ſont bien conditionnées.

On peut rapporter les maladies des Plantes aux cauſes ſuivantes. 1°. A la trop grande abondance du ſuc nourricier. 2°. Au défaut ou manque de ce ſuc. 3°. A quelques mauvaiſes qualitez qu'il peut acquerir. 4°. A ſa diſtribution inégale dans les differentes parties des Plantes. 5. Enfin à des accidens exterieurs.

La trop grande abondance de ſuc nourricier le fait ſortir de lui-même hors de ſes vaiſſeaux : ainſi les eſpeces de Pins diſtillent naturellement preſque pendant toute l'année. L'épanchement eſt encore plus grand, ſi l'on fait des inciſions à ces arbres à coups de hache. La liqueur qui en découle s'appelle Terebentine lorſqu'elle conſerve ſa fluidité, & Galipot ou Réſine quand elle

* 14. Novembre 1705

elle devient ſolide: mais ſi ce même ſuc faute de vîteſſe ſe grumelle dans ſes propres tuyaux; s'il eſt obligé de s'y arrêter parcequ'ils ſont devenus craſſeux, & par conſéquent plus étroits qu'ils n'étoient; alors le ſuc qui continue de monter de la racine s'imbibe peu à peu dans les trachées, que l'on peut appeller les poûmons des Plantes, il en interrompt le commerce de l'air; & la circulation étant interceptée, ces arbres ſont ſuffoquez, & meurent par la même raiſon que les animaux que l'on étouffe.

Les Sapins ne ſont pas ſujets à cette maladie. Leur ſuc nourricier eſt moins abondant, plus fluide, & les vaiſſeaux qui traverſent l'écorce de ces arbres ſont plus gros: cette écorce eſt moins épaiſſe auſſi, d'où vient que dans le Printemps on voit les Sapins qui l'ont unie, & ſans crevaſſes, couverts de veſſies groſſes comme des noix. On peut comparer ces veſſies aux varices qui s'élevent ſur les jambes de pluſieurs perſonnes. Celles du Sapin ſont de veritables dilatations des vaiſſeaux qui avoient le plus de ſoupleſſe, & qui ont le moins réſiſté au cours du ſuc nourricier. La plûpart ſont ovales, rangées en travers, & pleines d'une excellente Terebentine plus claire, plus fluide que l'ordinaire, & qui ſent l'écorce de citron comme le baume du Levant.

Dans les pays chauds la trop grande abondance de ſéve produit au bout des branches des arbres que l'on taille en buiſſon, des tumeurs d'une ſubſtance ſpongieuſe qui ſe carie facilement, & ces arbres en portent bien moins de fruit. Si l'on coupe du bois plus qu'il ne faut aux arbres à haute tige, ils donnent peu de fruit; par-

parceque la séve trop abondante par rapport au bois qu'elle doit nourrir ne fait pousser que de nouvelles branches, au lieu de faire fleurir les vieilles dont les vaisseaux sont plus difficiles à pénétrer; ainsi le grand secret dans la culture des arbres fruitiers, c'est de ne couper que les branches qui se croisent, & qui les rendroient difformes; mais les mains démangent aux curieux.

La langueur & la mort de plusieurs Plantes montrent bien que le suc nourricier commence à leur manquer. Les feuilles ne jaunissent, ne se fanent, & ne tombent hors de leur saison que faute de nourriture, soit qu'elle leur soit dérobée par les petits vers qui s'y attachent, soit que le mal vienne des racines. Ces parties perdent peu à peu leur ressort. Elles se carient, se chancissent, & leurs couloirs se rempliſſent d'un certain limon qui empêche la filtration des sucs propres pour les autres parties. Si les racines se carient, le fumier de Vache ou de Cochon les rétablit, & arrête la carie, de même que le Storax liquide arrête la gangrene des animaux. Si elles sont chancies, il n'y a qu'à les bien laver dans l'eau claire pour détacher & entraîner tous ces petits filets de mousses qui commençoient à s'y engendrer. Pour ce qui est du limon qui fait le relâchement des fibres, & ensuite des obstructions, le terreau & la fiente de pigeon y remedient. La cendre de vigne, la chaux, la fiente de poule & de pigeon mêlées en Automne avec la terre qui couvre les racines des Oliviers & des Orangers paresseux, les excitent à fleurir & à porter des fruits: mais ces sortes de remedes ne conviennent pas à toutes sortes de Plantes. L'urine, l'eau de chaux,

l'eau de fumier un peu trop forte, les couches même trop chaudes deſſechent & brûlent, comme l'on dit, le chevelu des racines.

Ce n'eſt pas ici le lieu de parler de la mauvaiſe qualité de la ſéve qui vient du défaut des terres; je réſerve cette diſcuſſion pour un Traité d'Agriculture raiſonnée qui eſt déja fort avancé. Je ne parlerai donc que d'un vice qui rend les Plantes ſteriles dans les meilleurs fonds, où le ſuc nourricier devient ſi gluant qu'il ne ſauroit circuler, ni faire développer les parties qui doivent paroître ſucceſſivement les unes après les autres.

La Squille, l'Oignon portant laine, les eſpeces d'Aloes, & pluſieurs Plantes grâſſes fleuriſſent avec beaucoup plus de facilité dans les pays chauds, parceque la terre fournit un ſuc aſſez maigre, que la chaleur fait couler aiſément; au lieu que dans les pays froids ce ſuc eſt gluant, & devient comme une eſpece de mucilage qui ne ſauroit faire ſortir les tiges du fond de leurs racines. Le ſeul remede eſt d'élever ces ſortes de Plantes ſur couche, & dans des terres ſabloneuſes. Malgré cette précaution les Oignons qui viennent des *Indes* ne fleuriſſent qu'une ſeule fois dans ce pays-ci, parceque la jeune tige qui eſt dans le fond de la racine ſe trouve aſſez dévelopée avant le tranſport pour pouvoir s'élever & s'épanouïr, mais après cela le ſuc nourricier qui devient trop gluant, n'a pas la force de faire développer le jeune embryon qui eſt dans le cul de l'Oignon, & qui ne devoit paroître que dans un an.

La plûpart des Narciſſes & des Jacinthes, dont on coupe les feuilles après que leur fleur eſt paſſée, ne fleuriſſent pas bien ſouvent l'an-

née

née d'après. Il ſemble que le ſuc glaireux qui étoit en mouvement dans les racines de ces Plantes, & qui paſſoit à l'ordinaire dans les feuilles, ſe décharge ſur la jeune tige qui eſt au fond de la racine : il s'imbibe, il s'épaiſſit, il ſe fige dans cet embryon, & l'empêche de ſe développer dans le Printemps.

La ſterilité de pluſieurs Plantes ne dépend pas toûjours de la mauvaiſe qualité du ſuc nourricier. Souvent c'eſt une maladie qui vient de la diſtribution imparfaite de ce ſuc. J'ai vû un des plus beaux Pommiers du monde, dont la ſéve ſe répandoit ſi facilement dans les feuilles, qu'il ne fleuriſſoit pas. On l'ébrancha pendant l'Eté dans le deſſein de l'arracher en Automne; mais il s'aviſa, s'il m'eſt permis de me ſervir de ce terme, de pouſſer des branches toutes chargées de boutons à fleurs, qui ne s'épanoüirent pas ſeulement, mais qui donnerent quelques avortons de fruits. Cet heureux changement lui ſauva la vie. Le Pommier continua de fleurir, & de donner de bons fruits pendant long-temps. N'eſt-on pas obligé dans certaines années de faire manger aux beſtiaux les bleds qui pouſſent trop de feuilles, afin de contraindre le ſuc nourricier de gonfler la tige, & la faire élever en chalumeau? Les Orangers & les Figuiers qui ſont plantez dans de petites quaiſſes, donnent beaucoup plus de fruit que ceux dont la ſéve trouve à s'étendre dans les racines, au lieu de faire éclorre les fleurs & les embryons des fruits. On châtie les racines en les reſſerrant dans un petit terrain. C'eſt par cette methode que l'on a de bonnes graines de Pervenche & d'*Epimedium*, qui en pleine terre s'amuſent à tracer, & ne nouent pas.

Pour ce qui eſt des maladies cauſées par des accidens exterieurs, elles ſurviennent ordinairement par la grêle, par la gelée, par la moiſiſſure, par les Plantes qui naiſſent ſur d'autres Plantes, par la piqueure des inſectes, par differentes tailles ou inciſions que l'on fait aux Plantes.

La grêle qui tombe ſur les feuilles en meurtrit les fibres, & fait extravaſer le ſuc nourricier qui forme une dureté élevée en tumeur. Si la pluye tombe avec la grêle, l'impreſſion du coup eſt bien moindre, parceque les fibres amollies par l'eau obéïſſent au coup. D'ailleurs cette eau détergeant & emportant le ſuc qui commence à s'épancher, donne lieu aux fibres de ſe rétablir par leur reſſort, à peu près comme il arrive aux parties meurtries que l'on étuve ſur le champ.

La gelée au contraire fait perir les Plantes lorſqu'elles ſont mouillées, parceque l'eau qui ſe gele dans leurs pores les déchire en ſe dilatant, tout comme elle fait caſſer les vaiſſeaux où elle eſt enfermée.

La moiſiſſure eſt encore une maladie bien dangereuſe, qui attaque les Plantes pendant l'Hyver dans les ſerres qui ſont humides. L'humidité y fait éclorre les œufs ou les graines de certaines eſpeces de mouſſes & de champignons qui ſe trouvent dans le raiſeau de l'écorce: de même que cela arrive aux peaux de maroquin & de veau que l'on tient dans des caves. Le microſcope fait voir que la chanciſſure n'eſt qu'un parterre de Plantes que l'on vient de nommer; cependant leur racine, quelque menue qu'elle ſoit, acquiert un certain volume qui dilate peu à peu les parois du pore qui lui

tient

tient lieu de pot, & ces parois ſont enfin déchirées, parceque tous les pores voiſins ſont remplis de pareil embarras. La diſpoſition prochaine à ſe pourrir par trop d'humidité où ſe trouvent les fibres de l'écorce facilite ce déchirement, qui eſt bien-tôt ſuivi de la gangrene.

Pour éviter ce mal, il n'y a qu'à tenir les ſerres bien ſeches. On y conſerve pendant les Hyvers les plus rudes les Plantes même qui viennent des pays brûlez, pourvû qu'on les enferme dans des boetes bien vitrées, & qui ne ſoient gueres plus hautes que les Plantes. Bien loin que la gelée s'y faſſe ſentir, ou que la moiſiſſure s'y introduiſe, l'air que l'on y renouvelle pendant que le Soleil eſt dans ſa force, y eſt auſſi ſec que dans les mois les plus doux de l'année. Avec le ſecours de gros fumier dont on garnit le bas de ces boetes, on entretient les Plantes dans ce pays-ci plus heureuſement qu'avec les fourneaux dont on ſe ſert dans les pays froids. C'eſt un ſecret dont l'invention eſt dûe à un de nos plus illuſtres Academiciens, Mr. *Fagon*, dont le nom ſeul fait le plus parfait éloge.

Le Lierre, la Vigne de *Canada*, le Jaſmin de *Virginie*, pluſieurs eſpeces de *Bignonia*, la Cuſcute, le Guy, l'Hypociſte, le Lichen font moins de tort aux Plantes que la chanciſſure, quoiqu'elles vivent aux dépens des autres Plantes Paraſites; car leurs racines ne reçoivent leur nourriture que de l'écorce des autres, qu'elles détruiſent à la fin de même que le crepi des murailles.

On a fait voir dans l'*Hiſtoire des Plantes qui naiſſent aux environs de Paris*, comment les fruits

de Guy s'attachoient par leur glu à l'écorce des arbres, & comment ils y pouſſoient peu à peu de petites racines. Ces racines pénétrent bien avant dans le corps ligneux, & s'y greffent ſi bien qu'elles ne ſont plus que le même corps avec l'arbre dont elles ont pris poſſeſſion.

Il n'eſt pas ſi facile d'expliquer de quelle maniere l'Hypociſte ſe multiplie. Cette Plante ne croît jamais que ſur les racines de quelques arbuſtes, que l'on appelle des Ciſtes, qui ſe plaiſent dans les landes les plus ſeches des pays chauds. Environ deux pouces au-deſſus du collet de ces arbuſtes, ſort en maniere d'œilleton une plante bien differente du Ciſte, charnue comme une aſperge, accompagnée de quelques écailles au lieu de feuilles, & garnie d'un bouquet de fleurs en cloche, qui laiſſent chacune un fruit gros comme une noiſette, aſſez rond, charnu, rempli de ſemences menues couvertes d'une humeur gluante qui ſe deſſeche lorſqu'elles ſont mûres, mais qui revient quand on les humecte. Comme cette Plante pouſſe audeſſus du collet de la racine, qui eſt quelquefois couvert d'environ demi pied de terre, je ne vois pas d'autre chemin pour y faire paſſer les graines que les crevaſſes de la terre, qui dans l'Eté ſont fort communes dans les landes des pays chauds, & qui ſe reſſerrent aux premieres pluyes : ainſi la glu dont elles ſont envelopées s'humectant peu à peu, ne les colle pas ſeulement contre les racines du Ciſte, mais elle les fait éclorre, & leur ſert de premiere nourriture.

Il faut préſentement examiner les tumeurs des Plantes, & ſans nous arrêter à celles qui leur ſont naturelles, ou qui viennent d'une me-

méchante conformation, nous nous attacherons ſeulement à celles qui naiſſent à l'occaſion de la piqueure des inſectes. Ces petits animaux qui n'ont pas la force de bâtir leurs nids avec de la paille ou d'autres matieres comme ſont les oiſeaux, vont décharger leurs œufs dans les parties des Plantes qui les accommodent le mieux. La piqueure eſt ſuivie d'une tumeur, & cette tumeur eſt une ſuite de l'épanchement du ſuc nourricier, qui s'imbibant dans les pores voiſins, les fait gonfler à meſure qu'il en dilate les fibres. L'œuf ne manque pas d'éclorre au milieu de ce nid, & le ver ou le puceron qui en ſort y trouve ſa nourriture toute préparée. C'eſt ainſi que ſe forment les noix de galle, & toutes les tumeurs que l'on obſerve ſur les Plantes piquées.

Ce que l'on appelle en Levant les Pommes de la Sauge, ſont des tumeurs qui naiſſent ſur de belles eſpeces de Sauge à l'occaſion d'une ſemblable piqueure. Ces Pommes qui ont neuf ou dix lignes de diamêtre ſont preſque rondes, gris cendré, cottoneuſes, d'une chair blanche, un peu tranſparente, douce, & d'un goût fort agréable. On en porte des paniers dans les marchez. Cependant quoi que ces eſpeces de Sauge viennent parfaitement bien dans le Jardin du Roi, on n'y voit point de ces ſortes de Pommes, parce qu'apparemment il n'y a pas de nos inſectes qui ayent du goût à les piquer.

Il ſe peut faire auſſi que la ſéve du pays contribue à la bonté de ces ſortes de productions. Nous n'avons que de très-mauvaiſes noix de galles ſur nos Chênes, & je ne vois point de tubercules ſur nos Plantes qui ſoient bons à

manger. Ceux qui ſe forment ſur l'Eglantier & ſur le Chardon hemorroïdal ne ſervent que pour la Medecine, encore leurs vertus me paroiſſent bien ſuſpectes.

La graine d'Ecarlate merite plus d'attention. On obſerve une petite eſpece de punaiſe, couverte d'un duvet très-fin, attachée ſur les branches d'une ſorte de Chêne verd, qu'on appelle Kermes, lequel ſe trouve en abondance dans les pays chauds. Après que la punaiſe a piqué les environs de la queue des feuilles de cet arbriſſeau, la tumeur s'arrondit, & forme des grains d'environ deux lignes de diamêtre, remplis d'une ſubſtance d'un rouge très-vif qui envelope l'œuf d'un petit ver, & ce ver dans la ſuite laiſſe échaper une petite mouche. Le rouge vif qui ſe deſſeche eſt le paſtel de l'Ecarlate que l'on emploie ſi utilement pour les teintures, & pour la confection d'Alkermes.

Les moucherons, quelque petits qu'ils ſoient, s'en prennent ſouvent aux plus grands arbres. Ils piquent les feuilles des Ormes dans le Printemps, & donnent lieu à la formation de veſſies groſſes quelquefois comme le poing. Elles ſe rempliſſent d'un baume excellent pour les bleſſures, dans lequel on voit flotter des pucerons verdâtres, ſortis des œufs des moucherons; & ce qu'il y a de plaiſant, c'eſt que ces pucerons ſont comme autant de maſques qui couvrent de nouveaux moucherons.

Il en eſt de même des cornets du Terebinthe. Ils grouillent en pucerons qui nagent dans une Terebentine claire, odorante, épanchée dans des cornets coriaces qui ſe ſont formez ſur le Terebinthe à l'occaſion de la piqueure des moucherons.

Il

Il n'eſt pas aiſé de comprendre comment ſe forment les Ruches que l'on trouve ſur les extrémitez des branches de la *Picea*; cependant ces Ruches, quelque regulieres qu'elles ſoient, ſont l'ouvrage des moucherons. Un Eſſain de ces petits animaux vient piquer les branches de la *Picea* dans le temps qu'elles ſont encore tendres. Chaque moucheron fait ſon trou à la naiſſance d'une jeune feuille juſtement dans l'aiſſelle, c'eſt-à-dire dans l'endroit où la baſe de la feuille eſt attachée en travers contre la tige. Ainſi le ſuc nourricier qui s'extravaſe, élargit le trou de la piqueure, & fait écarter la baſe de cette feuille qui n'eſt encore que collée contre la tige; d'où vient que cette eſpece de playe prend d'abord la forme d'une petite bouche à levres velues, & enſuite celle d'une gueule qui laiſſe voir le creux de chaque cellule. Ces cellules toutes enſemble compoſent la Ruche. Elles ſont pleines dans l'Eté de pucerons verdâtres ou rougeâtres ſemblables à ceux qui naiſſent ſur les herbes potageres. Chaque puceron mis ſur le creux de la main ſe dévelope dans moins d'un demi quart-d'heure, & laiſſe échaper un petit moucheron.

La caprification, ou la maniere d'élever les Figuiers, dont les Anciens ont parlé avec tant d'admiration, n'eſt pas imaginaire, comme bien des gens le penſent; elle ſe pratique tous les ans dans la plûpart des Iſles de l'*Archipel* par le moyen des moucherons: les Figuiers y portent beaucoup de fruit; mais ces fruits qui ſont une partie des richeſſes du pays ne profiteroient pas, ſi l'on ne s'y prenoit de la maniere que je vais décrire. On cultive dans ces Iſles deux ſortes de Figuiers: La premiere eſpece s'appelle *Or-*

nos,

nos, du Grec litteral *Erinos*, qui ſignifie le Figuier ſauvage, ou le *Caprificus* des Latins. La ſeconde eſpece eſt le Figuier domeſtique : le ſauvage porte trois ſortes de fruits, qui ne ſont pas bons à manger, mais qui ſont abſolument neceſſaires pour faire meurir ceux des Figuiers domeſtiques : les fruits du ſauvage ſont nommez *Fornites*, *Cratitires* & *Orni*.

Ceux qu'on appelle *Fornites* paroiſſent dans le mois d'Août, & durent juſqu'en Novembre ſans meurir : il s'y engendre de petits vers de la piqueure de certains moucherons que l'on ne voit voltiger qu'autour de ces arbres. Dans les mois d'Octobre & de Novembre ces moucherons piquent d'eux-mêmes les ſeconds fruits des mêmes pieds de Figuier. Ces fruits que l'on nomme *Cratitires* ne ſe montrent qu'à la fin de Septembre, & les *Fornites* tombent peu à peu après la ſortie de leurs moucherons. Les *Cratitires* au contraire reſtent ſur l'arbre juſqu'au mois de Mai, & renferment les œufs que les moucherons des *Fornites* y ont laiſſez en les piquant. Dans le mois de Mai la troiſiéme eſpece de fruits commence à pouſſer ſur les mêmes pieds des Figuiers ſauvages qui ont produit les deux autres. Ce fruit eſt beaucoup plus gros, & ſe nomme *Orni*. Lorſqu'il eſt parvenu à une certaine groſſeur, & que ſon œuil commence à s'entr'ouvrir, il eſt piqué dans cette partie par les moucherons des *Cratitires*, qui ſe trouvent en état de paſſer d'un fruit à l'autre pour y décharger leurs œufs.

Il arrive quelquefois que les moucherons des *Cratitires* tardent à ſortir dans certains quartiers, tandis que les *Orni* de ces mêmes quartiers

tiers ſont diſpoſez à les recevoir. On eſt obligé dans ce cas-là d'aller chercher des *Cratitires* dans un autre quartier, & de les ficher à l'extrémité des branches des Figuiers dont les *Orni* ſont en bonne diſpoſition, afin que les moucherons les piquent. Si l'on manque ce temps-là, les *Orni* tombent, & les moucherons des *Cratitires* s'envolent s'ils ne trouvent pas des *Orni* à piquer. Il n'y a que les Païſans qui s'appliquent à la culture des Figuiers qui connoiſſent le vrai temps auquel il faut y pourvoir, & pour cela ils obſervent avec ſoin l'œuil de la Figue; car cette partie ne marque pas ſeulement le temps que les piqueurs doivent ſortir, mais auſſi celui où la Figue peut être piquée avec ſuccès. Si l'œuil eſt trop dur & trop ſerré, le moucheron n'y ſauroit dépoſer ſes œufs, & la Figue tombe lorſque cet œuil eſt trop ouvert.

Ce n'eſt pas-là tout le myſtere; ces trois ſortes de fruits ne ſont pas bons à manger, ils ſont deſtinez par l'Auteur de la nature, comme nous l'avons dit, pour faire meurir les Figues des Figuiers domeſtiques. Voici l'uſage qu'on en fait.

Dans les mois de Juin & de Juillet les Païſans prennent les *Orni* dans le temps que leurs moucherons ſont prêts à ſortir, & les vont porter ſur les Figuiers domeſtiques. Ils enfilent pluſieurs de ces fruits dans des fétus, & les placent ſur ces arbres à meſure qu'ils le jugent à propos. Si l'on manque ce temps-là, les *Orni* tombent, & les fruits du Figuier domeſtique ne meuriſſant pas, tombent auſſi dans peu de temps. Les Païſans connoiſſent ſi bien ces précieux momens, que tous les matins en fai-

faiſant leur revûe ils ne tranſportent ſur les Figuiers domeſtiques que les *Orni* bien conditionnez, autrement ils perdroient leur recolte. Il eſt vrai qu'ils ont encore une reſſource quoique legere ; c'eſt de répandre ſur les Figuiers domeſtiques les fleurs d'une Plante qu'ils nomment *Aſcolimbros* *. Il ſe trouve quelquefois dans les têtes de ces fleurs des moucherons propres à piquer ces Figues, ou peut-être que les moucherons des *Orni* vont chercher leur vie ſur les fleurs de cette Plante. Enfin les Païſans menagent ſi bien les *Orni*, que leurs moucherons font meurir les Figues du Figuier domeſtique dans l'eſpace d'environ quarante jours.

Ces Figues fraîches ſont fort bonnes. Pour les ſecher on les expoſe au Soleil pendant quelque temps, après quoi on les paſſe au four afin de les conſerver pendant le reſte de l'année. C'eſt une des principales nourritures des Païſans de l'*Archipel* ; car ils n'ont ordinairement que du pain d'orge, & des Figues ſeches. Il s'en faut bien pourtant que ces Figues ſoient auſſi bonnes que celles que l'on ſeche en *Provence*, en *Italie* & en *Eſpagne*. La chaleur du four fait perdre tout leur bon goût ; mais d'un autre côté elle fait perir les œufs que les piqueurs de l'*Orni* y ont déchargez, & ces œufs ne manqueroient pas de produire de petits vers qui endommageroient ces fruits.

Voilà bien de la peine & du temps perdu, dira-t-on, pour n'avoir que de méchantes Figues. Je ne pouvois aſſez admirer la patience des *Grecs* qui paſſent plus de deux mois à porter les piqueurs d'un Figuier à l'autre ; mais j'en

* *Scolymus Chryſanthemos C B. Pin.*

j'en appris bien-tôt la raiſon : car leur ayant demandé pourquoi ils ne cultivoient pas les eſpeces de Figuiers que l'on éleve en *France* & en *Italie* ; ils me répondirent que la grande quantité de fruits qu'ils retiroient de leurs Figuiers les leur faiſoit préferer aux nôtres. Un de leurs arbres produit ordinairement juſqu'à deux cens quatre vingt livres de Figues, au lieu que les nôtres n'en produiſent pas vingt-cinq livres.

Peut-être que les piqueurs contribuent à la maturité des fruits du Figuier domeſtique, en faiſant extravaſer le ſuc nourricier dont ils déchirent les tuyaux lorſqu'ils y déchargent leurs œufs. Peut-être auſſi qu'avec ces œufs ils laiſſent échaper quelque liqueur qui fermente doucement avec le lait de la Figue, & en attendrit la chair. Nos Figues en *Provence*, & à *Paris* même, meuriſſent bien plûtôt ſi on pique leurs yeux avec une paille, ou avec une plume graiſſée d'huile d'olive. Les Prunes & les Poires qui ont été piquées par quelque inſecte meuriſſent bien plûtôt auſſi, & même la chair qui eſt autour de la piqueure eſt de meilleur goût que le reſte. Il eſt hors de doute qu'il arrive un changement conſiderable à la tiſſure des fruits piquez. Il ſemble que la principale cauſe en doit être rapportée à l'épanchement de ſucs qui ne s'alterent pas ſeulement lorſqu'ils ſont hors de leurs vaiſſeaux, mais qui alterent les parties voiſines ; de même qu'il arrive aux tumeurs des animaux ſurvenues à l'occaſion des piqueures de quelque inſtrument aigu.

Après avoir examiné les tumeurs des Plantes, il faut examiner les bleſſures que l'on y fait pour les enter les unes ſur les autres, ou pour en tirer des liqueurs propres pour l'uſage de

de la vie. Vous ne trouverez pas mauvais, Meſſieurs, que j'aye l'honneur de vous entretenir de la maniere dont on tire le maſtic en larmes des Lentiſques dans l'Iſle de *Scio*.

Ce n'eſt pas la culture, comme l'on s'imagine, qui rend ces arbres propres à donner du maſtic; car dans *Scio* même il ſe trouve beaucoup de Lentiſques qui ne rendent preſque rien, & qui cependant ſont auſſi beaux que les autres; cela n'eſt pas ſurprenant. Combien y a-t-il de Pins dans nos forêts qui ne donnent preſque pas de réſine, quoiqu'ils ſoient de même eſpece que ceux qui en fourniſſent beaucoup? Ne voit-on pas la même choſe parmi ces ſortes de Cedres dont on tire l'huile de Cade*? La tiſſure des racines & du bois varie conſiderablement dans les individus de même eſpece. L'experience donc a fait connoître aux habitans de *Scio*, que la meilleure précaution que l'on pouvoit prendre pour avoir beaucoup de maſtic, étoit de conſerver & de provigner les Lentiſques qui naturellement en donnent beaucoup. C'eſt pour cette raiſon que ces arbres ne ſont pas alignez dans les champs, mais qu'ils ſont diſpoſez par pelotons ou boſquets gros ou petits, écartez fort inégalement les uns des autres. On décharge les vieux pieds de nouveaux jets qui empêcheroient qu'on ne les inciſât commodément. Du reſte on ne laboure pas la terre qui eſt au deſſous. On arrache ſeulement les Plantes qui y naiſſent. On la balaye proprement pour y recevoir le maſtic, & il eſt neceſſaire qu'elle ſoit dure & bien applanie.

On

* *Cedrus folio Cupreſſi, major, fructu flaveſcente CB. Pin.*

On commence les inciſions le premier jour du mois d'Août, coupant avec de gros coûteaux en travers & en pluſieurs endroits l'écorce des troncs des Lentiſques, ſans toucher aux jeunes branches. Le lendemain des inciſions le ſuc nourricier en diſtille par petites larmes, qui s'uniſſant enſemble forment les grains de maſtic. Ces grains ſe durciſſent ſur la terre, & compoſent quelquefois des plaques aſſez groſſes. Le fort de la recolte du maſtic eſt vers le 15. Août, pourvû que le temps ſoit ſec & ſerain; car ſi la pluye détrempe la terre, elle y envelope les larmes & les fait perdre. Voilà la premiere recolte du maſtic. Les mêmes inciſions en fourniſſent encore vers la *S. Michel*, mais en moindre quantité.

A l'égard de la Terebentine de *Scio*, on la recueille en la même Iſle, en coupant en travers avec une hache les troncs de gros Terebinthes. Ces inciſions ſe font depuis la fin de Juillet juſqu'en Octobre. La Terebentine qui en diſtille tombe ſur des pierres plates que les Payſans placent ſous ces arbres. Ils l'amaſſent avec de petits bâtons, & la font couler dans des bouteilles; mais ils ne prennent aucun ſoin des Terebintes, quoique de toutes les eſpeces de Terebentine celle-ci ſoit la plus eſtimée. Ces arbres naiſſent à *Scio* ſur les bords des vignes, & le long des grands chemins.

Pour remplir le dénombrement des cauſes auſquelles l'on a rapporté les maladies des Plantes, il nous reſte à parler des boſſes qui naiſſent autour des greffes. Comme les vaiſſeaux de la greffe ne répondent pas bout à bout aux vaiſſeaux du ſujet ſur lequel on l'a appliquée, il n'eſt pas poſſible que le ſuc nourricier

les

les enfile en ligne droite, ſi bien que le cal boſſu eſt inévitable. D'ailleurs il ſe trouve bien de la matiere inutile dans la filtration qui ſe fait de la ſeve qui paſſe du ſujet dans la greffe; & cette matiere qui ne ſauroit être vuidée par aucuns vaiſſeaux ni déferens, ni excretoires, ne laiſſe pas d'augmenter la boſſe.

Les levres de l'écorce des arbres que l'on taille pour enter, ou pour émonder, ſe tumefient d'abord par le ſuc nourricier qui ne ſauroit paſſer outre, à cauſe que l'extrémité des vaiſſeaux coupez eſt pincée, & comme cauteriſée par le reſſort de l'air. Il s'y fait donc comme une eſpece de bourlet, qui s'étend inſenſiblement de la circonference vers le centre par l'allongement des fibres, & la bleſſure ſe couvre par une eſpece de calotte qui envelope le bois coupé. Les fibres du chicot au contraire ne pouvant pas s'allonger, ſe deſſechent, & deviennent extrémement dures. C'eſt ce qui forme les nœuds dans le bois. On en voit ſouvent dans les planches de ſapin, qui s'en détachent comme une cheville que l'on chaſſe de ſon trou. Le bois des arbres qui ont été ſouvent taillez eſt revêche (comme diſent les Ouvriers) parcequ'il eſt tout traverſé de gros chicots endurcis, dont les fibres n'ont pas la même direction que celle du reſte du corps ligneux.

EX-

EXPERIENCE

Sur la chaleur que nous peuvent causer les rayons du Soleil réflechis par la Lune.

Par M. DE LA HIRE le fils.

* ON sait qu'un assez grand nombre de personnes attribuent à la Lune beaucoup de qualitez sans avoir des raisons fondées sur de bonnes experiences. Je n'entreprendrai point de faire le détail de ces qualitez ayant remarqué que presque tous ceux qui lui en attribuoient étoient de differens sentimens. Celle, à ce qu'il me semble, qu'on auroit pû lui attribuer avec plus de raison, auroit été la chaleur; parceque sa lumiere n'est que celle du Soleil réflechie qui en doit causer une, comme tout le monde sait: Cependant comme on n'avoit point fait, que je sache, d'experience pour détruire ni pour soûtenir les raisons qu'on auroit eues de lui attribuer cette qualité, j'ai fait celle qui suit le plus exactement qu'il m'a été possible pour savoir ce qu'on en devoit croire.

Au mois d'Octobre de cette année 1705, la Lune étant dans le meridien le jour de son opposition, le Ciel étant fort serein, j'y exposai le miroir ardent de 35 pouces de diamêtre qui est à l'Obsservatoire, & vers le foyer je mis la bou-

* 28. Novembre 1705.

boule d'un Thermometre à air de M. *Amontons*, qui eſt le plus ſenſible que nous ayons; enſorte que cette boule qui a 2 pouces de diamêtre recevoit exactement ſur toute ſa ſurface tous les rayons qui alloient ſe raſſembler au foyer; & ayant examiné la hauteur du mercure dans le tuyau après l'y avoir laiſſé quelque temps, je ne la trouvai point differente de ce qu'elle étoit auparavant, quoique les rayons fuſſent raſſemblez dans un eſpace 306 fois plus petit que leur état naturel, & qu'ils duſſent par conſéquent augmenter la chaleur apparente de la Lune de 306 fois.

Il ſemble que ſi une experience comme celle-ci, où non-ſeulement on raſſemble les rayons de la Lune dans un eſpace 306 fois plus petit que leur état naturel, mais où on les oblige de ſe croiſer en ſe raſſemblant; ce qui augmente l'effet de ces rayons réunis, comme il eſt évident en expoſant le miroir au Soleil, ne nous montre aucune chaleur apparente, nous devons croire qu'elle ne peut pas faire ſur nos corps aucune impreſſion d'une chaleur ſenſible.

D U

DU MOUVEMENT DES PLANETES SUS LEURS ORBES,

En y comprenant le mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie.

Par M. VARIGNON.

* DANS les Memoires de 1700. pag. 280 j'ai déterminé les forces centrales ou les péſanteurs néceſſaires aux Planetes vers le dedans de leurs Orbes, pour les leur faire décrire dans tous les Syſtêmes tant anciens que modernes; & alors je ne conſiderois que le mouvement de ces Planetes ſur les Orbes qu'on leur ſuppoſe d'ordinaire. Mais ſi l'on y ajoûte le mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie, en faiſant auſſi tourner ces Orbes ſur quelqu'un de leurs points; en ce cas le véritable mouvement de chaque Planete emportée par le mouvement circulaire de ſon Orbe autour de ce point fixe, pendant qu'elle parcourt ce même Orbe, ſe trouvera compoſé de ces deux-ci; & la force centrale de cette Planete vers ce point, propre à lui faire décrire la Courbe qui réſulte de cette compoſition de mouvemens, ſe trouvera auſſi compoſée de celles que ces deux mou-

* 5. Decembre 1705.

mouvemens ſéparez requiérent vers ce même point. C'eſt ce que l'on va voir ſuivre immédiatement de cette Courbe, qui eſt la ſeule que la Planete puiſſe réellement décrire: La voici, quel que ſoit l'Orbe ſuppoſé de la Planete.

PROBLEME.

Une Courbe quelconque ALB* *étant donnée, dont le plan ſe meuve de* A *vers* G *autour d'un de ſes points* C *fixe ſur le plan immobile* RSXZ, *pendant qu'un corps quelconque* L *décrit cet Orbe ſur le plan mobile, lequel emportant avec lui ce corps* L, *lui fait réellement tracer une autre Courbe* AHIM *ſur le plan immobile* RSXZ: *On demande la nature de cette Courbe* AHIM *formée par cette compoſition de mouvemens.*

I. SOLUT. Imaginons l'arc *AL* tracé par le corps *L* ſur le plan mobile *ALB*, pendant que ce plan paſſe en *alb*. Il eſt viſible que ſi l'on fait l'angle $LCl = ACa$, & qu'on prenne $Cl = CL$, le point *l* du plan fixe *RSXZ* ſera celui où ſe rencontrera le point *L* de la Courbe *ALB* lorſque ſon plan mobile ſera en *alb*, c'eſt-à-dire, le point où ſera pour lors le corps *L* ou le point *décrivant*; & par conſéquent un de ceux de la Courbe *AHIM* qu'il doit tracer ſur le plan immobile *RSXZ* par le concours de ſon mouvement ſuivant *ALB* ſur ce plan mobile, & de celui de ce plan de *A* vers *G* autour de ſon point fixe *C* ſur le plan immobile *RSXZ*.

De même le plan mobile *ALB* étant en *alb*, ſi l'on conçoit qu'il continue de ſe mouvoir vers

* FIG. I.

vers G, & qu'il paſſe en $\alpha\lambda\beta$ dans le temps que le corps *décrivant* parcourt lf ſur ce plan, c'eſt-à-dire (en imaginant du centre C par f, l'arc de cercle $\lambda feFEQP$) dans le temps qu'il auroit décrit LF ſur ce même plan, ſi ce plan fût demeuré en ALB ; & qu'après avoir fait l'angle $fc\lambda = aC\alpha$, l'on prenne $C\lambda = Cf$; le point λ du plan fixe $RSXZ$, ſera auſſi celui où ſe rencontrera le point f de la Courbe alb, c'eſt-à-dire, le point F de la Courbe ALB, lorſque ſon plan mobile ſera en $\alpha\lambda\beta$: De ſorte que $l\lambda$ ſera la partie de la Courbe $AHlM$, que le point *décrivant* tracera ſur le plan immobile $RSXZ$ dans le temps qu'il tracera lf ou LF ſur le plan mobile alb ou ALB, & que ce plan paſſera de alb en $\alpha\lambda\beta$. Par conſéquent en prenant cette partie lf ou LF de la Courbe donnée alb ou ALB, pour infiniment petite, c'eſt-à-dire, les poſitions alb & $\alpha\lambda\beta$ du plan mobile ALB, pour infiniment proches l'une de l'autre; l'on aura $l\lambda$ pour l'élément de la Courbe cherchée $AHlM$.

Si l'on prolonge les arcs circulaires lL & λF juſqu'à la rencontre des rayons Ca & $C\alpha$ en N & en O; l'on aura auſſi NO pour l'élément d'une autre Courbe ANQ, dont la rencontre N ou O avec l'un ou l'autre de ces arcs, déterminera le lieu a ou α de l'Apogée ou de l'Aphelie pour le temps que la Planete ſera en l ou en λ. C'eſt pour cela que cette Courbe s'appellera dans la ſuite *Déterminatrice de l'Apogée* ou *de l'Aphelie*. La précédente $AHlM$ s'appellera l'*Orbe immobile* ou *réel* de la Planete; & la donnée ALB, ſon *Orbe mobile* ou *ſuppoſé*.

II. Cette conſtruction donnera de plus les élémens $LE = le$, $EF = ef$, $PO = f\lambda$, de

même que les angles $ACa = LCl = FCf$, $LCF = lCf$, $aC\alpha = fC\lambda$.

Donc en nommant AC, b; Aa, x; LC ou FC, r; EF ou ef, dz; & $e\lambda, dy$; l'on aura non-seulement LE ou $le = dr$; mais encore $\alpha C\ (b).\ OC\ (r) ::\ a\alpha\ (dx).\ PO$ ou $f\lambda = \frac{r\,dx}{b}$. Par conſéquent l'équation $dy = dz + \frac{r\,dx}{b}$, ou $dz = dy - \frac{r\,dx}{b}$ exprimera la nature de chacune des Courbes $AHlM$ & ANQ, ſelon qu'on y ſubſtituera la valeur de dx ou de dy, avec celle de dz réſultante en dr de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB.

III. Pour cela il faut conſiderer que puiſque (*hyp.*) l'Apogée ou l'Aphelie parcourt $a\alpha$ dans l'inſtant que la Planete parcourt $l\lambda$, ſi l'on ſuppoſe à la maniere de *Kepler* que les eſpaces ACa, ſont entr'eux comme les tems employez par l'Apogée ou par l'Aphelie à parcourir les arcs correſpondans Aa, & que les eſpaces $AClHA$ ſont auſſi entr'eux comme les temps employez par la Planete à parcourir les arcs correſpondans AHl: Cela (dis-je) ſuppoſé, les élémens contemporains $aC\alpha$, $lC\lambda$, de ces eſpaces ſeront entr'eux en raiſon conſtante; par exemple, $aC\alpha\ \left(\frac{h\,dx}{2}\right).\ lC\lambda\ \left(\frac{r\,dy}{2}\right) ::\ m.n.$ Ce qui donnera $dx = \frac{m\,r\,dy}{n\,h}$, & $dy = \frac{n\,h\,dx}{m\,r}$. Donc en ſubſtituant ſucceſſivement ces valeurs de dx, dy, dans l'équation générale $dz = dy - \frac{r\,dx}{h}$ de l'art. 2. l'on aura $dz = dy - \frac{mrrdy}{nhh} = \frac{nhh - mrr}{nhh} \times dy$,

&

& $dz = \frac{nhdv}{mr} - \frac{rdx}{h} = \frac{nhh - mrr}{mhr} \times dx$ pour les équations ſpécifiques des Courbes $AHIM$, ANQ, après que l'on y aura auſſi ſubſtitué la valeur de dz réſultante en dr de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB.

IV. Mais antérieurement à cela, & encore en général, l'analogie précédente (*art. 3.*) $\frac{hdx}{2}. \frac{rdy}{2} :: m. n.$ donnant $dx. dy :: \frac{m}{h}. \frac{n}{r}.$ l'on aura auſſi $\frac{rdx}{h}$ $(OP). dy$ $(\lambda e) :: \frac{mr}{hh}. \frac{n}{r} ::$ $mrr. nhh.$ Donc les élémens contemporains PCO, $eC\lambda$, des eſpaces $ACNA$, $ACIHA$; & par conſéquent auſſi ces eſpaces contemporains ſont entr'eux comme mrr eſt à nhh.

De plus l'analogie $\lambda e. OP :: nhh. mrr.$ donnant $\lambda e. \lambda e - OP$ $(FE) :: nhh. nhh - mrr,$ l'on aura auſſi les eſpaces contemporains $ACIHA. ACLA :: nhh. nhh - mrr.$ Donc les trois eſpaces contemporains $ACNA$, $ACIHA$, $ACLA$, ſont entr'eux comme $mrr, nhh, nhh - mrr$, le ſecond valant les deux autres.

EXEMPLE.

V. Pour faire maintenant quelque uſage de ce que l'on vient de trouver en général, que l'Orbe mobile ALB ſoit une Ellipſe, dont $AB = a$ ſoit le grand axe; & $DC = c$ la diſtance de ſes foyers C, D; ſon équation (par rapport au foyer C) ſera $dz = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$ en ſuppoſant $bb = aa - cc$. Si l'on ſubſtitue cette valeur de dz dans les deux dernieres équa-

tions $dz = \frac{\overline{nhh-mrr}}{nhh} \times dy$, $dz = \frac{\overline{nhh-mrr}}{mhr} \times dx$ de l'art. 3. elles ſe changeront en $\frac{bdr}{\sqrt{4ar-4rr-bb}} = \frac{\overline{nhh-mrr}}{nhh} \times dy$, $\frac{bdr}{\sqrt{4ar-4rr-bb}} = \frac{\overline{nhh-mrr}}{mhr} \times dx$: c'eſt-à-dire que $dy = \frac{nbhhdr}{\overline{nhh-mrr} \times \sqrt{4ar-4rr-bb}}$, & $dx = \frac{mbhrdr}{\overline{nhh-mrr} \times \sqrt{4ar-4rr-bb}}$, dont la premiere eſt l'équation de l'Orbe immobile cherché $AHlM$, & la ſeconde eſt celle de la Courbe ANQ déterminatrice du mouvement de l'Apogée ou de l'Aphelie.

VI. On a vû dans les Memoires de 1700. & de 1701. quelles doivent être les péſanteurs ou les forces centrales des Planetes vers un des foyers d'une Ellipſe immobile pour la pouvoir décrire : Voici préſentement quelles doivent être leurs péſanteurs ou forces vers ce foyer C, où l'on ſuppoſe que le Soleil eſt placé, pour décrire comme dans l'art. 1. l'Orbe immobile $AHlM$ par le concours de leur mouvement autour de cette Ellipſe, & de celui de cette Ellipſe elle-même autour de ce foyer fixe C.

Soient t les temps employez par le corps l à décrire cette Courbe $AHlM$. L'on aura (*art.* 3.) chaque inſtant dt en raiſon de l'eſpace élémentaire $lC\lambda\left(\frac{r\,dy}{2}\right)$ décrit par le rayon Cl pendant cet inſtant, par exemple, $dt = r\,dy$. Mais en nommant auſſi $l\lambda$, ds; & f, la force centrale tendante en C : la Regle générale des forces centrales des Memoires de 1700. pag. 110 & 286 où

où $NP\ (-dr)$ s'appelloit dx; & ces forces, y; donnera ici $f = \frac{ds\,dds}{dx\,dt^2} = \frac{ds\,dds}{-dr\,dt^2}$ pour cette Regle dans laquelle $lC\lambda\ (\frac{1}{2}r\,dy)$ ou dt doit être conſtant.

Cela poſé, l'équation de la Courbe $AHlM$, trouvée dans l'art. 5. donnant

$$\frac{nhh - mrr}{nnbbh^4} \times 4ar - 4rr - bb \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2,$$

donnera auſſi $\frac{nnh^4 - 2mnhhrr + mmr^4}{nnbbh^4} \times 4ar - 4rr - bb + \frac{nnbbh^4}{nnbbh^4} = \frac{ds^2}{dy^2}$, ou $\frac{ds^2}{rr\,dy^2}\left(\frac{ds^2}{dt^2}\right) =$

$$= \frac{nnh^4 - 2mnhhrr + mmr^4 \times 4ar - 4rr - bb + nnbbh^4}{nnbbh^4rr} =$$

$$= \frac{4nnarh^4 - 4nnrrh^4 - 8mnar^3hh + 8mnhhr^4 + 2mnbbhhrr}{nnbbh^4rr}$$

$$+ \frac{4mmar^5 - 4mmr^6 - mmbbr^4}{nnbbh^4rr} =$$

$$= \left\{ \frac{4nnarh^4 - 4nnrh^4 - 8mnarrhh + 8mnhhr^3 + 2mnbbhhr + 4mmar^4 - 4mmr^5 - mmbbr^3}{nnbbh^4r} \right.$$

Donc en faiſant dt conſtante ſuivant la Regle, l'on aura $\frac{2\,ds\,dds}{dt^2} =$

$$= \left\{ \frac{-4nnrh^4 - 16mnarrhh + 24mnhhr^3 + 2mnbbhhr + 16mmar^4 - 20mmr^5 - 3mnbbr^3 - 4annh^4 + 4nnh^4r + 8arrmnhh - 8mnhhr^3 - 2mnbbhrr - 4mmar^4 + 4mmr^5 + mmbr^3}{nnbbh^4rr} \right. \times dr =$$

$$= \left\{ \frac{-8mnarrhh + 16mnhhr^3 + 12mmar^4 - 16mmr^5 - 2mmbbr^3 - 4annh^4}{nnbbh^4rr} \right. \times dr.$$

Donc enfin $\left\{ \frac{4mnarrhh - 8mnhhr^3 - 6mmar^4 + 8mmr^5 + mmbbr^3 + 2annh^4}{nnbbh^4rr} \right. =$

$= \frac{dsddx}{-drdt^2} = f$ qui exprimera la pésanteur ou la force centrale vers C nécessaire à la Planete l pour décrire l'Orbe immobile $AHlM$. *Ce qu'il falloit trouver.*

VII. Si l'on veut maintenant que cette Planete l soit la Terre, & C le Soleil, ou réciproquement: le mouvement annuel de l'Aphelie, ou de l'Apogée se trouvera de 1′. 1″. 10‴. suivant le Pere *Riccioli* dans son *Almag.* Tom. 1. Liv. 3. Chap. 25. pag. 158. Donc puisque (*art.* 4.) $nhh.mrr :: \lambda e.OP :: \lambda Ce.OCP$. Et que ces angles instantanez & contemporains sont entr'eux comme leurs sommes annuelles, c'est-à-dire ici, comme une révolution entiere de 360. deg. de la Terre autour du Soleil, ou du Soleil autour de la Terre, aux 1′. 1″. 10‴. du mouvement annuel de son Aphelie ou Apogée; l'on aura $nhh.mrr :: 360.1' + 1'' + 10''' :: 360^d.3670''' :: 77760000.3670 :: 21188\frac{+}{367}.1$. ou pour éviter la fraction, $nhh.mrr :: 21188.1$. ce qui donne $nhh = 21188mrr$. Donc en substituant cette valeur de nhh dans celle qu'on vient de trouver (*art.* 6.) de la force centrale (f) dont la Planete l doit tendre vers C pour décrire l'Orbe immobile $AHlM$, l'on aura ici $\frac{897947344r - 169496rr + bb}{448931344bbr^3}$, pour une pareille force centrale de la Terre l vers le Soleil C, ou du Soleil l vers la Terre C, selon qu'on fera mouvoir la Terre autour du Soleil, ou le Soleil autour de la Terre.

VIII. Une semblable substitution de nhh (*art.* 7.) $= 21188mrr$ dans les équations $dy = \frac{nbhhdr}{nhh - mrr \times V\,4ar - 4rr - bb}$, &

dx

$dx = \frac{mbhrdr}{nhh - mrr \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, les changera de même en $dy = \frac{21188bdr}{21187 \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$ & $dx = \frac{bhdr}{21187r \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, dont la premiere exprimera l'Orbe immobile $AHlM$ de la Terre l autour du Soleil C, ou du Soleil l autour de la Terre C; & la seconde exprimera la Courbe ANQ déterminatrice de l'Aphelie de la Terre, ou de l'Apogée du Soleil.

HYPOTHESE DE M. NEWTON.

IX. *Voilà ce qui réſulte du mouvement de l'Aphelie ou de l'Apogée a, comparé avec le mouvement effectif de la Planete l ſur ſon Orbe immobile $AHlM$, en ſuppoſant à la maniere de *Kepler*, que les eſpaces $ACaA$ ſont entr'eux, & les eſpaces $AClHA$ auſſi entr'eux, comme les temps employez à les décrire par les rayons correſpondans Ca, Cl. Voici maintenant ce qui réſulte d'une pareille comparaiſon de ce mouvement effectif de la Planete l ſur ſon Orbe immobile $AHlM$, avec celui qu'on ſuppoſe qu'elle a en L ſur ſon Orbe mobile ALB, en ſuppoſant de même à la maniere de *Kepler*, que les eſpaces $AClHA$ ſont ici entr'eux, & les eſpaces $ACLA$ auſſi entr'eux, comme les temps que les rayons correſpondans Cl, CL, employent à les décrire en tournant avec

* FIG. I.

avec la Planete autour du point fixe C; ce qui rend ici les eſpaces $ACLA$ en raiſon conſtante avec leurs correſpondans $ACIHA$: Par exemple, $p.q :: ACLA. ACIHA :: \int\frac{LC\times EF}{2}.\int\frac{IC\times e\lambda}{2} :: \frac{LC\times EF}{2}.\frac{IC\times e\lambda}{2} :: EF. e\lambda ::$ ang. LCF. ang. $IC\lambda ::$ ang. ACL. ang. ACI. c'eſt-à-dire que l'angle ACL eſt à ſon correſpondant $ACI :: p.q.$ ainſi que M. *Newton* l'a ſuppoſé dans ſon Traité *De Phil. Nat. Princ. Math.* Prop. 44. Cor. 1. pag. 135. Par conſéquent auſſi $p.q :: EF\ (dz).\ e\lambda\ (dy)$. Ce qui donne $\frac{p\,dy}{q} = dz$ pour l'équation de l'Orbe immobile $AHIM$ ſuivant cette hypothêſe de M. *Newton*, en y ſubſtituant la valeur de dz réſultante de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB.

EXEMPLE I.

X. Donc cet Auteur prenant, comme ci-deſſus, cet Orbe mobile pour une Ellipſe ordinaire, dont le mouvement de l'Aphelie ſe fait autour de ſon foyer C où il place le Soleil; & l'équation de cette Ellipſe par raport à ce foyer, étant (*art.* 5.) $dz = \frac{b\,dr}{\sqrt{4ar-4rr-bb}}$; l'on aura (*art.* 9.) $\frac{p\,dy}{q} = \frac{b\,dr}{\sqrt{4ar-4rr-bb}}$, ou $dy = \frac{b\,q\,dr}{p\sqrt{4ar-4rr-bb}}$ pour l'équation de l'Orbe immobile $AHIM$ de ſon hypothêſe.

XI. Cette équation fournit le moyen de trouver tout d'un coup les péſanteurs ou forces cen-

centrales avec lesquelles la Planete *l* doit tendre vers *C* pour décrire l'Orbe que cette équation exprime, sans avoir recours à ce qu'il lui en faudroit vers ce point pour décrire séparément l'Ellipse *ALB*, & séparément aussi pour le mouvement circulaire de cette Ellipse autour de ce point. En effet les noms, l'hypothèse de $dt = r\,dy$, & la Regle $f = \frac{ds\,ddr}{-dr\,dt^2}$, demeurant ici les mêmes que dans l'art. 6. cette équation $dy = \frac{bq\,dr}{p\sqrt{4ar-4rr-bb}}$, ou $\frac{p\,dy\sqrt{4ar-4rr-bb}}{bq} = dr$ de l'art. 10. donnera $\frac{4ppar-4pprr-ppbb}{qqbb} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, ou $\frac{4ppar-4pprr-ppbb+qqbb}{qqbbrr} - \frac{ds^2}{rr\,dy^2}\,(hyp.) = \frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en faisant $dt\,(r\,dy)$ constante suivant la Regle, l'on aura $\frac{2ds\,ddr}{dt^2} = \frac{-4ppar+2ppbb-2qqbb}{qqbbr^3} \times dr$; ce qui donne $\frac{2ppar-ppbb+qqbb}{qqbbr^3} = \frac{ds\,ddr}{-dr\,dt^2} = f$ pour l'expression des forces centrales cherchées, c'est à dire, de celles qui sont necessaires vers *C* à la Planete *l* pour décrire l'Orbe immobile *AHlM*.

XII. Ces forces centrales de la Planete *l* aux différens points de la Courbe *AHlM* vers *C*, étant donc ici comme les fractions correspondantes $\frac{2ppar-ppbb+qqbb}{qqbbr^3}$, ou (en multi-

pliant le tout par la fraction conſtante $\frac{qq}{pp}$) comme $\frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{pprr^3}$; & ce qu'il lui en faudroit vers le même foyer C de l'Ellipſe ABC pour la décrire, étant auſſi (*Mem. de* 1700. *pag.* 288.) comme les fractions correſpondantes $\frac{2a}{bbrr}$; les différences des forces néceſſaires à ce même corps vers C, aux points correſpondans L, l, de ces deux Courbes, pour les décrire, ſeront de même entr'elles comme $\frac{qq-pp}{pprr^3}$, ou comme $\frac{1}{r^3}$ à cauſe de la fraction conſtante $\frac{qq-pp}{pp}$, c'eſt-à-dire, en raiſon réciproque des Cubes r^3 ($\overline{Cl}^3$) des diſtances de la Planete l au foyer C, ainſi que M. *Newton* (*Prop.* 44. *pag.* 133. *&c.*) l'a trouvé en prenant $\frac{pp}{rr}$ pour l'expreſſion de la force requiſe en L vers C pour décrire l'Ellipſe ALB, dont le paramétre du grand axe eſt $= \frac{bb}{a}$; & en trouvant à ſa maniere $\frac{pp}{rr} + \frac{qqbb-ppbb}{2ar^3}$ pour ce que la formation de la Courbe $AHlM$ en exige de même au point correſpondant l vers C dans le corps *décrivant :* Ce qui ſe déduit des expreſſions précédentes de ces forces ; puiſque $\frac{2a}{bbrr} \cdot \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{pprr^3} :: \frac{pp}{rr} \cdot \frac{pp}{rr} + \frac{qqbb-ppbb}{2ar^3}$.

XIII. * L'on peut encore trouver la même choſe

* FIG. II.

choſe en cette ſorte. Toutes choſes demeurant les mêmes que ci-deſſus, ſoient menées aux points correſpondans quelconques L, l, des Orbes ALB, $AHlM$, les tangentes LV, lX, qu'elles ſoient rencontrées en R, S, par les droites FR, λS, tirées d'autres points correſpondans F, λ, infiniment proches de ceux-là, & parallelement aux rayons CL, Cl.

Cela poſé, il eſt évident que ces petites lignes RF, $S\lambda$, ſeront parcourues en temps égaux en vertu des forces requiſes vers C pour décrire ces deux Orbes; puiſque (*hyp.*) ſi l'Ellipſe ALB étoit demeurée fixe, la Planete en auroit parcouru l'élément LF dans le même inſtant qu'elle parcourt effectivement l'élément correſpondant $l\lambda$ par le concours de ce mouvement & de celui de cette Ellipſe autour de ſon foyer C. Donc les forces centrales requiſes en L, l, vers ce point fixe C, pour la deſcription de ces deux Courbes, ſont entr'elles comme RF à $S\lambda$. Mais en nommant LF, dv; & le reſte comme ci-deſſus art. 2. & 6. on trouvera par les art. 9. & 10. pag. 32. & 33. des Mem. de 1701. que $RF = -\frac{dz\,dr\,dv^2 + r\,dv^2\,ddz - r\,dz\,dv\,ddv}{r\,dr\,dz}$ ſans y rien ſuppoſer de conſtant: De ſorte que ſubſtituant $ddz = -\frac{dz\,dr}{r}$ que donne $r\,dz$ (dt) qu'on ſuppoſe ici conſtant, l'on aura $RF = -\frac{dv\,ddv}{dr}$. On trouvera de même $S\lambda = -\frac{ds\,ddt}{dr}$. Donc

en ce cas les forces centrales requiſes en L, l, vers C pour la deſcription des Orbes ALB, $AHlM$, doivent être entr'elles :: $\frac{dvddv}{-dr}$: $\frac{dsdds}{-dr}$. Or

1°. L'Ellipſe ALB ayant $dv^2 = dr^2 + dz^2$, donnera $\frac{dvddv}{-dr} = \frac{drddr + dzddz}{-dr}$ (à cauſe que ſon équation $dr = \frac{gdz}{b}$ réſultante de l'art. 5. en ſuppoſant $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$, donne $ddr = \frac{dzdg + gddz}{br}$) $= \frac{drdzdg + gdrddz + bdzddz}{-bdr}$ (à cauſe que $rdz = dt$ conſtant, donne $ddz = -\frac{drdt}{rr} = \frac{drdz}{-r}$) $= \frac{-rdrdzdg + gdrdrdz + bdrdz^2}{brdr}$ $= \frac{-rdzdg + gdrdz + bdz^2}{br}$ (à cauſe que la précédente équation de l'Ellipſe ALB donne $dz = \frac{bdr}{g}$) $= \frac{-grdrdg + ggdr^2 + bbdr^2}{ggr}$ (à cauſe que $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$ donne $dg = \frac{2adr - 4rdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{2a - 4r}{g} \times dr$) $= \frac{-2ar + 4rr + gg + bb}{ggr} \times dr^2$ (à cauſe de $gg = 4ar - 4rr - bb$) $= \frac{-2ar + 4rr + 4ar - 4rr - bb + bb}{ggr} \times dr^2 = \frac{2ardr^2}{ggr} = \frac{2a}{gg} \times dr^2$.

2°. L'Orbe immobile $AHlM$ ayant auſſi $ds^2 = dr^2 + dy^2$, donnera de même $\frac{dsdds}{-dr} =$

$=$

$= \frac{drddr + dyddy}{-dr}$ (à cauſe que ſon équation $dr = \frac{pg\,dy}{bq}$ réſultante de l'art. 10. en ſuppoſant encore $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$, donne $ddr = \frac{pdy.dg + pgddy}{bq}\Big) = \frac{pdrdydg + pgdrddy + bqdyddy}{-bqdr}$ (à cauſe que $rdy = dt$ conſtant, donne $ddy = -\frac{drdt}{rr} = \frac{drdy}{-r}\Big) = \frac{-prdrdydg + pgdr^2dy + bqdrdy^2}{bqrdr}$ $= \frac{-prdydg + pgdrdy + bqdy^2}{bqr}$ (à cauſe que la précédente équation de l'Orbe immobile $AHlM$ donne $dy = \frac{bqdr}{pg}\Big) = \frac{-ppgrdrdg + ppggdr^2 + bbqqdr^2}{ppggr}$ (à cauſe que $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$ donne $dg = \frac{2adr - 4rdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{2a - 4r}{g} \times dr) =$ $= \frac{-2ppar + 4pprr + ppgg + qqbb}{ppggr} \times dz^2$ (à cauſe de $gg = 4ar - 4rr - bb$) $= \frac{-2ppar + 4pprr + 4ppar - 4pprr - ppbb + qqbb}{ppggr} \times dr^2$ $= \frac{2ppar - ppbb + qqbb}{ppggr} \times dr^2$.

Donc $\frac{dvddv}{-dr} . \frac{dsdds}{-dr} :: \frac{2a}{gg} \times dr^2 . \frac{2ppar - ppbb + qqbb}{ppggr} \times dr^3 :: \frac{2a}{bb} . \frac{2a}{bb} - \frac{pp + qq}{ppr} :: \frac{2a}{bbrr} . \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^3}$. Mais on vient de voir que les forces centrales requiſes en L, l, vers le point fixe C, pour la deſcription des Orbes ALB, $AHlM$, ſont ici $:: \frac{dvddv}{-dr} . \frac{dsdds}{-dr}$. Donc ces mêmes forces ſont

ſont auſſi entr'elles :: $\frac{2a}{bbrr} \cdot \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq-pp}{pprr}$. Ce qui donne encore $\frac{qq-pp}{pprr}$ pour leurs différences, ainſi qu'on l'a déja trouvé dans l'art. 12.

XIV. Il eſt à remarquer que quoique cette ſeconde maniére de trouver le raport des forces requiſes aux points correſpondans L, l, vers C, pour décrire les Orbes ALB, $AHlM$, donne auſſi ces forces entr'elles comme $2ppar$ à $2ppar - ppbb + qqbb$; on n'en peut pas conclure de même que leurs différences ſoient comme $qqbb - ppbb$; mais ſeulement que ces forces ſont à leurs différences, comme les deux derniers termes de cette analogie ſont à $qqbb - ppbb$ qui eſt la leur. La raiſon de cela vient de ce que $2ppar$, & $2ppar - ppbb + qqbb$, ne ſont pas (*art.* 12.) les véritables expreſſions de ces forces, mais ſeulement du raport qu'elles ont entr'elles : car aucune de ces forces ne doit point ſuivre non-plus le raport de la différence de ces termes ; il faudroit pour cela que chacune de ces forces ſuivît le raport de chacun de ces termes, c'eſt-à-dire, de celui d'entr'eux qui l'exprimeroit.

EXEMPLE II.

XV. Si l'on veut maintenant que le centre C des forces de la Planete l, ſoit auſſi celui de l'Ellipſe ALB, autour duquel cette Ellipſe tourne pendant que la Planete la parcourt, l'on aura $dz = \frac{2aaldr}{\sqrt{2arr - 2aal \times 2aal - 2rrl}}$ pour l'équation au centre de cette Ellipſe, en ſuppoſant

sant ici son grand axe $= 2a$, & le parametre de cet axe $= 2l$. Cette valeur de dz étant substituée dans l'équation générale $dz = \frac{p\,dy}{q}$ de l'Orbe immobile $AHlM$, résultante (*art.* 9.) de l'hypothêse de M. *Newton*, l'on aura $\frac{p\,dy}{q} = \frac{2aaldr}{\sqrt{2arr-2aal \times 2aal-2rrl^2}}$ ou $\frac{pdy\sqrt{2arr-2aal \times 2aal-2rrl}}{2aaql} = dr$. Ce qui donne $ds^2(dr^2+dy^2) = \frac{pp \times rr-al \times aa-rr}{a^2qql} \times dy^2+dy^2 = \frac{ppaarr-ppr^4-ppa^3l+pparrl+qqa^2l}{qqa^2rrl} = \frac{ds^2}{rrdy^2}$ (*hyp.*) ou $\frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en faisant dt (rdy) constante suivant l'hypothêse, l'on aura $\frac{2dsdds}{ds^2} = \left\{\frac{2ppaar^3-4ppr^5+2ppar^3l-2ppaar^3}{+2ppr^5+2ppa^2lr-2ppar^3l-2qqa^2rl}{qqa^2r^2l}\right\} \times dr = \frac{-2ppr^4+2ppa^2l-2qqa^2l}{qqa^2r^2l} \times dr$; d'où résulte $\frac{ppr^4-ppa^2l+qqa^2l}{qqa^2r^2l} = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expression des forces centrales cherchées, c'est-à-dire, requises vers le centre C de l'Ellipse qu'on suppose se mouvoir autour de ce point, pour décrire (en la parcourant) l'Orbe immobile $AHlM$.

XVI. Ces forces centrales de la Planete l aux différens points de la Courbe $AHlM$ vers le centre de l'Ellipse ALB, sont donc ici comme les fractions correspondantes

$\frac{ppr^4 - ppa^3l + qqa^3l}{qqa^3r^3l}$, ou (en multipliant par qql conſtante) comme $\frac{ppr}{a^3} + \frac{qql - ppl}{r^3}$. Mais on a vû dans les Mémoires de 1700. art. 9. pag. 113. que les forces requiſes vers le centre C de l'Ellipſe ALB pour la décrire ſur un plan fixe dans la préſente hypothêſe de M. *Newton*, ſeroient comme $\frac{2r}{a^3p}$, c'eſt-à-dire ici comme $\frac{r}{a^3l}$, parce que le parametre $p = 2l$; c'eſt-à-dire auſſi (en multipliant cette fraction par la grandeur conſtante ppl) comme $\frac{ppr}{a^3}$. De ſorte que $\frac{ppr}{a^3}$ & $\frac{ppr}{a^3} + \frac{qql - ppl}{r^3}$ ſeront les expreſſions de cette force, & de l'autre neceſſaire auſſi vers C à la Planete l pour décrire l'Orbe $AHlM$, ainſi que M. *Newton* l'a dit dans le Cor. 3. de ſa Prop. 44. pag. 136.

EXEMPE III.

XVII. * M. *Newton* parle encore d'un autre exemple qui conſiſte en une Courbe $AHlM$ décrite par le mobile L mû de A vers B le long du côté AB de l'équerre CAB, pendant que cette équerre tourne autour d'un point fixe quelconque C de ſon autre côté AC, de maniére que les eſpaces $ACLA$ ſont encore ici entr'eux, & les eſpaces $AClHA$ auſſi entr'eux, comme les temps emploiez à les tracer. D'où l'on voit que les eſpaces contemporains $ACLA$ & $AClHA$ déterminez par l'arc de cercle Ll dé-

* FIG. III.

décrit du centre C, & par conſéquent auſſi leurs élémens contemporains LCF, $lC\lambda$, ou (ce qui revient au même) les arcs FE, λe, ſont encore entr'eux en raiſon conſtante, par exemple comme p eſt à q.

Si l'on veut maintenant trouver les forces centrales requiſes au corps l vers C, pour décrire d'un ſeul mouvement la Courbe $AHlM$; ſoient encore $AC=h$, CL ou $Cl=r$, $FE=dz$, $\lambda e=dy$, $l\lambda=ds$, $t=$ au temps employé à décrire l'arc AHl; lequel temps étant (*hyp.*) par tout comme l'eſpace correſpondant $ACIHA$, donne auſſi par tout les élémens $lC\lambda\left(\frac{r\,dy}{2}\right)$ de cet eſpace comme les inſtants (dt) employez à les parcourir, c'eſt-à-dire, dt par tout en raiſon de $r\,dy$, ou $dt=r\,dy$.

Cela étant, les triangles ſemblables LAC, LEF, donneront $LC\,(r).AC\,(h)::LF\left(\frac{r\,dr}{\sqrt{rr-hh}}\right).FE\,(dz)=\frac{h\,dr}{\sqrt{rr-hh}}$. Mais l'hypothèſe précédente de M. *Newton* donne auſſi $q.p::dy.\,dz=\frac{p\,dy}{q}$. Donc on aura $\frac{p\,dy}{q}=\frac{h\,dr}{\sqrt{rr-hh}}$, ou $dr=\frac{p\,dy\sqrt{rr-hh}}{qh}$. Par conſéquent $\frac{pprr-pphh}{qqhh}\times dy^2+dy^2=dr^2+dy^2=ds^2$, ou $\frac{pprr-pphh+qqhh}{qqhhrr}=\frac{ds^2}{rrdy^2}$ (*hyp.*) $=\frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en faiſant $dt\,(rdy)$ conſtante ſuivant la Regle $f=\frac{ds\,ddds}{-dr\,dt^2}$ de l'art. 6. l'on

aura

aura $\frac{2dsdds}{dt^2} = \frac{2ppr^3dr - 2ppr^3dr + 2pphhrdr - 2qqhhrdr}{qqhhr^4} = \frac{2pp-2qq}{qqr^3} \times dr$. Ce qui donne $\frac{qq-pp}{qqr^3} = \frac{dsdds}{-drdt^2} = f$ pour l'expreſſion des forces centrales requiſes au corps l vers C pour décrire la Courbe $AHlM$. D'où l'on voit que ces forces doivent être par tout en raiſon réciproque des Cubes des diſtances de ce corps l au centre C, ainſi que M. *Newton* l'a dit dans le Corol.6. de ſa Prop. 44. pag. 137.

Remarque.

XVIII. Telle eſt la facilité avec laquelle la Regle des forces centrales rapportée dans l'art. 6. peut réſoudre tous les exemples de M. *Newton*, avec une infinité d'autres concernant de même les forces centrales requiſes dans l'hypothêſe de *Kepler* & de M. *Newton*, pour décrire telles Courbes qu'on voudra ſur des plans mobiles autour d'un de leurs points quelconque, ſans ſe mettre en peine de ce que ces Courbes en requiérent ſur des plans immobiles, ni de ce que le mouvement circulaire de ces plans en requiert pour ſa part.

Cette Regle & les autres que l'on trouvera dans les Mémoires de 1700. pag. 301. & 303. avec les regles générales qu'on peut encore tirer des Mémoires de 1701. pag. 35. 38. 40. 43. & 45. donneront de même dans les autres Syſtêmes d'Aſtronomie, tant anciens que modernes, les forces centrales requiſes dans le cas du mouvement de la Planete ſur ſon Orbe mo-

mobile, compliqué avec celui de cet Orbe ou de l'Apogée ou de l'Aphelie, en obſervant de faire conſtants les termes que chacune de ces Regles exige.

Quant aux conſéquences que l'expreſſion $\frac{2A}{bbrr} + \frac{qq-pp}{ppr^3}$ ou $\frac{pp}{rr} + \frac{bbqq-bbpp}{2ar^3}$ de la péſanteur ou force centrale que doit avoir la Planete *l* vers *C* dans l'art. 12. pour décrire l'Orbe *AHlM*, fournit à M. *Newton* par raport à l'*angle au centre* (c'eſt ainſi qu'il appelle l'angle en *C*) que les lignes de l'Aphelie & du Perihelie doivent faire entr'elles, ſelon les différentes raiſons qu'il fait ſuivre à cette force, en ſuppoſant cet Orbe *AHlM* preſque circulaire, on les peut voir ces conſéquences dans la Prop. 45. pag. 137. de ſon Livre *De Phil. Nat. Princ. Math.* Ainſi nous ne nous arrêterons pas davantage.

PRO-

PROBLEME DE CHIMIE.

Trouver des Cendres qui ne contiennent aucunes parcelles de fer.

Par M. GEOFFROY.

* COMME je cherchois à faire differens mêlanges de matieres terreuſes avec l'huile de lin pour examiner avec ſoin la production artificielle du fer rapportée dans le Memoire que j'ai donné le 12 Novembre 1704, p. 374 je me propoſai en premier lieu de mêler cette huile avec une terre entierement dépouillée de ſels, de parties vitrioliques, & de parties ferrugineuſes.

Je crus l'avoir parfaitement trouvée dans des cendres de bois bien calcinées & leſſivées exactement: lorſque venant à examiner ces cendres avec le coûteau aimanté, avant que de faire le mêlange, je fus ſurpris de les trouver remplies d'une très-grande quantité de parcelles de fer.

J'attribuai d'abord ces parties de fer aux plaques des cheminées, aux grilles des fourneaux, & aux inſtrumens avec leſquels on attiſe le feu, & je rejettai cette matiere comme peu propre à mon deſſein.

Je

* 9 Decembre 1705.

Je travaillai donc avec beaucoup de précaution à faire de nouvelles cendres avec du bois que je brûlai ſur une pierre, éloignant de mon feu tous les inſtrumens de fer: Mais cette précaution n'empêcha pas que je n'y trouvaſſe quelques parcelles de fer.

Je commençai pour lors à ſoupçonner que le fer pourroit bien être produit dans l'embraſement du bois. Cependant comme j'avois quelque ſcrupule, parceque ce bois qui étoit de chêne avoit été ſcié en très-petits morceaux, & que je craignois que ce fer ne vînt de la ſcie; je pris de nouvelles précautions pour faire des cendres qui ne puſſent être ſoupçonnées d'avoir emprunté du fer d'aucun endroit que de leur propre ſein. Pour cela je fis brûler dans une grande baſſine de cuivre quelques bottes de ſarment avec quantité d'herbes ſeches, & je trouvai de même dans les cendres qui me reſterent de petites parties de fer.

Quoique les differentes experiences que j'ai réiterées ſur cette matiere avec toute la précaution poſſible me faſſent regarder comme une choſe impoſſible de faire des cendres ſans faire auſſi du fer, j'ai crû cependant ne devoir encore avancer cette propoſition que comme une choſe problematique, juſqu'à ce que mes experiences euſſent été confirmées par d'autres.

Il faut obſerver que pour découvrir plus aiſément les parcelles de fer qui ſont ordinairement diſperſées en petite quantité dans beaucoup de cendres, il faut faire une aſſez grande quantité de cendres bien calcinées, les jetter dans beaucoup d'eau, les bien agiter dans cette eau; & après les avoir laiſſé repoſer un inſtant, pour donner le temps aux parties de fer de

de tomber au fond, il faut verſer l'eau par inclination. On continuera à y remettre de nouvelle eau, juſqu'à ce qu'elle ne paroiſſe preſque plus ſe troubler. Pour lors on fera ſecher ce qui reſte; & en promenant dedans le coûteau aimanté, on y découvrira aiſément les parcelles de fer qui étoient dans les cendres.

Il m'a parû que les matieres qui ne brûloient pas ſi promptement & qui rendoient beaucoup de fumée, comme les herbes & les bois durs, donnoient plus de fer dans leurs cendres que les matieres qui brûloient promptement & qui faiſoient un feu clair, comme le ſarment de vigne bien ſec.

CONSTRUCTION DES QUARREZ MAGIQUES

Dont la Racine eſt un nombre pair.

Par M. DE LA HIRE.

* LEs Quarrez magiques dont la racine eſt un nombre pair, ont toûjours paru plus difficiles à conſtruire que ceux des nombres impairs; & M. *Bachet* qui avoit trouvé une regle générale pour les impairs, avoue qu'il n'en avoit point découvert, qui pût le ſatisfaire pour les pairs. Il y a dans le manuſcrit de *Moſcopule*, dont j'ai parlé dans la Conſtruction des impairs, une

* 9. Decembre 1705.

une regle pour les nombres pairement pairs, laquelle eſt très-facile; & dans un autre fragment ſeparé, il y avoit ſeulement deux exemples des nombres pairement impairs ſans aucun diſcours. La regle de *Moſcopule* pour les pairement pairs, eſt la même que celle dont M. *Frenicle* s'eſt ſervi, & la plûpart des autres qui ont écrit ſur cette matiere, hormis dans les Quarrez qui ſont faits par enceintes.

Je ne propoſerai ici que quelques regles générales pour former ces Quarrez, d'où l'on tire un très-grand nombre de conſtructions differentes, & dont celles que j'ai vûes juſqu'à préſent ne ſont que des cas particuliers: elles pourront auſſi ſervir de modele pour en former d'autres.

Mais comme il y a de deux ſortes de nombres pairs, dont les uns ſont pairement pairs, qui ſe peuvent diviſer en quatre parties égales; & les autres qu'on appelle pairement impairs, qui ne ſe peuvent diviſer qu'en deux ſeulement, les regles générales que je propoſe dans l'idée des impairs que j'ai données, demandent quelque changement à l'operation pour donner aux pairement impairs leur perfection.

Pour les Quarrez dont la Racine eſt un nombre pairement pair.

PROPOSITION I.

Faire un Quarré magique d'une racine pairement paire.

Je compoſe ces Quarrez de deux Quarrez primitifs, comme j'ai fait les impairs. Dans l'un j'y place les nombres ſimples de la racine

repetez autant de fois qu'il y a de bandes, & dans l'autre j'y mets auſſi les nombres de la racine repetez de même.

Dans la premiere bande horizontale je place d'abord dans la moitié de ſes cellules quelqu'un des nombres de la racine, comme 4 dans le Quarré qui a 12 pour racine, & dans l'autre moitié je les remplis du nombre complément de 4 juſqu'à la ſomme 13 du premier & du dernier de la racine, qui ſera 9.

Dans la ſeconde bande je place les mêmes nombres que dans la premiere, mais en ſens contraire, enſorte que les ſix premieres cellules ſeront remplies du nombre 9, & les ſix dernieres du nombre 4, comme on voit dans la Figure.

Primitif.

4	4	4	4	4	4	9	9	9	9	9	9
9	9	9	9	9	9	4	4	4	4	4	4
1	1	1	1	1	1	12	12	12	12	12	12
12	12	12	12	12	12	1	1	1	1	1	1
11	11	11	11	11	11	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	11	11	11	11	11	11
6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7
7	7	7	7	7	7	6	6	6	6	6	6
8	8	8	8	8	8	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	8	8	8	8	8	8
3	3	3	3	3	3	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	3	3	3	3	3	3

Dans la troiſiéme bande horizontale je prends à volonté quelqu'autre nombre de la même racine,

cine, comme 1 dont je remplis auſſi la premiere moitié des cellules de cette bande, & je mets dans l'autre moitié le complément de ce nombre lequel eſt 12. Dans la quatriéme bande je mets 12 dans les ſix premieres cellules, & 1 dans les ſix dernieres.

Je fais la même choſe pour la cinquiéme & ſixiéme bande, en prenant auſſi à volonté quel nombre de la racine on voudra avec ſon complément. Et en pourſuivant de même à remplir toutes les bandes horizontales, on aura tout le Quarré rempli de tous les nombres de la racine pris chacun douze fois, & ce Quarré ſera un Quarré magique parfait.

Je forme l'autre Quarré primitif avec les nombres des racines en commençant à 0, & de

Primitif.

2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6

la même maniere que le précedent; mais en plaçant dans les bandes verticales les nombres

comme on a fait pour le premier dans les bandes horizontales, ce qu'on peut voir dans la Figure, ſans qu'il ſoit beſoin de l'expliquer plus au long.

Il eſt auſſi évident que ce Quarré ſera parfait, car les nombres des racines ſeront tous ſans être repetez dans les bandes horizontales, comme ils étoient dans le premier, dans les bandes verticales.

Maintenant ſi l'on combine les nombres de toutes les cellules de ces deux Quarrez dans l'ordre où elles ſont, en ſubſtituant la valeur des racines où ſont leurs nombres, on aura le Quarré parfait requis.

Parfait.

28	112	52	88	4	136	129	21	45	105	81	69
33	117	57	93	9	141	124	16	40	100	76	64
25	109	49	85	1	133	132	24	48	108	84	72
36	120	60	96	12	144	121	13	37	97	73	61
35	119	59	95	11	143	122	14	38	98	74	62
26	110	50	86	2	134	131	23	47	107	83	71
114	30	90	54	138	6	19	127	103	43	67	79
115	31	91	55	139	7	18	126	102	42	66	78
116	32	92	56	140	8	17	125	101	41	65	77
113	29	89	53	137	5	20	128	104	44	68	80
111	27	87	51	135	3	22	130	106	46	70	82
118	34	94	58	142	10	15	123	99	39	63	75

La démonſtration de ce Quarré parfait eſt évidente par la conſtruction ; car il eſt facile à voir que le même nombre ne peut pas ſe rencontrer deux fois dans ce Quarré ; & puiſque cha-

chacun des primitifs eſt parfait, auſſi le compoſé des deux par l'addition ſera parfait.

Pour ce qui eſt des variations de ce Quarré fait par cette methode, on voit qu'elles ſont en très-grand nombre, puiſque chacun des primitifs en peut recevoir autant qu'il y peut avoir de differentes diſpoſitions des nombres dans differentes bandes, & chacune de ces variations ſe doit multiplier par le même nombre des variations de l'autre; ce qui fera le nombre quarré du nombre des variations d'un des Quarrez primitifs, enſorte que ſi les variations d'un des primitifs étoit 100, le nombre des variations ſera 10000.

Si l'on faiſoit le premier des primitifs comme on a fait le ſecond, & le ſecond comme on a fait le premier, on auroit toûjours la même diſpoſition du Quarré parfait, mais ſeulement renverſé, ce que nous ne comptons pas pour un Quarré différent.

PROPOSITION II.

On peut encore conſtruire ce Quarré d'une autre maniere differente de la précedente, mais qui y a du rapport.

Primitif.

5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
3	3	6	6	6	6	3	3
1	1	8	8	8	8	1	1
8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
2	2	7	7	7	7	2	2

On prendra entre les nombres ſimples de la racine deux nombres tels qu'on voudra, qui ſoient complémens l'un de l'autre juſqu'à la ſomme des extrêmes pour former la premiere bande horizontale. On en placera un

dans le premier & le dernier quart de la bande, & l'autre dans les deux quarts du milieu.

Primitif.

6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7

Dans la seconde bande on placera les mêmes nombres, mais en sens contraire, c'est-à-dire que celui qui étoit au milieu se mettra au premier & au dernier quart, & celui qui étoit aux extrêmes se mettra au milieu.

Les bandes suivantes se feront de la même maniere jusqu'à la fin, en mettant toûjours dans deux bandes de suite les même nombres, & tels qu'on voudra, pourvû qu'ils soient complémens l'un de l'autre.

Parfait.

53	13	20	44	36	28	5	61
52	12	21	45	37	29	4	60
14	54	43	19	27	35	62	6
11	51	46	22	30	38	59	3
9	49	48	24	32	40	57	1
16	56	41	17	25	33	64	8
55	15	18	42	34	26	7	63
50	10	23	47	39	31	2	58

Le second Quarré primitif se fera de la même maniere avec les racines & le o, en mettant les nombres des racines dans les verticales, de même qu'on les a mis dans les horizontales pour le premier primitif.

De ces deux Quarrez primitifs on en fera le Quarré parfait par la combinaison des nombres des cellules correspondantes, en substituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, comme on a fait dans la premiere Proposition.

Tout

Tout ce que j'ai dit de la démonſtration & des variations de ces Quarrez dans la premiere Propoſition, ſe doit entendre de même dans celle-ci.

PROPOSITION III.

On peut auſſi tirer de la Propoſition précedente une autre Conſtruction de ces Quarrez.

Primitif.

8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
3	3	6	6	6	6	3	3
5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
2	2	7	7	7	7	2	2
1	1	8	8	8	8	1	1

Primitif.

6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1

J'appelle *bandes correſpondantes* les extrêmes de la même eſpece, ſoit horizontales ou verticales, & celles qui en ſont également éloignées.

Pour l'un des Quarrez primitifs ayant diſpoſé la premiere bande horizontale avec les nombres & de la maniere qu'on a donnée dans la précedente Propoſition, on mettra celle qui la devroit ſuivre ſuivant cette Propoſition, dans la bande correſpondante. Enſuite on placera dans la ſeconde bande horizontale d'autres nombres ſuivant les conditions de la même Propoſition,

& celle qui la devroit ſuivre ſera placée dans la bande correſpondante. On fera de même pour les autres, & ainſi tout le Quarré ſera rempli des nombres qui lui conviennent, & il ſera diſpoſé comme il faut.

On fera la même choſe pour le ſecond primitif, en obſervant de faire pour les verticales ce qu'on a fait dans l'autre pour les horizontales, & ce ſecond Quarré ſera auſſi diſpoſé magiquement avec ſes nombres.

Parfait.

56	24	25	57	1	33	48	16
55	23	26	58	2	34	47	15
11	43	38	6	62	30	19	51
13	45	36	4	60	28	21	53
12	44	37	5	61	29	20	52
14	46	35	3	59	27	22	54
50	18	31	63	7	39	42	10
49	17	32	64	8	40	41	9

Maintenant ſi l'on combine ces deux Quarrez comme on a dit ci-devant, en ſubſtituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, on aura un Quarré parfait.

La conſtruction du Quarré parfait, qui réſulte de la combinaiſon de ces deux Quarrez primitifs, eſt évidente, puiſque tous les nombres de l'ordre ſeront dans toutes les bandes d'une même eſpece & dans les diagonales; & que dans les autres bandes les nombres y ſeront diſpoſez de telle maniere que les mêmes ſe trouveront avec toutes les differentes racines. Ce que j'ai dit des variations des autres conſtructions ſe doit entendre de même de celle-ci.

PRO-

PROPOSITION IV.

On peut encore conſtruire ces Quarrez d'une autre maniere.

On diſpoſera les nombres de la premiere bande horizontale dans l'un des primitifs, enſorte que tous les nombres ſimples de la racine y étant placez comme on voudra, les extrêmes & ceux qui en ſeront également éloignez, faſſent une ſomme égale à celle du plus grand & du plus petit de ces nombres, qui ſont les correſpondans.

Primitif.

3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6

Primitif.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Dans la ſeconde bande on placera les mêmes nombres dans le même ordre, mais dans un ſens contraire; enſorte que celui qui étoit le premier ſoit le dernier, & ainſi des autres.

La troiſiéme bande ſera faite comme la premiere avec les mêmes nombres & dans le même ordre; & la quatriéme ſera la même que la ſeconde. On pourſuivra de même en repetant ces bandes juſqu'au milieu du Quarré.

L'autre moitié de ce Quarré ſe fera en renverſant ſeulement la

premiere moitié, enſorte que la derniere bande eſt la même que la premiere; la penultiéme comme la ſeconde, & ainſi des autres.

Parfait.

27	37	25	34	35	32	36	30
6	60	8	63	58	1	61	3
19	45	17	42	47	24	44	22
54	12	56	15	10	49	13	51
14	52	16	55	50	9	53	11
43	21	41	18	23	48	20	46
62	4	64	7	2	57	5	59
35	29	33	26	21	40	28	38

Pour l'autre primitif on en diſpoſera auſſi les nombres comme on voudra dans la premiere bande verticale, enſorte que les extrêmes faſſent une ſomme égale au plus grand & au plus petit de ces nombres : les autres bandes verticales ſe placeront dans ce ſecond Quarré, de la même maniere qu'on a fait les horizontales du premier.

Ces deux Quarrez primitifs ſeront diſpoſez comme il faut, & les nombres de toutes leurs bandes feront une ſomme égale : C'eſt-pourquoi en combinant ces Quarrez, & en ſubſtituant dans celui des racines les valeurs de ces racines, on en fera le Quarré parfait, comme on peut voir dans l'exemple.

Cette conſtruction fait voir la démonſtration de l'operation; car dans les bandes d'une même eſpece dans les primitifs, tous les nombres de l'ordre s'y trouvent & dans les diagonales, & dans les autres bandes ils y ſont placez alternativement, enſorte que ceux d'un Quarré ne ſauroient ſe rencontrer deux fois avec les mêmes de l'autre.

Pour ce qui eſt du nombre des variations de ce Quarré par cette methode, il eſt évident que la premiere bande dans l'un des Quarrez primi-

mitifs où tous les nombres ſe trouvent, ſe peut varier ſuivant les conditions dans nôtre exemple de 8 de racine en 360 manieres, & de même dans l'autre primitif: C'eſt-pourquoi le nombre des variations de ce Quarré de 8, ſera le Quarré de 360 qui eſt 129600.

On remarquera que dans ce Quarré parfait les nombres des cellules qui ſont diametralement oppoſées comme dans ceux de la précedente Propoſition, font partout une ſomme égale à celle du premier & du dernier nombre du Quarré. La plûpart des methodes qu'on a données juſqu'à preſent pour conſtruire ces ſortes de Quarrez ne ſont que des cas de ces deux Propoſitions, & c'eſt lorſque les nombres qui ſont tous differens dans la même bande ſont placez de ſuite dans l'ordre naturel, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. leſquels ſe trouvent diſpoſez ſuivant la regle de ces conſtructions, car les également éloignez des extrêmes font toûjours une même ſomme.

PROPOSITION V.

On peut encore faire ces Quarrez d'une autre maniere.

On diſpoſera l'un des Quarrez primitifs de la même maniere que le premier de la quatriéme Propoſition, & l'autre de la même maniere que le premier de la ſeconde ou troiſiéme Propoſition: ou bien l'un comme le ſecond de la quatriéme Propoſition, & l'autre comme le ſecond de la ſeconde ou troiſiéme Propoſition, comme on le peut voir dans l'exemple ſuivant.

1. Primitif, comme le 2. de la 2. Propoſition.

7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8

2. Primitif, comme le 2. de la 4. Propoſition.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	0	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Parfait.

31	34	27	38	37	28	33	32
7	58	3	62	61	4	57	8
18	47	22	43	44	21	48	17
50	15	54	11	12	53	16	49
10	55	14	51	52	13	56	9
42	23	46	19	20	45	24	41
63	2	59	6	5	60	1	64
39	26	35	30	29	36	25	40

Le Quarré parfait ſe fera par la combinaiſon des deux primitifs, comme on a fait les autres précedens.

La démonſtration en eſt auſſi évidente par les raiſons des précedentes Propoſitions, en conſiderant que dans ces primitifs les nombres des cellules correſpondantes ſont tous differens; ce qui dépend de l'ordre dans lequel ils ſont placez.

On voit que par ces combinaiſons differentes il ſe formera un très-grand nombre de differens Quarrez.

PRO-

PROPOSITION VI.

Faire un Quarré avec les nombres d'une progreſſion interrompue.

Ayant formé le Quarré parfait par quelqu'une des methodes précedentes, comme par la cinquiéme Propoſition, en faiſant l'un des primitifs comme le premier de la troiſiéme Propoſition, & le ſecond comme le premier de la quatriéme Propoſition; ſi l'on ajoûte quel nombre on voudra comme 7 à tous les nombres du Quarré parfait qui ſont plus grands que celui de la moitié du Quarré, on aura encore un Quarré parfait, dont la moitié des nombres ſuivra la même progreſſion que l'autre moitié: mais cette progreſſion ſera interrompue en ce que le plus petit des plus grands ſurpaſſera de 8 le plus grand des moindres; ce qu'on peut voir dans l'exemple ſuivant.

Parfait.

59	61	1	2	7	8	60	62
54	52	16	15	10	9	53	51
27	29	33	34	39	40	28	30
22	20	48	47	42	41	21	19
46	44	24	23	18	17	45	43
35	37	25	26	31	32	36	38
14	12	56	55	50	49	13	11
3	5	57	58	63	64	4	6

Parfait dans la progreſſion interrompue.

66	68	1	2	7	8	67	69
61	59	16	15	10	9	60	58
27	29	40	41	46	47	28	30
22	20	55	54	49	48	21	19
53	51	24	23	18	17	52	50
42	44	25	26	31	32	43	45
14	12	63	62	57	56	13	11
3	5	64	65	70	71	4	6

Cette Propoſition eſt évidente, puiſque dans

les primitifs qui ont ſervi à faire le Quarré parfait, il y a dans toutes les bandes tous les nombres pris deux à deux qui ſont complémens les uns des autres.

COROLLAIRE.

On pourra auſſi ajoûter à tous les nombres de la premiere moitié, qui ſont les moindres nombres du Quarré parfait tel nombre qu'on voudra, & à l'autre moitié auſſi tel nombre qu'on voudra, pourvû que le nombre ajoûté à la derniere moitié ſoit plus grand que le nombre ajoûté à la premiere; car ſans cela il y auroit des nombres repetez dans le Quarré quoiqu'il fût parfait.

PROPOSITION VII.

S'il y a un Quarré de nombres dans l'ordre naturel, enſorte que chaque bande horizontale ſoit dans la même progreſſion Arithmetique telle qu'on voudra, & que les bandes verticales ſoient auſſi chacune dans une même progreſſion Arithmetique telle qu'on voudra, comme on voit ici dans le Quarré de 4 de racine; on pourra faire un Quarré parfait avec ces nombres, & en pluſieurs manieres.

J'entens par *nombres dans l'ordre naturel*, ceux qui vont toûjours en augmentant comme on voudra.

On prendra la plus petite des deux progreſſions, qui eſt ici 2, dont on formera comme avec des nombres ſimples un Quarré primitif, & ces nombres ſeront 2, 4, 6, 8; & l'autre primitif ſera fait avec les racines à l'ordinaire, 0, 1, 2, 3.

Nombres donnez.

7	9	11	13
16	18	20	22
25	27	29	31
34	36	38	40

Primitif des Nombres.

2	2	8	8
8	8	2	2
6	6	4	4
4	4	6	6

Primitif des Racines.

3	0	1	2
3	0	1	2
0	3	2	1
0	3	2	1

Parfait.

26	2	16	24
32	8	10	18
6	30	20	12
4	28	22	14

Requis.

34	7	22	31
40	13	16	25
11	38	27	18
9	36	29	20

1, 2, 3. Ces deux primitifs ſe feront par quelqu'une des methodes précedentes. De ces deux Quarrez primitifs on en fera le parfait, en ſubſtituant la valeur des racines qui ſeront ici 8, qui eſt le plus grand terme du premier primitif.

Enſuite comme le premier terme du Quarré parfait eſt 2, ſa difference à 7 qui eſt le premier des donnez, eſt 5; on ajoûtera 5 aux quatre premiers termes du Quarré parfait 2, 4, 6, 8, en les laiſſant à leur place dans ce Quarré.

Maintenant la ſeconde ligne des nombres donnez commençant par 16 dans l'ordre de la progreſſion 2 qu'on a priſe, & ſa difference à 10 qui eſt le ſuivant après 8 dans le Quarré parfait, étant 6, on l'ajoûtera aux quatre nombres ſuivans 10, 12, 14, 16 de ce Quarré parfait, & on les laiſſera à leurs places. On fera de même pour les autres nombres ſuivans, en prenant la difference entre 18 & 25 qui eſt 7, qu'on ajoûtera aux ſuivans du Quarré parfait 18, 20, 22, 24, & ainſi juſqu'à la fin, & le Quarré ſe trouvera rempli avec les nombres donnez comme il eſt requis.

On

On remarquera qu'il faut tantôt ajoûter & tantôt ôter la difference aux nombres du Quarré parfait, ſelon la grandeur des termes donnez par rapport à ceux de la progreſſion dont on a formé le premier primitif.

On pourra auſſi faire la même choſe avec l'autre progreſſion 9, & les autres nombres du premier Quarré primitif ſeront 9, 18, 27, 36, & les racines vaudront 36.

La conſtruction de ce Quarré eſt fondée ſur les mêmes raiſons que celles de la précedente Propoſition; c'eſt pourquoi elle eſt bonne.

On voit auſſi qu'on peut donner autant de conſtructions differentes de ce Quarré, qu'on peut former par les differentes diſpoſitions des primitifs.

COROLLAIRE.

On pourra auſſi interrompre par la moitié l'un des ordres des progreſſions données, comme ſi l'on avoit les nombres donnez dans l'ordre naturel comme ils ſont ici. Mais alors il faudra former le primitif des nombres ſimples avec les termes de la progreſſion qui eſt de ſuite dans la même ligne; & ayant formé le Quarré parfait comme on a fait ci-deſſus, on en fera le requis en ajoûtant ou ôtant aux termes du Quarré parfait les differences d'avec les nombres donnez, ce qui ſuit de cette Propoſition. Ce cas ſera la converſe de la Propoſition VI. ce qui eſt facile à voir.

7	9	11	13
16	18	20	24
31	33	35	37
40	42	44	46

RE-

REMARRQUES.

Dans les Quarrez faits par toutes les Propoſitions précedentes, on pourra tranſporter les bandes tant horizontales que verticales les unes à la place des autres indifferemment, ſoit correſpondantes ou non, pourvû que les nombres des diagonales ſe trouvent toûjours bons.

Il eſt auſſi facile à voir qu'on peut faire le Quarré parfait, enſorte que tel nombre qu'on voudra ſe trouve dans une cellule marquée ou donnée dans le Quarré.

Il faut maintenant expliquer la conſtruction des Quarrez d'une racine pairement impaire.

PROPOSITION VIII.

Conſtruction des Quarrez pairement impairs.

On fera d'abord les deux Quarrez primitifs de ce Quarré par la quatriéme Propoſition, en

Quarré imparfait.

A

8	91	5	97	2	9	94	6	100	3
63	40	66	34	69	62	37	65	31	68
18	81	15	87	12	19	84	16	90	13
53	50	56	44	59	52	47	55	41	58
28	71	25	77	22	29	74	26	80	23
78	21	75	27	72	79	24	76	30	73
43	60	46	54	49	42	57	45	51	48
88	11	85	17	82	89	14	86	20	83
33	70	36	64	39	32	67	35	61	38
98	1	95	7	92	99	4	96	10	93

C D

B

pre-

Parfait.

8	100	6	94	9	92	97	5	91	3
33	40	66	34	62	69	37	65	31	68
88	81	15	87	12	19	84	16	90	13
43	50	56	44	59	52	47	55	41	58
78	21	25	77	22	29	74	26	80	73
23	71	75	27	72	79	24	76	30	28
53	60	46	54	49	42	57	45	51	48
18	11	85	17	82	89	14	86	20	83
63	70	36	64	39	32	67	35	61	38
98	1	95	7	99	2	4	96	10	93

prenant quel ordre on voudra dans les nombres; & de ces deux primitifs on en formera un Quarré imparfait, comme on le voit ici dans celui de la racine 10.

Enſuite dans la bande horizontale ſuperieure & dans la premiere verticale qui eſt à gauche, on laiſſera les angles à leur place, & l'on tranſportera dans chacune les nombres d'une moitié dans l'autre, chacun dans ſa cellule correſpondante, enſorte que ceux qui étoient également éloignez des extrêmes le ſoient encore après la tranſpoſition, & à même diſtance des extrêmes.

On fera une ſemblable tranſpoſition des deux ſeuls nombres du milieu de la ſeconde bande horizontale ſuperieure & de la derniere, & de même de la ſeconde bande verticale à gauche & de la derniere à droite.

Enfin après ces changemens on tranſportera le nombre qui ſe trouvera dans la cellule marquée *A* de la premiere bande horizontale ſuperieure,

rieure, laquelle eſt la premiere de la ſeconde moitié de la bande, à ſa cellule oppoſée marquée *B* de la derniere horizontale, & reciproquement le nombre qui eſt en bas ſe mettra en haut. On fera la même tranſpoſition du nombre de la cellule *C* dans la cellule *D*, & réciproquement celui de *D* en *C*, qui ſont les premieres cellules de la moitié inferieure dans les deux verticales extrêmes; ce qui étant achevé le Quarré ſera parfait, comme on le voit ici.

Ces Quarrez ſe trouveront variez en pluſieurs manieres, tant par celles des Quarrez primitifs, que par la tranſpoſition de quelques bandes après que le Quarré ſera parfait.

PROPOSITION IX.

Des Quarrez Magiques par enceintes.

Cette eſpece de Quarrez pairs doit toûjours renfermer au milieu un Quarré de 16 cellules, qui ne peut pas avoir d'enceinte; car ſi l'on en ôtoit une enceinte, il ne reſteroit plus qu'un Quarré de quatre cellules, qui ne peut pas être magique de quelques nombres qu'on puiſſe le compoſer. Il faut donc toûjours commencer ces Quarrez en formant le Quarré du milieu de 4 de racine.

Ayant diſpoſé dans les cellules du Quarré propoſé les nombres dans l'ordre naturel, on prendra les 16 du milieu, dont les horizontales ſont une progreſſion Arithmetique, & les verticales une autre, & l'on en fera un Quarré par la ſeptiéme Propoſition. Le reſte du Quarré naturel étant diviſé par enceintes, on trouvera dans chacune les nombres qui ſont neceſſaires pour la remplir, enſorte qu'elle faſſe encore un

Quarré

Quarré parfait étant ajoûtée au premier & aux précedens.

On pourra ſe ſervir commodément pour avoir la diſpoſition des nombres de chaque enceinte, de la methode que j'ai donnée pour les impairs, en operant ſur les complémens des nombres juſqu'à la moitié de la ſomme du premier & du dernier; & par ce moyen on découvrira toutes les manieres differentes de former ces enceintes. Mais il y a encore d'autres diſpoſitions de ces Quarrez, en prenant differens nombres pour former le Quarré du milieu. Quelques exemples ſuffiront pour donner une connoiſſance parfaite de cette methode.

Quarré naturel.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

Dans cet exemple du Quarré qui a 6 pour ſa racine, & qui eſt diſpoſé dans l'ordre naturel, on prendra les 16 nombres du milieu, dont on formera le Quarré parfait par la ſeptiéme Propoſition, comme on le voit ici. Mais on remarquera que ce Quarré ſe peut faire en bien des manieres differentes.

Quarré du milieu.

29	10	9	26
20	15	16	23
14	21	22	17
11	28	27	8

Enſuite on écrira les nombres reſtans les uns d'un côté & leurs complémens de l'autre; ce qui formera deux lignes avec leurs differences entre deux juſqu'à la moitié de la ſomme du premier & du dernier qui eſt 37, comme on peut le voir ici, & comme on a fait pour les impairs.

Et ayant poſé à volonté le nombre 7 pour l'un

1 +17 ½ — 36 l'un des angles de l'enceinte, & 13 pour l'autre, on cherchera avec leurs differences & avec les autres, deux lignes qui faſſent chacune une ſomme égale à 0. Ces deux lignes repréſenteront les nombres de la bande horizontale ſuperieure & de la verticale à gauche,

2 +16 ½ — 35
3 +15 ½ — 34
4 +14 ½ — 33
5 +13 ½ — 32
6 +12 ½ — 31
7 +11 ½ — 30
12 + 6 ½ — 25
13 + 5 ½ — 24
18 + ½ — 19

angles.

+11 ½ +5 ½. +12 ½ — 13 ½ +½ — 16 ½ = 0

+11 ½ — 5 ½. +17 ½ — 15 ½ — 14 ½ +6 ½ = 0

les angles ſe trouvent placez de ſujétion, mais pour les nombres entre-deux, on les diſpoſera comme on voudra. On écrira enfin dans l'enceinte les complémens des nombres poſez, dans les cellules qui ſont directement à l'oppoſite de ceux qui ſont placez.

7	32 1.6 11 8 35	13
1		36
34		3
33		4
12		25
24	5 31 10 1 2	30

7	6 11 8 33 34	13
1		36
12		25
32		5
35		2
24	31 19 1 4 1 3	30

Maintenant le Quarré parfait de 16 étant placé dans cette enceinte, donnera un Quarré parfait de 6 ſuivant la Propoſition.

On pourra encore chercher ſi avec les mêmes angles on peut avoir d'autres nombres pour les bandes, & l'on trouvera,

angles.

angles.

$+11\frac{1}{2}+5\frac{1}{2}.+12\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-14\frac{1}{2}-15\frac{1}{2}=0$

$+11\frac{1}{2}-5\frac{1}{2}.+17\frac{1}{2}+6\frac{1}{2}-13\frac{1}{2}-16\frac{1}{2}=0$

Ce ſera la même choſe pour d'autres recherches de ces nombres, en poſant les mêmes angles ou d'autres à volonté; mais tous ne réuſſiront pas.

Mais ſi au lieu des nombres dont on s'eſt ſervi pour faire le Quarré de 16 du milieu, on en prend d'autres entre les 36 du Quarré propoſé, qui aient les conditions de la ſeptiéme Propoſition, on en pourra faire auſſi un Quarré parfait par la même Propoſition, comme on le voit dans ces Figures. Et alors avec les nombres reſtans, & par le moyen de leurs differences, on trouvera l'enceinte qui convient à ce Quarré, comme en poſant les angles 7 & 9, on aura la maniere ſuivante exprimée par les differences pour ſervir à l'enceinte.

Nombres poſez.

2	3	4	5
14	15	16	17
20	21	22	23
32	33	34	35

angles.

$+11\frac{1}{2}+9\frac{1}{2}.-17\frac{1}{2}-12\frac{1}{2}+8\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$

$+11\frac{1}{2}-9\frac{1}{2}.-10\frac{1}{2}+7\frac{1}{2}+6\frac{1}{2}-5\frac{1}{2}=0$

Quarré parfait.

2	33	34	5
17	22	21	14
23	16	15	20
32	3	4	35

Mais en poſant les angles 7 & 18 on aura

angles.

$+11\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.-17\frac{1}{2}-12\frac{1}{2}+10\frac{1}{2}+7\frac{1}{2}=0$

$+11\frac{1}{2}-\frac{1}{2}.+9\frac{1}{2}-8\frac{1}{2}-6\frac{1}{2}-5\frac{1}{2}=0$

Et

Et en posant 1 & 6 aux angles, c'est-à-dire en laissant les angles du Quarré naturel à leur place dans cette enceinte, on trouve

angles.

1	$+17\frac{1}{2}$	-36	$+17\frac{1}{2}+12\frac{1}{2}.-8\frac{1}{2}-10\frac{1}{2}-$
6	$+12\frac{1}{2}$	-31	$[-11\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$
7	$+11\frac{1}{2}$	-30	$+17\frac{1}{2}-12\frac{1}{2}.-9\frac{1}{2}-7\frac{1}{2}+$
8	$+10\frac{1}{2}$	-29	$[+6\frac{1}{2}+5\frac{1}{2}=0$
9	$+9\frac{1}{2}$	-28	
10	$+8\frac{1}{2}$	-27	
11	$+7\frac{1}{2}$	-26	
12	$+6\frac{1}{2}$	-25	
13	$+5\frac{1}{2}$	-24	
81	$+\frac{1}{2}$	-19	

Mais en prenant pour les angles 1 & 10 on aura

angles.

$+17\frac{1}{2}+8\frac{1}{2}.-12\frac{1}{2}-11\frac{1}{2}+$
$[+7\frac{1}{2}-9\frac{1}{2}=0$
$+17\frac{1}{2}-8\frac{1}{2}.-10\frac{1}{2}+6\frac{1}{2}-$
$[-5\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=a$

& les enceintes seront les suivantes, dans lesquelles on placera le Quarré parfait de 4 qu'on a formé auparavant, & en quel sens on voudra.

7	36	18	11	10	31		9
29							8
11							26
12							25
24							13
28	1	11	9	12	7	6	30

7	36	1	8	11	11	31	18
9							28
27							10
25							12
24							13
19	1	12	9	12	6	1	30

1	29	12	7	13	0	18	6
26							11
28							9
13							24
12							25
31	8	11	0	1	7	19	36

1	31	13	0	11	1	28	10
29							8
12							25
24							13
18							19
27	6	1	7	12	6	9	36

On

On fera la même operation pour d'autres recherches par differens angles & pour les autres enceintes. On pourra auſſi tirer de ces differentes conſtructions des regles pour former ces enceintes, leſquelles conviendront à celles de la même eſpece, comme aux premieres, troiſiémes, cinquiémes, &c. & d'autres pour les ſecondes, quatriémes, ſixiémes, &c. comme on a fait pour les impairs.

Pour ce qui eſt des variations de ces ſortes de Quarrez, elles ſuivent auſſi les regles des impairs.

OBSERVATION

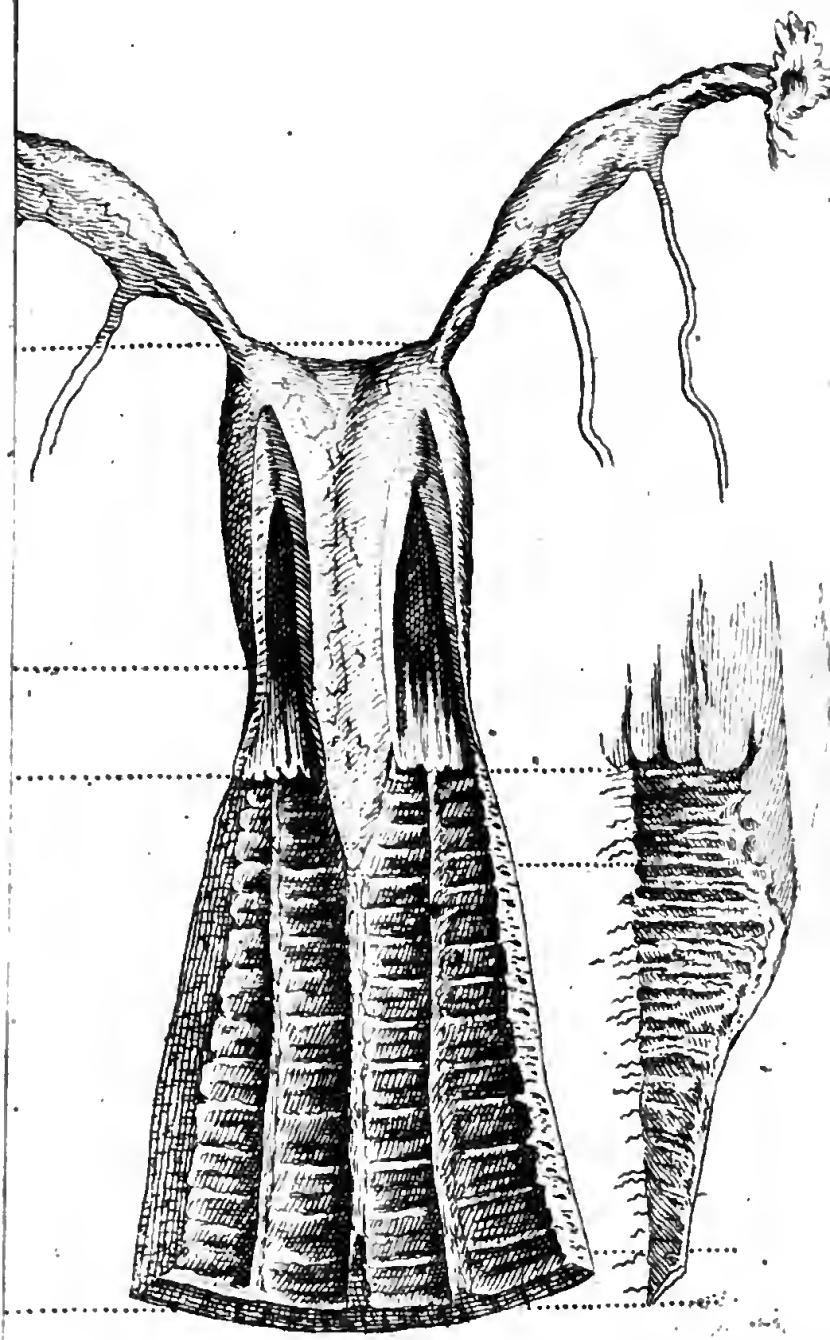
Sur la Matrice d'une fille de deux mois.

Par M. LITTRE.

LE vagin de cette matrice étoit long d'un pouce & ſept lignes, il n'avoit qu'une entrée à l'ordinaire ; mais l'ayant ouvert d'un bout à l'autre, je remarquai le long de toute la partie inferieure moyenne un corps charnu, large partout d'une ligne, haut d'une ligne & demie ſeulement depuis le commencement de ce canal juſqu'à un peu au-delà du milieu, & d'un demi pouce dans le reſte, où il formoit une cloiſon perpendiculaire qui partageoit cette partie du canal en deux cavitez égales, l'un à droit & l'autre à gauche.

Le

19. Decembre 1705.



Le dedans du vagin étoit inégal par quantité de cercles charnus, qui avoient chacun un tiers de ligne d'épaiſſeur ſur deux de hauteur, & qui étoient diſtans les uns des autres d'environ une ligne. Tous ces cercles étoient coupez à angles droits en trois parties égales par trois corps charnus, placez horizontalement le long de ce canal, qui étoient un peu plus épais & plus élevez, & qui ſervoient de tendon à chaque extrémité des trois parties dont les cercles étoient compoſez.

La matrice que je diviſe, pour éviter l'équivoque, en 3 parties, ſavoir en fond, en milieu & en cou, avoit 16 lignes de profondeur ſur 8 de largeur & 3 d'épaiſſeur: ſa ſurface exterieure étoit unie, & avoit ſa couleur naturelle. Le fond & le milieu étoient longs chacun de 6 lignes, & le cou de quatre.

Le fond étoit ſeparé ſuivant ſa longueur en 2 corps parfaitement ſemblables, diſtans entr'eux de 4 lignes à l'endroit de leur plus grand éloignement, & attachez l'un à l'autre depuis le commencement de leur ſeparation juſqu'à 2 lignes au-delà par un ligament plat en forme de triangle, dont la partie la plus étroite étoit du côté du vagin. Ces corps ſe terminoient en pointe, & avoient chacun un ligament rond, un ligament large, un cordon de vaiſſeaux, une trompe & un ovaire.

Le milieu & le cou de cette matrice ne faiſoient par dehors qu'un corps ſimple & continu; mais l'aiant ouverte, je trouvai qu'elle avoit 2 cavitez qui s'étendoient d'un bout à l'autre, larges chacune de 2 lignes & demie à l'endroit du plus grand diamêtre, & qui étoient ſeparées l'une de l'autre le long du fond par des

parois particulieres & qui ne ſe touchoient point, & le long du milieu & du cou par une cloiſon charnue commune & continue à celle du vagin, dont il a été parlé.

La ſurface interieure, contre l'ordinaire, étoit blanche & garnie de pluſieurs feuillets charnus, & recouverts d'une membrane fort ſenſible, de même que le reſte de cette ſurface. Les feuillets s'étendoient preſque tous d'un bout de la matrice à l'autre ; ils avoient chacun environ une ligne de hauteur ſur un tiers de ligne d'épaiſſeur, & ils étoient éloignez les uns des autres d'environ une demie-ligne.

Cette matrice avoit 2 cous & 2 milieux auſſi-bien que 2 fonds. Chaque cou avoit ſon orifice, qui étoit de figure preſque ronde, large d'une ligne, ouvert dans une des cavitez du vagin, & qui avoit les bords dentelez.

Sur la deſcription que je viens de faire de la matrice de la fille dont il s'agit, on peut, ce me ſemble, former les conjectures qui ſuivent.

1°. Que ſi cette fille avoit vêcu & qu'elle eût été mariée, elle auroit pû concevoir en differens accouplemens, tantôt par l'une des parties de ſa matrice & tantôt par l'autre, ſelon que la ſemence virile auroit été portée à l'une ou à l'autre de ces parties.

2°. Qu'un fœtus renfermé dans une telle matrice n'auroit pas pû ſe porter avec la même facilité à droit & à gauche dans le ventre de ſa mere, comme il arrive lorſque le fœtus eſt contenu dans une matrice ordinaire ; mais qu'il ſe ſeroit porté plus facilement du côté de la partie de la matrice où il auroit été renfermé.

3°. Qu'un fœtus contenu dans l'une des parties

ties de cette matrice n'auroit pas pû devenir si grand, que dans une matrice ordinaire. Il n'y a aucune apparence qu'une moitié de matrice (car on peut, ce me semble, considerer ainsi une de ses parties) eût pû s'étendre autant qu'une matrice entiere, & fournir autant de nourriture à un fœtus pour un pareil accroissement.

4°. Que s'il y avoit eu en même temps deux fœtus dans cette matrice, l'un dans une de ses parties & l'autre dans l'autre, on auroit senti dans le ventre de la mere deux tumeurs distinctes, l'une du côté droit, & l'autre du côté gauche.

5°. Que dans ce dernier cas on n'auroit pas dû accoucher la mere de ses deux fœtus immédiatement l'un après l'autre, à moins que les deux fœtus n'eussent été à peu près à terme, & que l'orifice des deux cous de cette matrice n'eussent été préparez à l'accouchement. Car, après que la mere auroit été accouchée du premier, il n'auroit pas fallu la mettre en travail du second quoiqu'à terme, si l'orifice, par où il auroit dû sortir, n'eût été aussi disposé à l'accouchement. Il n'en est pas de même lorsque deux fœtus sont renfermez dans une matrice ordinaire, parcequ'alors on ne doit pas accoucher la mere de l'un de ces fœtus, qu'on ne doit pas accoucher la mere de l'un de ces fœtus, qu'on ne l'accouche immédiatement après de l'autre ; autrement la perte, qui accompagne toûjours l'accouchement, ne cesseroit point, & feroit mourir la mere & le fœtus qui seroit resté dans la matrice, en ôtant à tous les deux le sang qui est le principe de la vie.

La derniere conjecture est, que la superfeta-

tion ne peut arriver que dans une matrice à peu près ſemblable à celle de la fille dont il s'agit, par les raiſons ſuivantes.

La premiere eſt, que, lorſque la conception eſt faite dans une matrice ordinaire, ſon orifice interieur ſe ferme ſi exactement, que rien n'y ſauroit plus entrer par cette voie. C'eſt le ſentiment d'*Hippocrate*, qui eſt confirmé par l'experience, comme je l'ai ſouvent verifié. La ſemence virile n'y peut donc plus être admiſe pour y produire une nouvelle conception, en quoi conſiſte la ſuperfetation.

L'orifice interieur de la matrice ſe ferme exactement après la conception, parceque le fœtus contenu dans la matrice y étant comme une eſpece de corps étranger, détermine par ſa maſſe, par ſon poids, &c. les fibres charnues de ce viſcere à ſe ſerrer de toutes parts, & par conſéquent à fermer exactement ſon orifice. Il eſt abſolument neceſſaire que cet orifice ſe ferme; car s'il demeuroit ouvert après la conception, le fœtus, qui n'eſt point encore adherant à la matrice, en pourroit ſortir à cauſe de ſa petiteſſe & de ſon propre poids, quand la mere ſeroit debout ou aſſiſe, ſurtout ſi dans ces ſituations ſon corps venoit à être fortement agité par la toux, l'éternuement, &c. ou il ſeroit détruit par les corps qui entreroient dans la matrice par cette ouverture, d'autant que le fœtus eſt alors très-foible & très-délicat, par conſéquent incapable d'aucune réſiſtance.

La ſeconde raiſon eſt, qu'avant que la femme conçoive, le bout exterieur du cou de la matrice eſt droit, & ſon orifice répond directement à celui du vagin; alors la ſemence virile

rile peut être lancée dans la matrice par cet orifice. Lorſque la femme a conçû, le même bout du cou de la matrice incline du côté de l'anus, & l'inclinaiſon augmente à proportion que le fœtus croît; alors ſon orifice ne répondant plus à celui du vagin, n'eſt plus en état de recevoir la ſemence virile.

Le bout exterieur du cou de la matrice incline du côté de l'anus dans la groſſeſſe, parceque le fond de la matrice ne pouvant dans ſon accroiſſement s'avancer en arriere à cauſe de la réſiſtance invincible qu'il y trouve, eſt obligé de ſe porter en devant où la réſiſtance eſt aiſée à ſurmonter. Or le fond de la matrice ne peut pas avancer en devant que ſon cou ne ſe porte en arriere, ſes attaches & les parties voiſines lui permettant ce mouvement, & l'empêchant de ſuivre celui de ſon fond. Ainſi, quand l'orifice de la matrice ſeroit alors ouvert, il ne ſeroit plus dans la ſituation neceſſaire pour recevoir la ſemence du mâle, qui cependant doit être portée par cette ouverture dans la matrice pour y faire une nouvelle conception ou ſuperfetation.

La derniere raiſon eſt, que, quand bien même la ſemence virile pourroit entrer dans la matrice par ſon orifice quelque temps après la conception, elle ne pourroit jamais paſſer de là par les trompes juſqu'aux ovaires pour y féconder des œufs; parce que le placenta du fœtus, déja contenu dans la matrice, en couvre exactement le fond, & y eſt ſi fortement attaché, que rien ne peut paſſer de la cavité de la matrice dans celle des trompes qui y aboutiſſent. On obſerve toûjours que le placenta eſt d'autant plus grand que le fœtus eſt plus petit;

tit; d'ailleurs, lorſque le fœtus eſt petit, la cavité de la matrice eſt étroite à proportion.

On pourra objecter que la ſemence virile peut être portée de la matrice aux ovaires par d'autres voies que par celles des trompes, je le veux; mais parcequ'il n'y a que la route des trompes par où les œufs fécondez deſcendent des ovaires dans la matrice, & qu'alors cette route eſt invinciblement fermée aux œufs par le placenta du fœtus contenu dans la cavité de la matrice; il s'enſuit neceſſairement que la ſuperfetation eſt impoſſible, puiſqu'il faudroit abſolument que les œufs fécondez paſſaſſent de la cavité des trompes dans celle de la matrice, où on ſuppoſe une conception déja faite. Or nous venons de prouver que ce paſſage eſt alors impraticable.

Les Auteurs n'admettent que deux voies aux œufs ou à la ſemence, pour paſſer des ovaires dans la cavité de la matrice, ſavoir les trompes & les ligamens qui attachent les ovaires au fond de la matrice.

Or les trompes ont une cavité fort ſenſible; elles s'ouvrent dans la cavité de la matrice; on a quelquefois trouvé des fœtus dans leur cavité, & on trouve ſouvent des œufs dans les trompes des volatiles. Les ligamens au contraire ſont ſolides en eux-mêmes, & s'il y paroît quelque cavité, c'eſt celle d'un vaiſſeau ſanguin. On n'a jamais trouvé aucun fœtus ni aucun œuf dans ces ligamens, & ils ne ſe continuent que juſqu'à la ſurface exterieure de la matrice. Il n'y a donc que les trompes par où les œufs paſſent des ovaires dans la cavité de la matrice, comme je viens de le prouver.

CO-

CONYSA MONTANA

Foliis longioribus ſerratis flore è ſulfureo albicante.

Par M. CHOMEL.

* CETTE Plante eſt rivace, ſa racine qui trace à trois ou quatre doigts de terre eſt ſolide, ronde, legerement canelée, blanchâtre, & comme rongée par le bout. Son nerf a plus de dureté & plus de blancheur que n'en ont ſes autres parties; il ſe caſſe même plus aiſément. Cette racine a 3 à 4 pouces de longueur ſur 3 à 4 lignes de largeur: elle eſt entourée de pluſieurs fibres tirant ſur un jaune pâle, preſque rondes, inégales en longueur & en groſſeur: les plus longues ſont de demi pied, ſur une ligne de diamêtre. Entre ces fibres pouſſent pluſieurs bourgeons blancs tirant ſur le pourpre, qui deviennent autant de tiges. Celles qui s'élevent, & que je vais décrire, ont au collet de la racine 2 ou 3 bourgeons, leſquels pouſſent des brins qui fleuriſſent l'année ſuivante. La tige eſt un peu cambrée près de la racine, & ne ſe redreſſe qu'en ſortant de la terre, d'où elle s'éleve aſſez droite juſqu'à 2 ou 3 pieds, & quelquefois davantage. Elle eſt à ſon origine d'un blanc purpurin, elle devient

* 17. Fevrier 1703.

enſuite d'un verd gai. Dans ſa longueur elle eſt rayée de legeres canelures d'un verd purpurin par le bas, & d'un pâle vers le ſommet. Cette même tige, comme la Figure le repréſente, eſt liſſe vers le bas, & un peu velue près des fleurs. Elle eſt aſſez ronde, ſi ce n'eſt près de la racine & aux nœuds des feuilles, où elle eſt un peu anguleuſe. Elle eſt dure & ſolide, quoique remplie d'une moelle blanche qui occupe près du tiers de ſon diamêtre, dont l'épaiſſeur eſt de 3 à 4 lignes au plus dans les tiges même les mieux nourries. Les feuilles ſont diſpoſées alternativement, chacune eſt attachée à la tige par une baſe *A* élargie qui en embraſſe la moitié. Dans les feuilles inferieures cette baſe eſt arrondie, & ſes bords ou oreillettes ſont convexes par deſſus, & concaves par deſſous. Dans les feuilles ſuperieures elle eſt moins large & moins concave. Les feuilles ſuperieures ſont plus étroites à proportion de leur longueur que les inferieures, qui ont 5 à 6 pouces de long ſur un pouce & demi de large: les unes & les autres ſont liſſes, & d'un verd obſcur par deſſus, diviſées par un nerf blanchâtre & purpurin *C*, creuſé de ce côté en ſillon large d'une ligne ou environ près de la tige. Ce nerf ſe rétrecit inſenſiblement juſqu'à la pointe, après s'être diviſé en rameaux qui ſe perdent ſur les bords de la feuille eſt couverte d'un petit duvet qui la rend cottoneuſe & d'un verd blanchâtre; elle eſt relevée de ce côté, & diviſée dans ſa longueur, d'un côté arrondie *B*, d'un verd gai, large de deux lignes près de la tige qu'elle rend anguleuſe. Cette côte répond par ſes ramifications relevées à celle qui paroît creuſée de l'autre côté: les

feuilles

feuilles ſont découpées ſur les bords en dents de ſcie un peu inégales: de leurs aiſſelles naiſſent de petits rameaux qui ſoûtiennent des bouquets de fleurs *D*, qui avortent ordinairement juſques vers les deux tiers de la tige. Au delà ces branches ou rameaux ſe ſubdiviſent en pluſieurs autres chargez de fleurs, qui s'élevent dans quelques pieds à la même hauteur que celle du ſommet de la tige, & ſont diſpoſez à l'entour en maniere de branches de paraſol. Dans la plûpart des pieds ces fleurs s'élevent moins haut que celles de la tige: chacun de ſes rameaux part de l'aiſſelle d'une feuille longue, étroite, pointue & dentelée, qui l'entoure en partie par ſa baſe d'un verd purpurin: les branches chargées de fleurs les plus éloignées du ſommet ont demi pied de longueur ſur deux lignes de largeur près de la tige: les petits rameaux les plus élevez ont 4 à 5 lignes & même moins, leur longueur étant fort inégale: les uns & les autres ſont ronds, canelez & couverts d'un duvet très-fin, & ſont d'un verd pâle: ces petits rameaux ſervent de pedicules aux fleurs qu'ils ſoûtiennent. Chacune de ces fleurs eſt un bouquet *E*, compoſé d'une vingtaine de fleurons *H* enfermez dans un calice commun *F*, qui eſt un tuyau cylindrique haut de 4 à 5 lignes, & large de deux près du pedicule où il eſt renflé *G*. Il ſe trouve des fleurs ſur le même pied où ce renflement eſt fort ſenſible, & d'autres où il eſt moins marqué: dans toutes le calice eſt legerement canelé, verd pâle, blanchâtre vers le haut, & un peu velu: chaque canelure ſe termine en une pointe d'un pourpre foncé & noirâtre. Il eſt entouré de 3 à 4 petites feuilles déliées, velues & recourbées,

bées, qui partent du pedicule dans l'endroit où il se grossit pour former le calice. Chaque fleuron *H* est un tuyau cylindrique long de 4 lignes, renflé vers son milieu jusqu'à sa partie superieure, où il est évasé & découpé en 5 pointes égales, en maniere d'étoile, surmonté par un filet fourchu *I*, qui sortant du fond de ce tuyau est entouré par 5 filets très-déliez *K*, qui partent des côtez du tuyau dans l'endroit où il se renfle, & qui se réunissant vis à vis des pointes de l'étoile, forment une gaine jaune *L*, longue d'une ligne, à travers laquelle passe le petit filet fourchu *I*, qui n'est autre chose que l'étamine chargée d'une poussiere jaune orangée. Chaque fleuron a demi-ligne de diamêtre vers sa partie superieure : il est jaune pâle, & porte sur un embryon de graine *M*, garni d'une aigrette, & planté sur la couche du calice *G* vis à vis de l'endroit où il est renflé. Cet embryon est blanc & luisant, verdâtre près de l'aigrette, & devient ensuite une graine *N* blanchâtre, longue d'une ligne & demie, étroite & canelée. La Figure *O* represente le calice ouvert, lorsque la plus grande partie des graines étant en parfaite maturité s'en sont détachées.

Cette Plante a beaucoup de ressemblance & par ses feuilles & par son port exterieur à quelques-unes des especes de la verge dorée ; cependant comme elle differe par sa fleur qui n'est point radiée, mais simplement à fleurons, je ne l'ai point placée parmi les espéces de ce genre-là. Cette difference m'a aussi déterminé à la mettre sous celui du Conyza plûtôt que sous celui du Seneçon. Il est vrai que son calice qui n'est pas écailleux a plus de rapport à celui

celui du Seneçon qu'à celui du Conyza; mais ce rapport ne ſe voit qu'après la maturité de ſes graines: car après ſes découpures ne ſe renverſent point en bas le long du pedicule comme dans celui du Seneçon, & elles forment ſeulement une eſpece d'étoile *O*, dont les pointes ſont un peu recourbées, comme il arrive dans la plûpart des Eſpeces de Conyza: d'ailleurs la diſpoſition des fleurons de nôtre Plante reſſemble beaucoup mieux à celle du Conyza qu'à celle du Seneçon. J'avois d'abord pris l'eſpece dont il s'agit pour celle que *C. Bauhin* appelle *Virga aurea anguſtifolia ſerrata*, qui eſt la même que la *Solidago Sarracenica Fuchi*, *Tragi*, *Lob.* & de quelques autres, & bien que les feuilles de nôtre Plante me paruſſent plus larges vers le bas que celles de la Figure que nous donnent ces Auteurs, je ne m'étois point arrêté à cette difference, parceque *C. Bauhin* remarque que l'eſpece dont il traite ſe trouve quelquefois à feuilles plus larges, & quelquefois à feuilles plus étroites. Mais il m'a fallu changer le ſentiment que j'avois eu ſur la Plante dont il s'agit, parceque j'ai trouvé que les feuilles, ſurtout les inferieures qui embraſſent la tige par une baſe aſſez large, ſont bien mieux repréſentées par la Figure du *Conſolida aurea Tab. mont.* que par celle du *Virga aurea.* D'ailleurs j'ai trouvé que ni la ſtructure des fleurs du *Virga aurea*, ni même celle du *Conſolida aurea*, ne s'accordent pas avec celle de nôtre Plante. En effet, je n'en ai vû aucune de radiée, bien que j'en aie examiné une très-grande quantité dans nos montagnes. On ne peut pas dire la même choſe des fleurs du *Conſolida aurea*, *Tab. Ic.* 556. & du *Solidago Sarracenica*

cenica Fuchi, Tragi, Lob. & aliorum, puiſque ce ſont des fleurs radiées, & qu'elles en ont le caractere qui eſt une couronne de demi fleurons, ſuivant que le marquent les Figures des Auteurs qui en ont parlé. Cependant comme j'ai trouvé dans l'*Auvergne* la Plante que M. *Tournefort* appelle *Conyza latifolia, viſcoſa, ſuaveolens, flore aureo è gallo Provincia Inſt.* 455. tantôt à fleur radiée, & quelquefois ſimplement à fleurons; j'ai voulu examiner ſi nôtre Plante n'auroit pas les mêmes varietez en la cultivant dans les Jardins: mais j'ai remarqué deux années conſecutives que ſa fleur n'a point changé dans le Jardin Royal de *Paris* où j'avois envoyé pluſieurs pieds de ſa racine; ainſi j'ai crû que je pouvois faire de nôtre Plante une eſpece particuliere, & la ranger ſous le genre de *Conyza*. M. *Tournefort* qui n'a rapporté aux genres qu'il a établis que les eſpeces qu'il a vérifiées avec ſoin, ne s'eſt pas déterminé ſur cette Plante, & n'en fait aucune mention dans ſes Elemens. Il faudroit ſemer de la graine de nôtre Plante, & examiner ſi les pieds qui en proviendroient porteroient des fleurs radiées ou ſimplement à fleurons pour achever de s'aſſurer parfaitement ſur ſon caractere. J'ai ſemé dans mon Jardin de cette graine, mais elle n'a point levé. *Plukenet* Tab. 225. donne une aſſez mauvaiſe figure de l'eſpece que *C. Bauhin* appelle *Virga aurea anguſtifolia ſerrata, ſive Solidago Sarracenica*. Comme elle n'a ni racine ni feuilles inferieures, & que les fleurs en ſont radiées, cette Figure ne peut convenir à la Plante dont il s'agit.

Je pourrois parler des vertus de nôtre Plante, ſi elle étoit la même que la *Virga aurea anguſtifolia ſerrata C. B. Pin.* dont les facultez ſont con-

connues: mais ces deux Plantes ſont differentes. Il me ſemble pourtant avoir trouvé quelques feuilles de nôtre Plante dans les vulneraires qui nous ſont envoyées de *Suiſſe*. Ces feuilles, comme je l'ai reconnu, ſont un peu ſalées & acres, & ont auſſi une legere amertume: elles excitent beaucoup de ſalive en les machant. Ces mêmes feuilles & les fleurs ne rougiſſent point le papier bleu; mais la côte ou le nerf de la feuille le rougit foiblement, & l'écorce de la tige un peu davantage. Tout cela me fait penſer que nous pourrions ſans beaucoup riſquer ſubſtituer cette Plante à la Verge dorée.

Nôtre Plante eſt très-commune dans les bois du Vallon *de la Pardie*, dans ceux du Vallon de *Bain*, & dans les *Monts-d'or*. On en trouve auſſi dans les bois du *Cantal*, & des autres Montagnes de la *haute Auvergne*.

LIMODORUM MONTANUM

Flore ex albo dilutè vireſcente.

Par M. CHOMEL.

* LA racine de cette Plante a huit ou dix groſſes fibres, & quelquefois moins, qui partent du centre de la tige, & s'éloignent les unes des autres en ſerpentant: les plus longues fibres s'enfoncent dans la terre, les autres

* 11. Juillet 1703.

tracent assez près de sa superficie. Elles sont toutes rondes, blanchâtres, charnues & pleines d'un suc insipide & gluant: les plus longues ont près de deux pouces, & leur diamétre vers le centre n'est que d'une ligne & demie au plus: elles se terminent toutes en pointes assez déliées. La tige qui ne s'éleve qu'à huit ou dix pouces ou environ, est couverte auprès de la racine de deux ou trois feuilles qui l'embrassent & l'envelopent successivement en maniere de gaine, & forment une espece de bulbe: elles ne s'en écartent un peu que par leur pointe qui est arrondie. Ces feuilles sont d'un blanc sale & comme fanées, leur pointe est un peu verdâtre: elles ont près d'un pouce de longueur, & occupent presque le quart de la hauteur de la tige. Quatre ou cinq feuilles au plus la garnissent alternativement: les deux premieres forment par leur base repliée sur elle-même une espece de tuyau long d'un pouce à peu près qui entoure la tige: elles se déploient ensuite & deviennent larges d'un demi pouce, & arrondies par leur pointe: elles ont près de deux pouces de longueur. Les feuilles suivantes sont plus étroites, plus longues & plus pointues; mais elles n'embrassent pas également la tige, enforte que celle qui est la plus proche des fleurs ne l'entoure point: elle est très-petite, étroite, & se termine en une pointe assez déliée: la plus longue de ces feuilles a trois pouces ou environ de longueur, sur cinq lignes de largeur vers son milieu: les feuilles inferieures sont d'une couleur & d'une tissure assez semblable à celle de l'Hellebore blanc à fleur verte, les superieures sont d'un verd un peu plus clair.

Il

Il y a plusieurs especes d'Orchis dont les feuilles ont beaucoup de rapport avec celles de nôtre Plante. Les fleurs qui occupent le sommet de sa tige sont blanches tirant sur le verdâtre, aussi-bien que la tige en cet endroit: elles sont disposées alternativement tout autour, & forment un épi long de près de deux pouces, & large de quatre lignes au plus. On compte dans quelques pieds jusqu'à vingt-cinq fleurs. Chaque fleur *B* part de l'aisselle d'une petite feuille *A* longue de trois à quatre lignes, & large d'une: la pointe de cette petite feuille s'éleve aussi haut que la fleur. Cette fleur porte sur un calice *C* un peu tortillé & legerement canelé, large d'une ligne, & haut de deux lignes & demie, d'un verd pâle. Elle est composée de six feuilles: les cinq superieures *DD* qui forment la coeffe, comme dans la plûpart des fleurs d'Orchis, sont assez égales, arrondies, un peu pointues vers leur partie superieure, & creusées en cuilleron: elles ont une ligne de long sur demi-ligne de large. La sixiéme feuille *E* qui occupe la partie moyenne & inferieure de la fleur est rabatue & découpée en trois pieces, dont celle du milieu est la plus longue. Cette feuille a deux lignes de longueur depuis sa partie superieure jusqu'au bout de la découpure du milieu, & une ligne & demie de largeur: sa partie posterieure se termine en un petit éperon assez court *F* d'un quart de ligne de diamêtre, & d'une ligne de longueur au plus. Le centre de cette fleur est garni de deux petites étamines imperceptibles. La fleur passée le calice devient un fruit semblable à ceux des especes d'Orchis, & rempli d'une semence menue comme de la scieure de bois très-fine.

Cet-

Cette Plante ne m'a parû décrite dans aucun Auteur. Je n'ai point trouvé de Figure gravée qui lui convienne; ainſi en la nommant j'ai crû la devoir rapporter à ſon veritable genre, & la faire deſſiner. Les racines fibrées qui diſtinguent le Limodorum de l'Orchis, ſuivant les *Elemens de Botanique*, m'ont déterminé à ranger cette eſpece ſous le genre de Limodorum plûtôt que ſous celui d'Orchis. Nôtre Plante ſe diſtingue d'ailleurs de l'Helleborine & de l'Orchis par ſes autres caracteres, qui ſont l'éperon de la fleur, & les feuilles diſpoſées alternativement autour de la tige.

Il n'eſt pas aiſé de décider ſi l'*Orchis puſilla alba odorata radice palmata* Raii *hiſt.* 1225. eſt la même que nôtre Plante, parcequ'il n'en donne aucune deſcription. On trouve à la verité quelques pieds de la nôtre où la racine n'eſt compoſée que de cinq ou ſix groſſes fibres diſpoſées à peu près comme autant de doigts, & la tige n'a que cinq à ſix pouces de hauteur, & alors le nom de cet Auteur pourroit peut-être leur convenir; mais je n'y ai remarqué aucune odeur ſenſible, ainſi je crois que l'eſpece dont il a parlé eſt très-differente de celle dont il s'agit.

J'ai trouvé cette Plante ſur le plomb du *Cantal* en deſcendant à *Pradebourg*. J'en ai trouvé auſſi près du ſommet du *Puy de Dome* du côté de l'Orient.

Le R. Pere *Plumier* en a vû dans les montagnes près la grande Chartreuſe, & la figure qu'il en a deſſinée m'en a aſſuré parfaitement.

Fin des Memoires de l'année 1705.

CA-

ioribus
icante

Limodorum montanum flore
ex albo dilutè virescente

Digitized by Google

CATALOGUE
DES
LIVRES,
Qui ont été imprimez en 1705. & qui se trouvent à Amsterdam chez GERARD KUYPER à un prix raisonnable.

A.

Academie Françoise, Observations sur les Remarques de Vaugelas. 2 voll. *in* 12.

——— *des Inscriptions*, Histoire de Louïs XIV. par Medailles, traduite en Allemand. *Fol.*

Alberti Magni *Tractatus de conditione Creaturæ rationalis.* in 8.

Albert (le petit) Tresor des merveilleux secrets de la Magie naturelle & Cabalistique. fig. *in* 8.

Alfarache (Don Guzman) son Histoire. 3 voll. *in* 12.

Almeloveen (Theod. J. ab) *Fasti Romanorum Consulares.* in 8.

Alonso de Avellaneda, Nouvelles Avantures de Don Quichote. 2 voll. *in* 12.

Anacreontis *Poëmata*, *Gr. Lat. Studio* Jos. Barnes. *in* 12.

Andri (Nic.) Eclaircissement sur son Livre de la Génération des Vers. *in* 12.

Antiqua Bojorum Gloria sepulcrum & recentis ignominia Theatrum, *sive bellum biennale Bojo-Suevicum* Maximiliani *Ducis Bavariæ.* in 4.

Antonini (Marci) *Imp. Eorum quæ ad seipsum Libri XII. Notis illustrati*, *Græcè & Latinè.* in 8.

Apologie de la resolution du fameux Cas de conscience. *in* 8.

Arlington (le Comte d') Lettres contenant l'Histoire secrete des Negociations des Ministres d'Angleterre depuis 1664 jusqu'en 1674. 2 voll. *in* 12.

Arndii (Car.) *Bibliotheca Politico-Heraldica selecta.* in 8.

Arndii (Jo.) *De vero Christianismo cum Notis* Jo. Georg. Dorschæi, *edit. à* Jo. Georg. Pritio. *in* 12.

Atlas Historique, ou Nouvelle Introduction à l'Histoire, la Chronologie, la Geographie, representée dans de Nouvelles Cartes, avec des Dissertations sur l'Histoire de chaque Etat, par M. *Gueudeville. in* Fol.

Avantures galantes de la prise de Landau, Comedie. *in* 12.

Augustin (Saint) Soliloques, Meditations & Manuel. Nouv. Ed. *in* 12.

Au-

Auguſtin (Saint) Confeſſions, Nouv. Traduction avec des Notes. *in* 12.

Avis aux Alliez, ſur le ſecours qu'on doit donner aux ſoulevez des Cevennes. *in* 4.

Aunoy (Mad. d') Relation du Voyage d'Eſpagne. *in* 12.

——— Hiſtoire veritable de Mr. Du Prat & de Mad. Angelique. *in* 12.

B.

B*Aſnage*, Hiſtoire du V. & du N. Teſtament enrichie de figures. *in* 4.

Baſnagii (Sam.) *Annales Politico-Eccleſiaſtici in quibus Baronii Errores evelluntur.* 3 voll. Fol.

Bayle, Reponſe aux Queſtions d'un Provincial. Tomes II. & III. *in* 12. [*Le V. & dernier a paru en* 1707.]

Begeri (Laur.) *Numiſmata Pontificum Romanorum aliorumque Eccleſiaſticorum rariora & elegantiora ære expreſſa & Dialogo illuſtrata.* Fol.

——— *Numiſmata maximi Moduli vulgo Medaglioni ex Cimeliarcho Ludovici XIV.* Fol.

——— *L. Annæus Florus*, cum Notis. *Fol.*

——— *Alceſtis pro marito moriens & vitæ ab Hercule reſtituta.* Fol.

——— *Pœnæ infernales Ixionis, Siſyphi, Ocni, & Danaidum ex delineatione Pighiana.* Fol.

——— *Ulyſſes Sirenes prætervectus ſubjectis aliis de Ulyſſe antiquitatibus.* Fol.

——— *Examen quorundam dubiorum, accedit conjectura in locum Lycophronis.* Fol.

Beier (Adr.) *Advocatus rerum opificialium peritus, ſive proceſſus mechanicarum cauſarum Forenſis abſolutus.* in 4.

Bejeri (Georg.) *Notitia Auctorum Juridicorum ſpecimen.* 3 voll. *in* 8.

Bellegarde, (l'Abbé) Reflexions ſur ce qui peut plaire ou deplaire dans le commerce du Monde. Nouv. Ed. 2 voll. *in* 12.

Beveregii (Guill.) *Inſtitutiones Chronologicæ, una cum Arithmetica Chronologica.* in 4.

Biblia Hebraica ſecundum ult. Edit. J. Athiæ à Jo. Leuſden *recognitam, recenſitâ, variiſque Notis illuſtrata ab* Ev. vander Hooght. *in* 8.

Biblia Vulgatæ Editionis, verſiculis diſtincta, cum Indice Materiarum, necnon Epiſtolarum & Evangeliorum. in 8. Viennæ.

Bie (Jac. de) *Impp. Rom. Numiſmata aurea Caroli Ducis Croii.* in 4.

Biſ-

Bisschoffs (Yvon) *Suspiria Cœlestia.* in 12.
Boceri (Henr.) *de Crimine diffidationis, prædationis, latrocinii & incendii.* in 8.
Boecleri (Jo. Henr.) *Institutiones & Dissertationes politicæ ad vet. Historicorum Loca.* in 8.
——— *Commentatio ad* H. Grotii *Jus Belli & Pacis cum Præfat.* Jo. Schilteri. *in* 8.
Boisverd, Nouvelle Logique courte & facile pour apprendre à raisonner juste. *in* 8.
Bossuet (Jac. Benigne) Evêque de Meaux, Recueil de ses Oraisons funebres. *in* 12. *Paris.*
Braunii (Jo.) *Commentarius in Epistolam ad Hebræos.* in 4.
Breviarium Romanum insertis Nov. Festorum Officiis. in 12.
Brucneri (Hier.) *Decisiones Juris matrimonialis controversi.* in 4.
Buddei (Jo. Fr.) *Elementa Philosophiæ instrumentalis.* in 8.
——— *Selecta Juris Naturæ & Gentium.* in 8.
Burggravii (Jo. Phil.) *Iatrice ominum Lethique curiosa.* in 8.
Burgundii (Nic.) *Historia Bavarica, sive Ludovicus IV. Imperator, cum præfatione* Just. Christoph. Bohmer. *in* 4.

C.

CAbinet Jesuitique, *in* 8.
Cæsaris (C. Jul.) *Commentarii ex recensione & cum Notis* Christ. Cellarii. *in* 8.
Caracteres des Auteurs Anciens & Modernes, avec les Jugemens de leurs Ouvrages. *in* 12.
Carl. (Jo. Sam.) *Lapis Lydius ad Ossium fossilium docimasiam demonstrandam adhibitus.* in 8.
Catonis (Dionys.) *Disticha de Moribus.* Græcè, Latinè & Germanicè, *cum Notis* Gilb. Wachii. *in* 8.
Causa Quesnelliana. in 8.
Cellarii (Christoph.) *Horæ Samaritanæ, h. e. excerpta Pentateuchi Samaritana Versionis cum Latina interpretatione & Notis perpetuis.* in 4.
Ciceronis (M. T.) *Epistolæ ad Familiares, cum Notis perpetuis ad modum* Minellii, *ex recensione* Christ. Junckeri. *in* 12.
Civilité Moderne. François-Allem. *in* 12.
Clarigni, Système du Cœur. *Paris.* in 12.
Claromontius (Scipio) *De Conjectandis Moribus & latitantibus animi affectibus Curâ* Herm. Conringii. *in* 8.
Clementis XI. *Pont. Max. Homiliæ & Orationes.* in 8.
Cocceii (Sam.) *Resolutiones dubiorum circa Principium Juris Naturæ.* in 4.
Coehorn (le Baron de) Nouvelles Fortifications, avec Fig. *in* 8.

Com-

Commirii (Jo.) *Opera poſthuma Poëtica.* in 12.
Conformité des Coûtumes des Indiens Orientaux avec celles des Juifs. *in* 12.
Cordemoi, ſes Oeuvres contenant ſix Diſcours ſur la Diſtinction de l'Ame & du Corps. N. Ed. *Paris* in 4.
Coſte (P.) ſa Traduction de l'Anglois d'un Diſcours ſur l'Amour Divin où l'on explique ce que c'eſt, & où l'on fait voir les mauvaiſes conſéquences des explications trop ſubtiles qu'on en donne. *in* 12.
Craig (Jo.) *Theologiæ Chriſtianæ Principia Mathematica.* in 4.
Crenii (Th.) *Animadverſionum Philologicarum & Hiſtoricarum Partes XIII & XIV.* in 8.
——— *de Singularibus Scriptorum Diſſertatio Epiſtolica.* in 8.
——— *Exercitia ſacra priora quædam Moſis tractantia.* in 8.
——— *de furibus Librariis Diſſertatio Epiſtolica.* in 8.
——— *De Libris Scriptorum optimis & utiliſſimis Exercitationes II. & III.* in 8.
Curtius (Quint.) *cum Supplementis* Freinshemii *& Notis* Mich. le Tellier *in Uſum Delphini.* in 8.
Cypriani (Ern. Sal.) *Diſſertationes de Sudore, Sudariis, & Faſciis Chriſti, de Mortibus Socinianorum & pictura teſte Veritatis ſub Papatu.* in 4.
——— *Vita Philoſophiæ* Th. Campanellæ. *in* 8.
Cyprien (le P.) Bouclier de la Pieté Chrétienne. *in* 8.

D.

DAle (Ant. van) *Diſſertatio ſuper Ariſtea de LXX. Intt. Additur Hiſtoria Baptiſmorum & Diſſertatio ſuper Sanchoniathon.* in 4.
Dampier (Guill.) Voyage aux Terres Auſtrales en 1699 avec le Voyage de Wafer. Traduits de l'Anglois. *in* 12.
Dancourt, ſes Comedies. 6 voll. *in* 12.
Delcourt, Réponſe aux Difficultez propoſées à l'Archevêque de Cambrai. *in* 4.
Dionyſii Periegetis *Geographia emendata & locupletata ab* Edw. Wells *cum Tabulis.* in 8.
Dircking (Jo.) *Exhortationes ad Religioſos in Soc. J. ad perfectionem.* in 4.
Dolæi (Jo.) *Tractatus nunquam antehac editus de Furia Podagræ lacte victus & mitigatus.* in 12.
Dubourdieu (J.) Diſſertation Hiſt. & Crit. ſur le Martyre de la Legion Thebéenne. *in* 12.
Duncan, Avis ſalutaire contre l'abus des choſes chaudes & particulierement du Café, Chocolat & Thé. *in* 8.

E.

EClairciſſemens de la Deſcription de l'Iſle Formoſa. *in* 12.
Edzardi (Georg. El.) *Tractatus Talmudici Avodaſara, ſive de Idololatria.* in 4.
Edzardi (Sebaſt.) *Pelagianiſmus Calvinianorum.* in 4.
Epiſtola Celebrium Virorum, præſertim H. Grotii, C. Colori, Jani Gruteri, N. Rittershuſii, *& aliorum.* in 12.
Eraſmi (Deſid.) *Precationes.* in 12.
Eſchenbach (A. Chr.) *Diſſertationes de ritibus Gentilium.* in 8.
Evremond (Saint) ſes Oeuvres. Nouv. Ed. par les ſoins de Mrs. *Sylveſtre & Des Maizeaux.* 2 voll. *in* 4. *Londres*, & 5 voll. *in* 12. *Amſt.*
Eutropii *Breviarium Hiſtoriæ Rom.* in 18.
——— *cum* Pæani *Metaphraſi Gr.* Meſſala Corvinus *de Auguſti Progenie*, Julius Obſequens *de Prodigiis.* Gr. Lat. *cum variis Lectionibus & annotationibus.* Oxonii. *in* 8.

F.

FAbricii (Jo. Alb.) *Bibliotheca Græca, ſive Notitia Veterum Scriptorum.* in 4.
Fabricii (Georg.) *Summa Evangeliorum Dominicalium.* in 8.
Fagnani (Proſp.) *Commentaria in quinque Libros Decretalium.* Fol.
Faveurs & diſgraces de l'Amour. *in* 12.
Felibien, Entretiens ſur les Vies & les Ouvrages des Peintres anciens & modernes. 5 voll. *in* 12.
Fenelon (Fr. de Salignac la Mothe) Archevêque de Cambrai, Avantures de Telemaque. Nouv. Ed. *in* 12.
Fer (A. D.) Methode abregée & facile pour apprendre la Géographie. *in* 12.
Flans (*Nic. de*) Nouv. Grammaire Françoiſe & Allemande. *in* 8.
La Fourbe découverte & le Trompeur trompé. *in* 12.
Francii (Pet.) *Opera Poſthuma.* in 8.
Franki (Chriſt.) *brevis & liquida demonſtratio Deitatis Chriſti.* in 4.
Freytagii (Chr.) *Hiſtoria Gallica Valeſiana Henrici III. & Franciſci Andini.* in 4.
Friderici (Jo.) *Liturgia Vetus & Nova, ſive collatio rituum Liturgicorum Eccleſiæ Chriſtiana priſca & Moderna.* in 4.

G.

G.

*G*abillon (Fred. Aug.) Défenſe de la Religion Reformée. *in* 12.
Galanteries d'une Religieuſe mariée à Dublin. *in* 12.
Galland, les Mille & une Nuit, contes Arabes, traduits en François. 4 voll. *in* 12.
Gavanti (Barth.) *Theſaurus ſacrorum Rituum, ſeu Commentaria in Rubricas Miſſalis & Breviarii Rom.* in 4.
Geoponica ſive de Re Ruſtica, Caſſiano Baſſo *Collectore. Gr. Lat. cum Notis* P. Needham. *Fol.*
Givrii (Pet.) *Arcanum Acidulatum, in quo opinio de Aciditate Aquarum Mineralium convellitur*, &c.
Glaſſii (Sal.) *Logica ſacra, è Muſeo* Jo. Gott. Olearii. *in* 4.
Gockelii (Ern.) *Electa Juriſpublici Romano-Germanici.* in 4.
Goulon, Memoires pour l'attaque & pour la défenſe d'une Place. *in* 8.
Graaf (Reg. de) *Opera omnia.* in 8. fig.
Grimaret, les Campagnes de Charles XII Roi de Suede. *in* 12.
——— La Vie de Moliere. *in* 12.
Guarnæ (Andr.) *Bellum Grammaticale.* in 12.
Guide au ſtile Mercantil, expliqué en 300 Lettres Marchandes ſur toutes ſortes de Trafies, Franç. & Allem. *in* 8.
Guion (Mad.) Opuſcules ſpirituels. *in* 12.
Guiſcard (le Marquis de) ſes Memoires. *in* 12.

H.

HAnkii (Mart.) *de Sileſiorum Nominibus, Majoribus & Rebus antiquitates.* in 4.
Hendreich (Chriſtoph.) *Carthago inſtaurata.* in 4.
Herlet (Jo. Georg.) *Theologia Paſtoralis Epitome.* in 12.
Herodianus *Notis illuſtratus. Gr. Lat.* in 8. Oxonii.
Heyne (Jo. Chr.) *de præcipuis Morbis Oſſium.* in 8.
Hildebrandi (M. Frid.) *Synopſis Hiſtoria univerſalis.* in 12.
Hildebrandi (Joach.) *de precibus veterum Chriſtianorum.* in 4.
Hiſtoire du Cas de Conſcience ſigné par 40 Docteurs de Sorbonne. 2 voll. *in* 12.
Hodani (Jo. Frid.) *Diſſertatio de Libris Legendis.* in 8.
Hodii (Humfr.) *De Bibliorum Textibus Originalibus, verſionibus Gr. & Latina vulgata. Præmittitur Ariſtea Hiſtoria. Gr. & Lat.* Fol.
Hofmanni (Jo. Maur.) *Idea Machinæ Humanæ.* in 4.
Hontan (Baron de la) Voyage dans l'Amerique Septentrionale.

nale. N. Ed. 2 voll. *in* 12.
Hornii (Caſp. Henr.) *de Jure Proedria ſeu Precedentia.* in 4.
——— *Juriſprudentia Feudalis Longobardo-Teutonica.* in 4.
L'Horoſcope de l'Europe. *in* 12.
Hotmanni (Franc.) *Antitribonianus, ſive de Studio Legum, cum Thomaſii Delineatione Hiſt. Juris.* in 8.
Huguenin (J. G. D.) *Henr. Hulſii inanitas, ſive Libri Pſeudo-Catholicæ Religionis Inanitas ab ipſe inſcripti diſſipatio.* in 8.
Huldrici (Jo. Jac.) *Hiſtoria Jeſchuæ Nazareni.* in 8.
Hulſemannus (Jo.) *De Auxiliis Gratiæ, contra Pontif. Calvin. & Arminianos. Acceſſit Diſp. cum* H. Grotio *de Harmonia SS. Pauli & Jacobi.* in 4.
Hunnii (Ægid.) *Theſaurus Apoſtolicus, complectens Commentarios in N. T. auctus à J. Feuſtkingio.* Fol.
Huntingtoni (Rob.) *Epiſtolæ, &* Edw. Bernardi *Synopſis veterum Mathematicorum* Gr. Lat. & Arabum. *in* 8.

I.

JAckſon (Joſ.) *Enchiridion Medicum Theoretico-practicum.* in 8.
Jaquelot, Conformité de la Foi avec la Raiſon, ou Défenſe de la Religion contre les principales difficultez répandues dans le Dictionaire de Mr. Bayle. *in* 8.
Joannis à Jeſu Maria *ſtimulus Compunctionis.* in 12.
Julien (St.) Architecture Militaire, ou l'Art de fortifier les Villes. *in* 8.
——— la Forge de Vulcain ou l'appareil des Machines de Guerre. *in* 8.
Juſtini *Mart. Apologia ſecunda pro Chriſtianis, &c. cum Notis* J. Ern. Grabii *& aliorum Gr. Lat.* in 8.

K.

KEill (Jo.) *Introductio ad veram Phyſicam, accedunt* Chriſt. Hugenii *Theoremata de vi Centrifuga & Motu circulari demonſtrata.* in 8.
Kellenbents (Barth.) *de Renunciatione ſucceſſionum præſertim Familiarum illuſtrium.* in 8.
Keſtneri (Henr. Ern.) *Jus Naturæ & Gentium adductum* Grotii *&* Pufendorfii *derivatum.* in 4.
Keukenii (Rob.) *Idea boni Principis in vitam Antonini Pii. Accedit comparatio Card. Richelii & Mazarini.* in 12.
Klein (Jo.) *Diſſertationes Juridicæ.* in 4.
Konig (Rob.) *Principia Juris Canonici.* in 4.
Kraus (Jo.) *Theophilus quærens & amans Deum ſuum.* in 8.
Kriegh (Nic.) *de Peregrinationibus Romanor. Academicis.* in 4.

Ku-

Kugler (Jo.) *Opuſculum Theologico Canonicum de ſponſalibus.* in 8.

L.

LAngii (Jo. Mich.) *Diſſertationes Botanico-Theologicæ de Herba Borith.* in 4.

La Langue. *in* 8.

Lectiora Scripturæ Sacræ Lumina. in 12.

Legatio Marchionis Lavardini *Romam, ejuſque cum Rom. Pont. Innocentio XI. Diſſidium*, in 12.

Lettres au ſujet des Camiſars, où l'on recherche leur Origine & les Cauſes de leurs mouvemens. *in* 12.

——— au P. Alexandre, ou Parallele de la doctrine des Thomiſtes avec celle des Jeſuites. *in* 12.

——— Critiques ſur la difficulté qui ſe trouve entre Moyſe & S. Etienne dans le nombre des deſcendans de Jacob. *in* 8.

Liger (Louïs) Jardinier Fleuriſte & Hiſtoriographe, ou la Culture Univerſelle des Fleurs, Arbres, &c. 2 voll. *in* 12. avec Fig.

Lloyd (Guill.) *Series Chronologica Olympiadum, Pythiadum, Iſthmiadum, Nemeadum.* in Fol.

Lockii (Jo.) *Epiſtola de Tolerantia. Accedit* Sam. Strimeſii *de Pace Eccleſiaſtica* Diſſertatio. *in* 12.

Lyſeri (Mich.) *Culter anatomicus ſive Methodus artificioſè incidendi cadavera.* in 8.

M.

MAderus (Joach. Jo.) *De Bibliothecis atque Archivis Virorum Clariſſimorum.* in 4.

Maimonidis (R. Moſis) *Conſtitutiones de Jurejurando, Lat. reddita & Notis illuſtrata à* J. Chriſt. Dithmaro. *in* 4.

——— *Tractatus duo de Doctrina Legis ſive educatione Puerorum, alter de natura & ratione Pœnitentiæ apud Hebræos.* in 4.

Mandeſlo (Adr. van) *de poſtergata Juſtitia Tractatus Hiſtorico-Politicus-Juridicus.* in 4.

Manſi (Joh.) Ærarium Evangelicum, *ſive Evangeliorum totius anni elucidatio.* 2 voll. in 4.

Marckii (Jo.) *Oratio Funebris* Jo. Triglandii. *in* 4.

Mars Germania perpetuus, exhibens modum alendi ultra ducenta millia perpetui militis in Germania, &c.

Maſcaron (Jules) Evêque d'Agen, Recueil de ſes Oraiſons funebres. *in* 12. *Paris.*

Maunory, l'Homme detrompé ou le Criticon traduit de l'Eſpagnol de *Baltazar Gracian.* in 12.

Mayeri

Mayeri (Jo. Ehrenf.) *Tractatus de Jure Statuum Imperii Legiſlatorio.* in 4.

Melchioris (Adami) *Vitæ Eruditorum cum Germanorum tum exterorum.* in Fol.

Memoires de la Cour de Vienne, ſec. Ed. augmentée, *in* 12.

——— & Negociations ſecretes de la Cour de Savoye dans l'année 1703 & 1704 avec d'autres Memoires au ſujet de la preſente guerre d'Italie. *in* 12.

Menckenii (Lud.) *Selectæ Diſſertationes Juridicæ.* in 4.

Methode facile pour apprendre l'Hiſtoire d'Angleterre. *in* 18.

Milii (Ab.) *De Origine Animalium & migratione populorum. Accedit de Diluvii Univerſalitate Diſſertatio.* in 8.

Montfaucon (Bern. de) *Diarium Italicum, ſive Notitiæ Monumentorum, Bibliothecarum, Muſæorum in Itinerario Italico collectæ.* in 4. Pariſiis.

Le Duc de Mommouth, Nouvelle Hiſtorique. *in* 12.

Moretti, Nouveau Maître Italien en François & en Flamand, avec un Traité de Poeſie. *in* 12.

Mothe (*Claude Groteſte de la*) Correſpondance Fraternelle de l'Egliſe Anglicane avec les autres Egliſes reformées. *in* 8.

Moulin (P. du) Traité de la Paix de l'Ame & du contentment de l'Eſprit. *in* 12.

La Muſe Foudroyante ou Recueil de Chanſons ſur les affaires du temps. *in* 12.

NEpos (Corn.) *cum Notis* Herm. Eſſenii. *in* 12.

Nicolai (Jo.) *Selecta quædam antiquitates.* in 12.

——— *de ſepulchris Veterum Hebræorum.* in 4. fig.

Noble (*le*) Satires de Perſe traduites en vers François. *in* 8.

——— La Promenade de Titonville & la Carte de l'Iſle de mariage, Tomes III & IV des Promenades. *in* 12.

Noodt (Ger.) *Opera omnia quibus continentur Probabilium Juris Civilis Lib. IV. De Juriſdictione & Imperio Lib. II. Ad Legem Aquiliam Lib. ſingularis.* in 4.

——— *Diſſertatio de Jure ſummi Imperii & Lege Regia.* in 4. [Cette Diſſertation a été traduite en François par M. *Barbeyrac*, avec une autre du même Auteur & imprimée en 1707 ſous ce titre: *Du Pouvoir des Souverains & de la Liberté de Conſcience.* in 12.]

OBregti (Ulr.) *Diſſertationes, Orationes, & Programmata in unum Vol. collecta.* in 4.

Obſervationum Selectarum ad Rem litterariam ſpectantium Tomi IX & X. in 8.

Opitii (Henr.) *Atrium Linguæ Sanctæ.* in 4.

Orator Ciceronianus Forenſis, ſive de uſu Eloquentiæ Ciceronianæ in Cauſis hodiernis Enchiridion. in 12.

Otero (Ant. Fern. de) *Tractatus de Paſcuis & Jure paſcendi.* in 8.

PAgenſtecheri (Alex. Arn.) *Aphoriſmi Juris ad Inſtitutiones Juſtinianeas, ſubiiciuntur & acceſſiones Irneriana.* in 8.

——— *Nota ad* G. Feltmanni *tractatum de Feudis.* in 12.

Perger (Ant.) Grammaire Françoiſe expliquée en Allemand. *in* 12.

Pexenfelders (P. Mich.) *Apparatus eruditionis tam rerum quam verborum.* in 8.

Plumier (Car.) *Nova Plantarum Americanarum Genera.* in 4.

Plutarchi *de Puerorum educatione libellus &* Iſocratis *Orationes III. Gr. & Lat. ad modum* Minellii *illuſtrata à* Chr. Junckero. in 8.

Poete Courtiſan, ou les intrigues d'Horace à la Cour d'Auguſte. *in* 12.

Poiret (Pet.) *Virtutum Chriſtianarum inſinuatio facilis & quibusvis accommodata.* in 8.

——— Principes ſolides de la Religion & de la Vie Chrétienne, appliquez à l'Education des Enfans. *in* 12.

Portes, le Caractere d'un veritable & parfait Ami. *in* 12.

Praſchii (Jo. Lud.) *de Latiniſmis & Barbariſmis Commentariolus.* in 12.

Prevoſt (l'Abbé le) Oraiſon funebre du Card. de Furſtemberg. *in* 8.

Puffendorfii (Sam.) *de Rebus Suecicis, ab expeditione Guſtavi Adolphi in Germaniam ad abdicationem uſque Chriſtina Ed. altera emendatior.* in Fol.

REal (St.) Oeuvres mêlées, augmentées de ſa Critique. *in* 12.

Recherches curieuſes ſur pluſieurs Sujets. Ital. & François. *in* 8.

Recueil des Voyages de la Compagnie des Indes Orientales, formée dans les Provinces Unies des Païs bas. Tom. 3. 4. 5. *in* 12. [*Le VII a paru en* 1707.]

——— des Opera. Tome IX contenant Pomone, les Peines & les Plaiſirs de l'Amour, l'Idylle ſur la Paix & l'Eglogue de Verſailles, Canente, Medus, Fragments de Mr. de Lully, les Muſes, le Carnaval & la Folie. *in* 12.

Relandi (Adr.) *De Religione Mohammedica.* in 8.

Relation d'un Voyage de Coppenhague à Breme en Vers Burleſques. *in* 12.

Relation Hiſtorique de la Pologne. *in* 12.

Remarques Hiſtoriques & Critiques avec une Relation des differens qui partagent aujourdhui les Catholiques R. dans les Païs-bas. 2 voll. *in* 8.

Renverſement de la foi Catholique par les Erreurs. *in* 12.

Réponſes ſpirituelles de pluſieurs grands hommes de ce Siecle. *in* 12.

République des Hebreux. 3 voll. *in* 8. fig.

Ri-

Richard (l'Abbé) Parallele des Card. Ximenès & de Richelieu. *in* 12.

Richardus (Barth. Chriſt.) *Vita aliquot principum ab Anonymo quodam conſcipta.* in 8.

Riedlini (Viti) *Methodus curandi febres.* in 8.

Rochefoucault (Duc de la) Reflexions & Maximes morales. *in* 12.

Rogiſſart, les Delices de l'Italie, ou Deſcription exacte de ce Pays & de ſes Principales Villes. 3 voll. *in* 12. fig.

Roquemont, les Aydes de France & leur Regie. *in* 12.

Roy (Jac. le) *Brabantia illuſtrata. Lat. Gall. & Belgicè.* in Fol.

SAnchez (Th.) *De Sancto Matrimonii Sacramento.* 3 voll. in Folio.

Schacht (Chriſt.) *Oratio Diva Memoria Sophia Charlotta Boruſſorum Regina.* in Fol.

Schelius (Rab. Herm.) *de Jure Imperii.* in 12.

Scherzeri (Jo. Adam.) *Selecta Rabbinico-Philologica.* in 4.

Schilteri (Jo.) *ad Syntagma* G. Ad. Struvii *Juris feudalis Nota, adjecta reſponſa & Conſilia Juris feudalis inedita.* in 4.

Schmidt (Seb.) *Commentarii in Jeremiam.* 2 voll. in 4.

——— *Commentarius in Librum Jobi.* in 4.

Schöpffer (Theod.) *Gerontologia, ſive Tractatus de Jure Senum.* in 4.

Schröderi (Jo.) *Pharmacopœia Medico-Phyſica.* in 4.

Schuppii (J.B.) *Orationes IV de Laude & Utilitate Belli, Ineptus Orator, de Lana Caprina, de Uſu & Præſtantia Nihili.* in 12.

Science Univerſelle de la Chaire, ou Dictionaire Moral. 3 voll. *in* 8.

Snellen (Heur.) *Theoria Mechanica Phyſico-Medica delineatio.* in 8.

Spenceri (Jo.) *De Legibus Hebræorum &c. Ed. tertia.* in 4.

Strada (Fam.) Hiſtoire de la Guerre de Flandre, traduite par *P. du Ryer.* 3 voll. *in* 12. fig. N. Ed.

Strette (Th.) *Aſtronomia Carolina, nova Theoria motuum cæleſtium.* in 4.

Strimeſii (Sam.) *Conſenſus Sendomirienſis ab Euangelicis Auguſtana Bohemica & Helvetica Confeſſionis ſociis olim initus.* in 8.

Struvii (Burch. Gotth.) *Selecta Bibliotheca Hiſtorica ſecundùm Monarchias, Regna, Secula & Materias diſtincta.* in 8.

——— *Acta Litteraria ex MSS. eruta faſciculus ſecundus & tertius.* in 8.

——— *Pii manes Struviani, ſive de Vita & Scriptis* G. Ad. Struvii. in 4.

Struvii (Frid. Gott.) *Tractatus Juridicus de Balneis & Balneatoribus.* in 4

Symbola & Emblemata juſſu & auſpiciis Imp. Moſcovia Pet. Alexidis *excuſa.* in 4. fig.

Teiſſier (A.) Abregé de l'Hiſtoire des Electeurs de Brandebourg par demandes & par réponſes. *in* 12.

——— *Catalogi Auctorum qui Catal. Indices, Biblioth. Vitas ſcripſerunt Auctarium.* in 4.

Temple, Remarques ſur l'Etat des Provinces Unies des Païs-bas. Traduites de l'Anglois. N. Ed. *in* 8.

N. Teſtament & Pſeaumes. N. Ed. *in* 8.

Texelii (Pet.) *Phœnix viſus & auditus ſive ficta illius avis deſcriptio ſymbolica.* in 4.

Thomſon (Alex.) *Diſſertationes Medica.* in 8.

Tillemont (le Nain) Lettres à l'Abbé de la Trappe, avec les Réponſes. *in* 12.

Tillotſon, Archevêque de Cantorbery, Sermons ſur divers Textes, traduits de l'Anglois. Tom. I. *in* 8.

Tournefort *Corollarium Inſtitutionum Rei Herbariæ.* in 4.

Tribechovii *Brevia Linguæ Græcæ vulgaris Elementa.* in 8.

Vega (Garcilaſſo de la) Hiſtoire des Guerres Civiles des Eſpagnols dans les Indes, traduite de l'Eſpagnol. 4 voll. *in* 12.

Venda Reine de Pologne, Hiſtoire galante. *in* 12.

Veneroni, le Maître Italien. N. Ed. *in* 12.

Verduin (Henr.) *De Teſtamento Lazari bis mortui.* in 8.

Verheyen (Phil.) *Corporis humani Anatomia.* fig. in 8.

Virgilii *Opera ex recenſione* Nic. Heinſii. *in* 12.

Viviani (Vincent.) *De locis ſolidis ſecunda Divinatio Geometrica in V. Lib. Ariſtæi Senioris.* in Fol. *Florentiæ.*

Vivis (Joh. Lud.) *Introductio ad Sapientiam. in* 12.

Ulmanni (Joh.) *Delitiæ rurales, ſive Obſervationes Philologicæ in loca difficiliora V.T. in* 8.

Vockerodt (Goth.) *Exercitationes Academicæ, ſive Commentatio de Eruditorum Societatibus & varia re litteraria.* in 8.

Voet (Jo.) *de Jure Militari. Ed. Nova.* in 8.

Volder (Burch. de) *Oratio qua ſe laboribus Academicis abdicavit.* in 4.

Wedelii (Georg. Wolfg.) *Amœnitates Materiæ Medicæ.* in 4.

——— *Phyſiologia Medica.* in 4.

——— *Centuriæ ſecundæ Exercitationum Medico-Philologicarum ſacrarum & profanorum Decas I.* in 4.

——— *Introductio in Alchimiam.* in 4.

Wederkampii (Jo. Henr.) *De Baptiſteriis Veterum.* in 4.

Weidlingii (Chriſt.) *Jus Publicum Imperii Romano-Germanici.* in Folio.

Willis (Rich.) Sermon ſur la priſe des Lignes en Brabant par le Duc de Marlboroug. Traduit de l'Anglois. *in* 12.

Zangeri (Jo.) *Tractatus duo, unus de Exceptionibus, alter de Quæſtionibus ſeu Torturis reorum.* in 4.

Zeidleri (Melch.) *Rhetorica Eccleſiaſtica.* in 4.

NAPOLI

VA1 154 1543